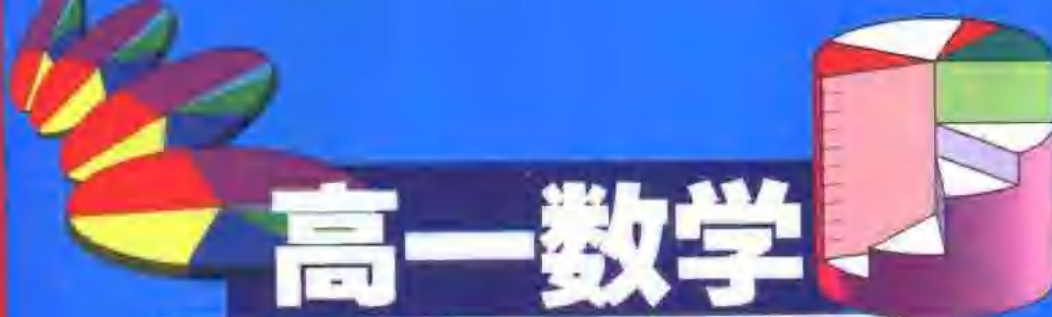




高一数学

HAI DIAN MING SHI DIAN JI

海淀名师点击

考必胜

丛书总主编：范存智
(北师大附中特级教师)

本册主编：张海伦

吉林教育出版社



双色版

SHUANG
SE
BAN

海淀名师

击

HAI DIAN MING SHI DIAN JI

HAI DIAN MING SHI XI LIE CONG SHU

北京海淀区特级高级教师联合编写

考必胜

高一数学

丛书总主编：范存智
(北师大附中特级教师)
本册主编：张海伦

吉林教育出版社

丛书主编：范存智

本册主编：张海伦

编 委：高文峰 张海伦 张桂侠

王劲松 王 瑞 刘洪欣

闫东梅

考必胜高一数学

责任编辑：王世斌 苏志刚 封面设计：大 印

出版：吉林教育出版社 850×1168 毫米 1/32 9.5 印张 333 千字

发行：吉林教育出版社 2002 年 6 月 2 版 2 次印刷

印数：10001-20000 册

定价：12.80 元

印刷：武汉市仕汇印务有限公司 ISBN7-5383-3776-8/G · 3414

前言

经各家名师精心构思和精心编写，与中学最新现行教材同步配套并紧靠新的《课程标准》的新型教学辅导丛书《考必胜》终于与广大师生见面了。

该丛书体现了近年教学改革与中高考的最新特点，遵循教、学、练、考的整体原则，使学生循序渐进的掌握所学知识，各学科各分册内容结构设计以下几个板块：

一、知识体系

对本章（单元）的知识进行系统的梳理，精要的提炼，让学生高层建筑的构建知识网络。

二、重点、难点、考点、热点

将本课（节）的重点、难点、考点、热点进行简明扼要的阐述和讲解，突破要点，不求大而全，只求少而精，具有针对性、时效性、可读性。

三、例题点悟

结合本课（节）的“四点突破”，设置中高考回顾或具有前瞻性的典型例题，对典型例题作精要的分析，给学生以解题的方法与技巧，形成规律上的认识，达到举一反三，触类旁通的目的。

四、挑战名题

设计一组具有代表性、新颖性、综合性和备考性的试题，注意试题的梯度、广度和深度。

五、综合能力测试

每章（单元）后均附一套检测学生发散思维的能力、综合思维能力的习题，题型全面新，知识覆盖面广。

6 参考答案

对所有习题均给出准确答案，对部分易错、难度较大试题进行简要分析。

7 丛书特点

第一科学性：与国家新颁布的新课程标准一致。

第二同步性：与现行教材配套，学生可以同步学习和训练，夯实基础，理科同步到节，文科同步到课。

第三启迪性：培养学生的思维能力，使学生很好地领悟、归纳、概括和运用知识要点和方法，切实掌握解题思路和方法。

第四综合性：既突出学科知识的衔接，又注重学科间的贯通，在切实提高学生智能素质基础上做到合理的拓展，有效地提高应试能力。

尽管我们在议书过程中，题题推敲，层层把关，力求能够帮助读者更好地把握本书的脉络和精华，但书中仍难免有疏忽之处，在期盼它的社会效益的同时，也诚挚地希望广大师生的批评指正。在金秋丰收的季节，我们期盼掌声响起！

