

7P363.5
H43
719.42
T22

高等院校“十五”规划教材

测试技术与信号处理

范云霄 刘桦 编著

中国计量出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

测试技术与信号处理/范云霄, 刘桦编著. —北京: 中国计量出版社, 2002.2
高等院校“十五”规划教材
ISBN 7-5026-1600-4

I. 测… II. ①范… ②刘… III. ①信号检测—高等学校—教材 ②信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.23 ②TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 006267 号

内 容 简 介

本书以信号流为主线, 详细地介绍了动态测试中的基本内容。全书共分为九章, 主要内容有: 信号的描述; 测试装置的基本特性; 信号的获取; 信号变换和记录; 测试过程中信号干扰产生的机理和消除方法, 级间耦合理论与对策; 信号的分析与处理; 计算机辅助测试中的接口知识; 机械振动的测试。在各章的最后配有思考题和习题。

本书可作为高等学校机械设计制造和仪器仪表类等专业的本科教材, 也可作为相关专业的研究生以及从事机械工程动态测试的工程技术人员参考书。

中国计量出版社出版
北京和平里西街甲 2 号
邮政编码 100013
电话 (010) 64275360
E-mail jlfxb@ 263.net.cn
北京市迪鑫印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
版权所有 不得翻印

*

787 mm×1092 mm 16 开本 印张 15.25 字数 362 千字
2002 年 4 月第 1 版 2002 年 4 月第 1 次印刷

*

印数 1—4 000 定价: 25.00 元

编委会名单

主 编 范云霄 刘 桦

副 主 编 张红岩 林明星 李 曼 郭迎福

编委成员 范云霄 刘 桦 张红岩 林明星 李 曼 郭迎福
周爱萍 张树青 倪 云

前 言

本书根据 2001 年煤炭高校机械与材料学科教材编审委员会审定的《测试技术与信号处理》课程大纲编写,适用于高等学校机械设计制造与自动化和仪器仪表类等专业的本科教材,也可作为相关专业的研究生以及从事机械工程动态测试的工程技术人员参考书。

《测试技术与信号处理》一书以信号流为主线,着重介绍动态测试中的基本内容。全书共分为九章,第一章和第七章是测试信号的描述、分析和处理方法;第二章对测试装置的特性进行了分析讨论;第三、第四和第五章是信号的获取、变换和记录的工作原理和特性;第六章分析讨论了测试过程中信号干扰产生的机理和消除方法,同时还讨论了级间耦合理论与对策;第八章重点介绍计算机辅助测试中的接口知识;第九章是机械振动的测试,它是动态测试理论在实践中的具体应用。

本书力求加深对动态测试中基础知识和基本概念的理解,对一些重要问题进行了详细的分析讨论,但对其数学推导并不强调严密性。本书相对同类教材从内容上有所拓宽,在教学中,可根据不同专业的情况对其内容有所取舍。为教学的需要,在各章的最后配置了思考题和习题。

本书是在大量地参考了国内各类专业的有关教材和相关资料的基础上,结合编者多年从事测试技术课程教学的实践而编写的。书中关于信号干扰的机理和消除的方法是编者结合教学和测试工作的实践新添的内容。

参加本书编写工作的有范云霄、刘桦、张红岩、林明星、李曼、郭迎福、周爱萍、张树青、倪云同志,其中刘桦编写了第一、第二章和绪论,张红岩编写了第四章,林明星编写了第七章,第八章是由李曼和周爱萍共同编写的,第三章由郭迎福编写,第五章由周爱萍编写,范云霄编写了第六和第九章,张树青和倪云也参加了部分章节的编写工作。本书由范云霄和刘桦担任主编,全书由范云霄统稿。

本书在编写过程中参考了许多院校的讲义、资料和参考书,并得到了许多同志的关心和帮助,谨表谢意。在编写过程中得到了山东科技大学的程居山教授和郭洪友高工的指导和帮助,在此一并表示谢意。

本书在编写过程中,尽管编者竭尽全力,但终因自身能力所限,时间仓促,不能尽如人意。书中的缺点,错误在所难免,敬请各位读者指正,不胜感激!