编者

目 录

第一章 集合与简易逻辑 (1)

第一节 集合 (1)

第二节 子集、全集、补集 (5)

第三节 交集、并集 (8)

第四节 含绝对值的不等式解法 (12)

第五节 一元二次不等式解法 (15)

第六节 逻辑联结词 (19)

第七节 四种命题 (22)

第八节 充分条件与必要条件 (26)

第一章综合能力测试 (31)

第二章 函数 (34)

第一节 映射 (34)

第二节 函数 (41)

第三节 函数的单调性和奇偶性 (43)

第四节 反函数 (48)

第五节 指数 (53)

第六节 指数函数 (56)

第七节 对数 (60)

第八节 对数函数 (63)

第九节 函数的应用举例 (67)

第二章综合能力测试 (72)

第三章 数列 (75)

第一节 数列	(75)
第二节 等差数列	(78)
第三节 等差数列的前 n 项和	(81)
第四节 等比数列	(85)
第五节 等比数列的前 n 项和	(88)
第六节 研究性课题: 分期付款中的有关计算	(92)
第三章综合能力测试	(95)

上学期期中综合测试 (97)

上学期期末综合测试 (99)

第四章 三角函数 (102)

第一节 角的概念的推广	(103)
第二节 弧度制	(106)
第三节 任意角的三角函数	(109)
第四节 同角三角函数的基本关系式	(113)
第五节 正弦、余弦的诱导公式	(116)
第六节 两角和与差的正弦、余弦、正切	(119)
第七节 二倍角的正弦、余弦、正切	(123)
第八节 正弦函数、余弦函数的图象和性质	(127)
第九节 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(131)
第十节 正切函数的图象和性质	(136)
第十一节 已知三角函数值求角	(140)
第四章综合能力测试	(144)

第三章 平面向量	(147)
----------	-------

第一节 向量	(148)
第二节 向量的加法与减法	(151)
第三节 实数与向量的积	(155)
第四节 平面向量的坐标运算	(159)
第五节 线段的定比分点	(164)
第六节 平面向量的数量积及运算律	(168)
第七节 平面向量数量积的坐标表示	(173)
第八节 平移	(176)
第九节 正弦定理、余弦定理	(179)
第十节 解斜三角形应用举例	(183)
第十一节 实习作业	(187)
第五章综合能力测试	(190)

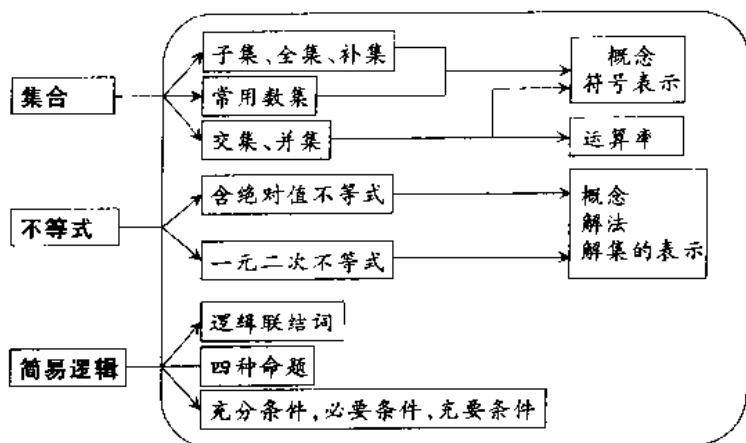
下学期期中综合测试	(193)
-----------	-------

下学期期末综合测试	(196)
-----------	-------

参考答案	(199)
------	-------

第1章 集合与简易逻辑

知识体系



第一节 集 合

重点难点考点热点

集合是近代数学中的基本概念之一，掌握集合的初步知识，可以使数学中其他的一些基本概念表达得更加准确，理解得更为深刻，集合概念是一种从整体角度认识问题的思想，它已渗透到数的各个分支，现代的函数概念正是建立在集合与映射基础之上的。

集合是数学中的最原始的概念之一，它和几何中的点、线、面一样，都是不加定义的，一组对象的全体形成一个集合，这是描述性的说明，集合中的元素既是“确定的”，又是“互异的”，还是“无序的”。就是说：

对于一个给定的集合 A , 任何一个对象 b , 或者是 A 的元素或者不是 A 的元素, 两种情况必有一种且只有一种成立, 就是集何的确定性; 集合 A 中所有相同的对象只能算作一个元素, 这是集合的互异性; 集合 A 中的元素不排次序性, 就是集合的“无序性”.

高考中, 有关集合方面的知识, 几乎年年必考, 一般以两种方式进行考查, 一是考集合本身的知识, 二是考查集合语言与集合思想的运用.

例题点悟

例 1 说出下面集合中的元素:

- (1) {比 5 小 3 的数};
- (2) { x 轴上到原点距离为 1 的点};
- (3) {函数 $y=x$ 的图象};
- (4) {一年中有 31 天的月份}.

解题提示 集合及其元素是数学中的原始概念, 就像几何中的点、直线、平面等概念一样, 不作定义, 只能作描述性的说明, 学习时应结合实例弄清它们的含义.

解: (1) 2. (2) $(-1, 0)$, $(1, 0)$. (3) 过坐标原点及 $(1, 1)$ 点的直线.
(4) 一月, 三月, 五月, 七月, 八月, 十月, 十二月.

解题方法 说出集合中的元素要说出所有的满足条件的元素.

例 2 判断正误:

- (1) $\sqrt{2}$ 的近似值的全体组成集合 { $\sqrt{2}$ 的近似值};
- (2) 集合 $\{1\}$, $\{2\}$ 组成集合 $\{1, 2\}$;
- (3) 内角和为 300° 的三角形的全体可组成一个集合;
- (4) 集合 $\{1, x, x^2 - x\}$ 中的元素 x 可以是任意一个实数;
- (5) 集合 $\{a, b\}$ 与集合 $\{b, a\}$ 是不同的两个集合.

解题提示 集合中的元素有确定性、互异性和无序性.

解: (1) 错误. “ $\sqrt{2}$ 的近似值” 无明确的标准, 因此无法客观地判断一个数是否 $\sqrt{2}$ 的近似值. 所以 “ $\sqrt{2}$ 的近似值” 不能组成集合.

(2) 错误. 集合 $\{1\}$ 与集合 $\{2\}$ 是两个确定的对象, 它们组成的集合为 $\{1\}$, $\{2\}$, 是以两个集合 (而不是数) 为元素的集合.

(3) 正确. “内角和为 300° 的三角形”是一个明确的标准, 所以它也构成一个集合——一个元素也没有的集合, 即空集.

(4) 错误. 集合 $\{1, x, x^2 - x\}$ 中三个元素 1 , x 和 $x^2 - x$ 应该是互不相等的, 则 $x \neq 1$, $x^2 - x \neq 1$, $x \neq x^2 - x$, 因此 $x \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq 2$ 及 $x \neq \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

(5) 错误. 集合 $\{a, b\}$ 与 $\{b, a\}$ 仅是集合中元素的列举次序不同, 因此它们是同一个集合.

挑战名题

1. 填空题

(1) 集合 $\{\text{方程 } x^2 = 2 \text{ 的解集}\}$ 的元素为_____.

(2) 集合 $\{(a, b)\}$ 中的元素为_____.

(3) 集合 $\left\{m \mid \frac{m-1}{4} \in \mathbb{N}, m \leq 30\right\}$

可用列举法表示为_____.

(4) 集合 $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$ 可用描述法表示为_____.

(5) 下列的表示中: ① $\{1\} \in \{1, 2\}$; ② $0 \in \emptyset$; ③ $\emptyset \in \{\emptyset\}$; ④ $\{\emptyset\} \in \{0, \emptyset\}$, 正确的表示有_____ (把你认为正确的序号都填上).