编 者

2001 年 12 月

目 录

绪 论	(1)
第 1 章 信号的描述	(5)
第一节 概述	(5)
一、信号的分类	(5)
二、信号的描述方式	(6)
第二节 周期信号的频谱	(7)
一、概述	(7)
二、傅里叶级数与应用	(8)
三、周期信号的频谱分析	(11)
第三节 非周期信号的频谱	(14)
一、概述	(14)
二、傅里叶积分与变换	(14)
三、非周期信号的频谱分析	(15)
第四节 傅里叶变换的性质及应用	(19)
一、傅里叶变换的常用性质	(20)
二、几种重要信号的傅里叶变换	(23)
思考题	(27)
习题	(27)
第 2 章 测试装置的基本特性	(29)
第一节 概述	(29)
一、概念与术语	(29)
二、线性装置及其主要性质	(31)
第二节 静态特性	(33)
第三节 动态特性	(35)
一、时域动态特性	(35)
二、频域动态特性	(36)
第四节 常见装置的特性	(41)
一、一阶装置的特性	(41)
二、二阶装置的特性	(44)
三、串联与并联环节的特性	(46)
第五节 不失真测试条件	(47)
第六节 动态特性之间的联系	(51)
一、单位脉冲响应 $h(t)$	(51)

二、各域动态特性的关系与差别	(51)
思考题	(52)
习题	(52)
第 3 章 信号的获取	(54)
第一节 概述	(54)
第二节 参数型传感器	(55)
一、电阻式传感器	(55)
二、电容式传感器	(60)
三、电感式传感器	(63)
第三节 发电型传感器	(69)
一、磁电式传感器	(69)
二、压电式传感器	(71)
三、其他类型的发电式传感器	(74)
第四节 其他类型的传感器	(76)
一、霍尔传感器	(76)
二、光导纤维传感元件	(77)
第五节 智能传感器概述	(78)
一、智能传感器概念	(78)
二、智能传感器的功能与特点	(79)
三、智能传感器系统	(80)
习题	(82)
第 4 章 信号的变换	(84)
第一节 电桥	(84)
一、直流电桥	(84)
二、交流电桥	(86)
第二节 滤波器	(87)
一、理想滤波器	(87)
二、实际滤波器的描述	(89)
三、滤波器原理	(90)
四、滤波器的应用	(91)
第三节 调制器与解调器	(92)
一、幅值调制	(92)
二、幅值调制的解调	(94)
三、频率调制与解调	(97)
第四节 模拟与数字信号转换器	(99)
一、概述	(99)
二、数字/模拟转换器	(100)
三、模拟/数字转换器	(104)
思考题	(107)

习题	(108)
第 5 章 信号的记录	(109)
第一节 概述	(109)
一、记录仪器的作用和分类	(109)
二、记录仪器的基本组成	(110)
第二节 显式记录仪器	(110)
一、电位计式记录仪器	(110)
二、检流计式记录仪	(111)
第三节 磁带记录仪	(120)
一、结构与工作原理	(120)
二、记录方式	(124)
思考题	(128)
习题	(128)
第 6 章 信号的干扰及其抑制	(129)
第一节 概述	(129)
第二节 干扰源	(129)
一、干扰的分类	(130)
二、自然干扰	(130)
三、电气设备干扰	(130)
四、内部干扰	(131)
第三节 干扰耦合	(132)
一、电阻耦合	(132)
二、容性(电场)耦合	(133)
三、感性(磁场)耦合	(135)
第四节 电磁屏蔽	(136)
一、电场屏蔽	(136)
二、磁场屏蔽	(138)
第五节 接地	(141)
一、安全接地	(141)
二、信号接地	(142)
三、电缆屏蔽层的接地	(145)
四、隔离	(146)
第六节 负载效应	(148)
一、负载效应的一般关系	(148)
二、几种阻抗配合的负载效应	(152)
习题	(154)
第 7 章 信号的分析与处理	(155)
第一节 概述	(155)
第二节 随机信号的统计特征	(156)

一、概述	(157)
二、随机信号的统计特征	(158)
第三节 相关分析	(161)
一、概念与定义	(161)
二、相关函数的工程应用	(165)
第四节 谱分析	(167)
一、功率谱与应用	(168)
二、相干函数与应用	(171)
三、倒频谱与应用	(172)
第五节 数字信号处理概论	(174)
一、数字信号处理的步骤与概念	(174)
二、信号数字化中的问题与对策	(175)
三、离散傅里叶变换 (DFT)	(180)
思考题	(185)
习题	(186)
第 8 章 计算机辅助测试	(188)
第一节 计算机模拟信号的输入和输出通道	(188)
一、概述	(188)
二、多路模拟开关	(189)
三、A/D 转换器	(190)
四、采样保持 (S/H) 电路	(190)
五、D/A 转换器	(190)
六、集成化电路芯片及其与微机的接口	(190)
七、计算机的多通道数据采集系统	(191)
第二节 计算机辅助测试技术中的接口技术	(193)
一、概述	(193)
二、RS232C 标准接口总线	(194)
三、GPIB 标准接口总线	(196)
四、其他标准接口总线简介	(203)
第三节 微机化测试仪器	(205)
一、工程测试中应用微机的发展过程	(205)
二、微机化仪器的基本结构	(206)
第 9 章 机械振动的测试	(211)
第一节 概述	(211)
第二节 单自由度系统的受迫振动	(212)
一、由交变力引起的振动	(212)
二、由基础的振动引起的振动	(214)
第三节 振动的激励	(215)
一、振动的激励方式	(215)

二、激振器·····	(217)
第四节 振动的测量及测振仪器·····	(219)
一、测振传感器·····	(220)
二、振动信号的分析仪器·····	(226)
第五节 机械系统动态参数的确定·····	(228)
一、自由振动法·····	(228)
二、共振法·····	(229)
习题·····	(231)
参考书目·····	(232)

绪 论

一、测试技术与信号处理的基本概念

测试是具有试验性质的测量，或理解为测量和试验的综合。测量是为了确定被测对象量值而进行的操作过程，而试验则是对未知事物探索性认识的实验过程。

信息一般可认同于消息或情报。在自然科学中，信息是对这些物理对象的状态或特性的反映。信息是物理现象、过程或系统所固有的，例如切削加工中“刀具磨损”、“工件变形”等。信息有其确定的含义，但它本身不是物质，不具有能量，因此，必须有一定的能量或物质形式来表现信息的含义，而反映信息含义的一些能量或物质形式就是信号。例如“减速器运转异常”这一信息，它本身具有一个客观的确定含义，这个信息会通过减速器的“振动（物质运动形式）”、“油温（能量形式）”、“铁谱（物质数量形式）”等特征信号反映出来。

信号是承载信息的物理量函数。信号中蕴含着信息，这是信号的本质所在，信号是物理性的，并且随时而变，信号是有能量的物质。人们要获取信息，首先要获取信号，然后通过对信号进行分析和处理，才能最终得到所需的信息。一般说来，对于任何一个信息，总可以找到多个与其对应的信号；反之，一个信号中也往往包含着多种信息。例如，“物体受热”这一信息，反映出来的是温度上升、体积膨胀、磁导率、电阻率变化以及红外线辐射加大等。由于信号的多重信息内涵，人们可以通过信号分析和处理来获取多种信息。例如，对脑电波的信号进行时域、频域分析，可获取有关人体精神状态、体能状态等多种信息。

测试的目的是把未知的被测信号转化为可观察的信号，并求得所研究对象的有关信息。

二、测试技术与信号处理的地位与作用

测试属于信息科学的范畴，又被称为信息探测工程学。测试技术与信号处理（简称测试）是信息技术三大支柱（测控技术、计算机技术和通信技术）之一。

在科学研究领域中，测试是人类认识客观事物最直接的手段，是科学研究的基本方法。科学的基本目的在于客观地描述自然界。科学探索需要测试技术，用准确而简明的定量关系和数学语言来表述科学规律，检验科学理论和规律的正确性同样也需要测试技术。可以认为精确的测试是科学的根基。

在工程技术领域中，工程研究、产品开发、生产监控、质量控制和性能试验等，都离不开测试技术。特别是现代工程技术广泛应用着的自动控制技术正在越来越多地运用测试技术，测试装置已成为控制系统的重要组成部分。

在现代机械工业的发展中，面临着许多来自高新科学技术发展的挑战。宇航、高能物理、红外、激光以及智能机器的发展；对机械工业部门提出了一系列新的课题。例如，一些特殊的机械装置、宇航飞行器、原子锅炉、激光器等，都要求在确定的时间内工作绝对可靠，元件具有高精度和高性能，这就要求机械制造部门提供带有检测功能的机械设备。此

外，随着自动控制技术的发展，机械加工过程自动化的发展，机电一体化技术的兴起，对信号的检测要求愈来愈迫切。机器人的发展水平很大程度上取决于感觉系统的完善；测试技术是柔性制造系统(FMS)计算机集成制造系统(CIMS)中不可缺少的重要组成部分，要求各种检测手段随时对仓库系统、物料流动系统、机床运行状态及机器人的活动空间进行有效的监测。

总之，测试技术与信号处理已广泛应用于国民经济的各个领域，并且起着越来越重要的作用。现代测试技术既是促进科技发展的重要技术，又是科学技术发展的结果。现代科技的发展不断地向测试技术提出新的要求，推动测试技术的发展。与此同时，测试技术迅速吸取和综合各个科技领域（如物理学、微电子学、计算机科学和工艺学、化学、生物学、材料科学等）的新成就，开拓出新的方法和装置。测试技术的发展水平已成为科技与经济发展现代化的重要标志之一。

三、测试过程和测试系统的组成

测试的过程就是获得信号并提取所需信息的过程。通常，测试工作的全过程包含着若干不同功能的环节：激励被测对象，信号的传感与变换、传输与调理、分析与处理、显示与记录等。测试过程既可以在人的干预和控制下进行，也可以借助于计算机技术自动实现。

测试系统是由一些功能不同的环节所组成的，实际的测试系统可以按最终所提供的测试结果是最必要的信号（包括数据）还是更便于识别的信号分为两种情形，前者所对应的测试系统是由最基本的环节构成的，其结构框图如图 0-1 所示。

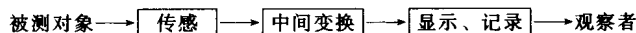


图 0-1 最基本的测试系统

传感部分是测试系统的信号获取环节，它将被测物理量转换成以电量为主要形式的信号，例如，机械振动转换为电压信号，应变转换为电阻信号等等。中间变换部分对传感部分所送出的信号进行加工，例如，将电阻信号变为电压信号，对信号进行放大、调制与解调，把模拟信号转换成数字信号等等。经过这样的加工使信号变为一些合乎需要、便于传输、显示或记录以及可作进一步分析和处理的信号。显示与记录部分以能为人观察和理解的形式给出测试结果（波形或数据）。

以上所列测试系统各组成部分是按“功能块”给出的，实际中的这些功能块所对应的具体装置或仪器的伸缩性很大。例如，中间变换部分有时可以是多种仪器组合成的、完成多种功能的复杂群体，有时却可能简单到仅有一个变换电路，甚至可能仅是一根导线。

随着测试技术的相关理论与相关技术的发展，已将信号的后续分析与处理部分引入测试系统，成为测试系统的有机组成部分，形成如图 0-2 所示的较为复杂的测试系统。在这些信号分析和处理部分中，无论是模拟信号处理，还是基于计算机技术的数字信号处理都是对所测信号作进一步的变换和运算等，从原始的测试信号中提取反映被测对象某些本质信息的特征量，以便于人们深入认识被测对象的状态和特性。

测试系统的作用是测出反映被测对象有关信息的信号，因此，无论中间经过多少环节的变换，测试系统必须如实地从信源点把承载信息的信号传输到输出端，整个测试过程要求既不失真，也无干扰。这就要求系统本身既具有不失真传输信号的能力，又具备在各种干扰情

况下能够提供反映正确信息所需信号的能力。

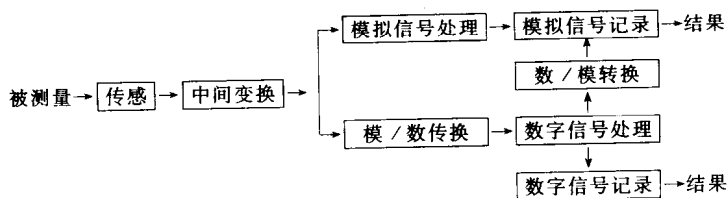


图 0-2 包含信号分析与处理的测试系统

测试系统在一定程度上是人类感官的某种延伸。但它比人的感官能获得更客观、更准确的量值，更为宽广的量限，更为迅速的反应。不仅如此，测试系统经过对信号的分析 and 处理，还能把最能反映被测对象物理本质的信息提取出来，并加以诊断，这就不仅是单纯的感官的延伸了，而是具有了选择、加工、处理以及判断的能力。因此，测试系统是人的感官与智能的取代和延伸。

四、本课程的要求和特点

《测试技术与信号处理》属于高等院校机械类与其他有关专业的一门技术基础课。通过本课程的学习，要求学生初步掌握动态测试与信号处理的基本知识与技能，培养正确选用和分析测试装置及系统的能力，为进一步学习、研究和解决机械工程动态测试问题打下基础。学完本课程之后，学生应对动态测试中的基本概念、问题、理论、方法、环节、手段有一个比较完整的认识，并能初步运用于常见动态机械量的测试。

学习本课程需要了解和掌握其特点，主要有以下四个方面：

(1) 发展快：测试技术学科发展极为迅速，新型的传感技术与电路，新型记录仪器，以及新的测试方法和手段、新的信号分析与处理的理论与方法不断出现。因此，我们应当将主要精力放在掌握动态测试的基本概念、理论、环节、原理以及基本的分析和综合方法上，从而为能够进一步学习本学科更新、更广泛的内容奠定基础。

(2) 理论性强：由于被测信号是随时间变化的动态量，必须对信号和所用测试装置及系统进行定量的描述、分析和研究。因此，经常需要用到有关的数学内容，这就使得课程中的有关内容理论性较强、较为抽象。此外，本课程还经常需要在频率域中研究问题，可能会由于陌生感而给初学者带来一定的难度。针对本课程的这些特殊性，学习过程中应当特别重视定量内容的物理概念及意义，只有在基本概念理解的基础上，才能对本课程入门和深入。此外，对于有关数学内容的把握应侧重在物理概念的理解和方法的运用上，防止抽象地研究数学内容本身。

(3) 工具性：对于机械量动态测试者而言，本课程是解决问题的一种工具，我们是“用”电量计的，而不是“搞”电量计的，学过本课程后，应能达到的基本要求是“选得准、用得好”。要能“选得准”就要了解各种电测环节的功能与应用，重点放在它们的外特性及影响测试精度的因素上，至于具体的电路原理和实现的方法则不属于本课程的要求范围。要能“用得好”就必须十分重视培养自己的实际动手能力。

(4) 边缘性：测试技术与信号处理是一门年轻的边缘性学科，它是综合运用其他多学科的内容与成果而发展起来的。因此，本课程所涉及的学科范围较广，与多门课程有关，具体

包括：数学（高等数学、工程数学）、物理学、电工电子学、力学、控制工程、机械设计等，此外，还需要机械工程方面的专业知识。这就要求在学习过程中，主动地对先修课程的有关内容进行回顾和联系。

信号的描述

信号中包含着某些反映被测物理系统或过程的状态和特性等方面的有用信息，它是我们认识客观事物内在规律、研究事物之间相互关系、预测事物未来发展的重要依据。

信号通常是时间的函数。信号随时间变化的特性不同，对所用测试装置的要求就不同，相应的分析和处理的方法也不同，而且测试结果的误差直接与信号的频率结构有关。总之，被测信号的特性对测试工作有着直接而重要的影响。因此，我们研究测试技术必须从信号入手，通过对信号的描述与分析，了解信号的频域构成以及时域与频域特性的内在联系。

本章只研究确定性信号的描述，其中分别讨论周期信号与非周期信号的频域描述与频谱分析方法，并为信号的分析、处理和应用提供有关理论基础。

本章要求了解信号的分类，掌握确定性信号的时域描述变换为频域描述的数学方法，建立并理解信号在频域描述中的有关概念及物理意义，熟练掌握对周期信号与非周期信号进行频谱分析的步骤与方法，熟知这两类信号各自的频谱特点。

本章重点是确定性信号的频谱分析方法，本章的难点是频域概念的建立与理解。

第一节 概 述

在工程实践和科学研究中，存在着各种各样的物理量(如机械振动、噪声、切削力、温度、变形等等)，并且经常由于科学研究或工程技术的需要，要求我们对由物理对象所产生的这些量进行测量，今后把被测的物理量以及由他转换所得的量均统称为信号。

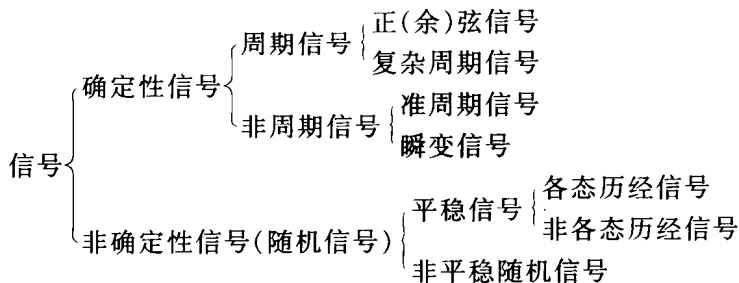
信号是转载信息的物理量函数。它是物理性的，具有能量，信号中蕴含着我们分析、解决问题所需要的信息，要获得有用信息，就需要测试信号。由于信号本身的特性对测试工作有着直接的重要影响，因此，对信号的研究具有十分重要的意义。

一、信号的分类

为了深入了解信号的物理实质，需要将其分类加以研究。

信号按其随时间变化的特点可以分为确定性信号和非确定性信号两大类。能够用明确的数学关系式来表达的信号，或者可以通过实验方法重复产生的信号称为确定性信号，如振动台的正弦振动，水银温度计的示值变化等。反之，不能用明确的数学关系式表达的或者无法重复产生的信号称为非确定性信号，又称随机信号，如机加工车间内的噪声，汽车行驶中的振动等。

以上两大类信号还可以根据各自的特点做进一步的划分,具体分类如下所示:



信号还可以按取值情况的不同分为连续信号和离散信号。连续信号是指在某一时间间隔内,除若干点外,对任意时间都具有确定函数值的信号,如图 1-1(a)所示。连续信号的幅度可以是连续的,也可以是离散的(只取某些规定值)。时间和幅度均为连续的信号为模拟信号,在实际应用中,模拟信号与连续信号两名词往往不予以区分。离散信号是指只在某些离散的瞬时才具有确定的函数值的信号,如图 1-1(b)所示,如果离散信号的幅度也是离散的,并以二进制的编码表示,则称之为数字信号。

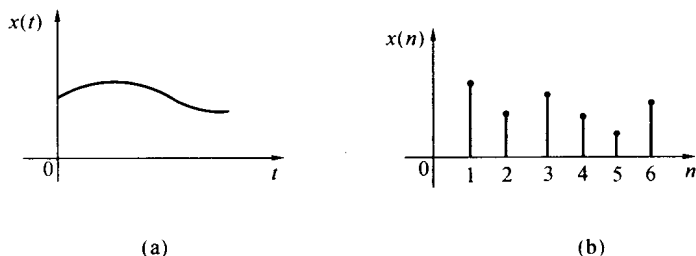


图 1-1 模拟信号与离散信号

严格地说,工程实际中的多数信号都带有一定的随机性质,但是,工程上为了简化问题的研究,常把实际信号近似作为确定性信号来处理,因此,研究确定性信号仍然具有重要的意义。

本章只讨论确定性信号,关于随机信号及其分析将在第七章中予以介绍。

二、信号的描述方式

我们可以从不同的角度或者说是不同的领域中描述信号。以时间 t 为自变量,用一个时间函数来表示信号称为信号的时域描述,如图 1-2(a)所示。这是信号的自然表现形式,也就是说信号是以随时间变化的形式出现或存在的,信号的时域描述只能反映信号随时间变化的总体情况,从测试结果能否反映被测信号出发,我们所关心的是信号的另外一种描述,把信号从时间域变换到频率域,即以频率 f 作为自变量建立信号与频率之间的函数关系,这称为信号的频域描述,如图 1-2(b)所示。它可以揭示信号中各分量的频率构成情况,为准确地测试信号提供必要的理论依据。信号的频率构成需要对信号进行频谱分析才能得到。除时间和频域描述之外,信号的描述方式还有:揭示信号幅值取各种可能值机会的“幅值域描述”,揭示信号自身的瞬时值相关程度或两信号相关程度的“时延域描述”,这两种描述方式将在第七章中介绍。

本章的核心问题是信号的频谱,进一步说,就是如何分别获得周期信号和非周期信号的

频谱。

对周期信号和非周期信号进行频谱分析的实质是相同的,那就是将信号分解,把复杂信号分解成基本信号之和,最常用的基本信号是正弦或余弦信号。每个正弦信号的频率是确定的,作为信号中的一个频率成分。一个复杂信号可以分解成多个频率不同的正(余)弦信号之和,也即化整体为局部,从而能够获得构成信号的频率结构。所谓频率结构反映的是一个信号是由哪些频率不同的分量、以什么样的对应关系组合而成,它揭示的是信号的频域特性。信号的频率结构最终通过幅值频谱图和相位频谱图来直观地描述。

动态测试关心的是信号的频域描述,而获得频域描述的依据是信号的时域描述,时域描述是动态信号最基本的描述,频域描述是本课程应用最多的描述,两种描述之间存有内在联系。

信号描述的任务是:首先将信号的时域描述变换为频域描述,所需运用的数学工具是傅里叶分析法,然后再由频域描述进一步求得信号的频谱。

描述信号的基本方法是:给出其数学表达式,或根据表达式进一步做出其几何图形。信号的时域和频域描述分别是时间的函数和频率的函数,为便于讨论,有时将信号与函数两名词通用。

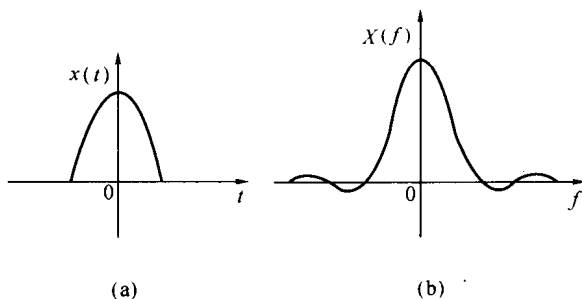


图 1-2 信号的时域描述和频域的描述

第二节 周期信号的频谱

一、概述

周期信号是按一定时间间隔周而复始,且无始无终的信号,其数学表达的通式为

$$x(t) = x(t + nT) \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-1)$$

式中 T ——周期。

常见的周期信号是正弦信号和余弦信号,两者可以互化。

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (1-2)$$

要完全确定一个正弦信号需要三个要素即幅值 A 、角频率 ω_0 或频率 f_0 和初相角 θ 。今后除特别需要外,把角频率和频率统称为频率。

首先我们可以看出式(1-2)是正弦信号的时域描述,不仅如此,该式还表明了信号只有一个频率成分,频率为 ω_0 ,从这一点看,式(1-2)同时又是正弦信号的频域描述。由此可知,正弦和余弦信号的特殊性所在,即它们都是单频结构且时域描述和频率描述是合二为一的,时域描述直接就可以反映出其频率结构,无需进行时域至频域的变换。因此说正(余)弦信号是最简单的周期信号,由于具有上述的特殊性,我们将它们作为可以合成其他任意动态信号的基本信号。

式(1-3)表示的是一个周期方波,显然,它是方波的时域描述,但与正(余)弦信号所不同

的是该时域描述未能反映出方波的频率构成情况,因此,该式只是方波的时域描述。实际上,方波为多频率结构,它除了含频率为 $f=1/T$ 的一个频率分量外,还含有其他许多频率不同的分量,要进一步明确了解这种多频结构,必须设法获得方波的频域描述。

$$x(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -A, & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

至此,我们看到在周期信号中又有进一步的分类,一类是最简单的周期信号,即正弦信号和余弦信号,统称为简谐信号或谐波;另一类则是以方波为代表的复杂周期信号或称非简谐周期信号。这两类信号的最大区别在于频率结构上单频与多频的不同。

接下来的问题是如何定量了解方波这类复杂周期信号的多频率结构。考虑到正弦信号的时域描述能够反映信号的频率结构,由此我们可以得到启发,是否能用多个频率不同的正(余)弦信号去合成一个多频率结构的方波,反过来说,是否可以将一个方波分解为多个不同频率的正(余)弦信号,也就是把方波的时域描述式(1-3)变换为用多个频率不同的正(余)弦信号的时域描述来表达,那么从变换后的表达式中,我们就能具体地看到方波的频域构成了。

以上关于“变换”的设想是可行的,实现的数学工具是傅里叶级数。

二、傅里叶级数与应用

1. 傅里叶级数概要

由高等数学已知,一个周期为 T 的周期信号 $x(t)$,如果满足狄里赫利条件,即在一个周期内,处处连续或只存在有限个跃度有限的间断点,有限个极值点,并绝对可积,则此信号 $x(t)$ 可以展开为傅里叶级数,它有三个等价的公式。

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-4)$$

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (1-5)$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (1-6)$$

式中 $\omega_0 = 2\pi/T$;

n ——整数变量;

$n\omega_0$ ——离散频率变量。

式(1-4)为傅里叶级数的基本表达式,式中的各参数分别用下列公式求得

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (1-7)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (1-8)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (1-9)$$