2. 选择题

(1) 集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{(1, 2)\}$, $C = \{1, 2\}$, $D = \{\text{过原点且与 } x \text{ 轴成 } 45^\circ \text{ 的直线}\}$, 其中为单元素集合的有 ()

A. A、B 与 D B. B 与 D C. A 与 B D. B 与 C

(2) 下列集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-1)(x-3) \leq 0\}$,

$C = \left\{(x, y) \mid y = \frac{2}{x}\right\}$,

$D = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y+2)^2 = 0\}$, $E = \{(x, y) \mid x(y-1) = 0\}$, 其中无限集的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(3) 与集合 $\{x|2x-1>0\}$ 表示同一集合的是

()

A. $\{2x-1>0\}$ B. $\{x>\frac{1}{2}\}$

C. $\{2x>1\}$ D. $\{x|x>\frac{1}{2}\}$

(4) 方程组 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ -3x+2y=3 \end{cases}$ 的解集为

()

A. $\{x=1, y=3\}$ B. $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

C. $\{(1,3)\}$ D. $\{1,3\}$

(5) 实数集 $\{a, a^2\}$ 的元素有

()

A. 2 个 B. 1 个或 2 个

C. 无数多个 D. 不能确定

3. 解答题

(1) 已知集合 $A=\{x|x^2+px+q=x\}$, $B=\{x|(x-1)^2+p(x-1)+q=x+1\}$, 若 $A=\{2\}$, 求集合 B .

(2) 已知集合 $M=\{a, a+d, a+2d\}$, $N=\{a, aq, aq^2\}$ 表示同一集合, 其中 $a \neq 0$, 求 q 的值.

(3) 已知集合 $A=\{x|2x^2+2=-ax, a \in R\}$, ①若 $A=\emptyset$, 求 a 的范围; ②若 A 中只有一个元素, 求 a 的值; ③若 A 中至多有一个元素, 求 a 的范围.

(4) 设 $f(x)=x^2+ax+b$, $A=\{x|f(x)=x\}=\{a\}$, $(a, b) \in M$, 求 M .

第二节 子集、全集、补集

重点难点考点热点

本节课的重点是子集、全集、补集的概念，难点是子集。

集合 A 是集合 B 的子集，其本质内容是：“集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素”其含义有两点（1）不管集合 A 是否含有元素，也不管集合 A 含有有限个元素，还是含有无限个元素；（2）只要是 A 的元素，一定是 B 的元素。如果 A 是 B 的真子集，则 A 是 B 的子集，同时 B 中至少有一个元素少有一个元素不属于 A ，即 A 是 B 的子集是 A 是 B 的真子集的必要条件。

在计算一个集合的补集时，首先要搞清全集是什么，其次具体计算时，可利用韦恩图或数轴帮助求解。

高考中这部分知识每年必考，1994 年全国统一高考试题中的一题：

设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ，集合 $B = \{2, 3, 4\}$ ，则 $\complement_I A \cup \complement_I B = (\quad)$

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

解： $\complement_I A = \{4\}$ ， $\complement_I B = \{0, 1\}$ ， $\complement_I A \cup \complement_I B = \{0, 1, 4\}$ ，故选 C。

本题主要考查补集的基础知识，也考查了子集和并集的知识。

注：用来表示集合及集合间关系的图叫韦恩图，用这种图解题的方法叫做韦恩图法。

例题点悟

例 1 已知集合 $A = \{0, 1\}$ ， $B = \{x | x \subseteq A\}$ ， $C = \{1\}$ ， $D = \{x | x \in A, x \in \mathbb{N}\}$ ，试确定 A 与 B 、 C 、 D 分别是什么关系。

解：因为集合 A 共有下列四个子集： $\emptyset$ ， $\{0\}$ ， $\{1\}$ ， $\{0, 1\}$ ，而集合 B 以 A 的所有子集为元素，所以 $B = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$ ，故 $A \in B$ 。

因为 C 中元素 $1 \in A$ ，而 A 中元素 $0 \notin C$ ，所以 $C \subseteq A$ ，且 $C \subsetneq A$ 。

因为集合 $D = \{0, 1\}$ ，所以 $A = D$ 。

例题方法

在集合与集合之间存在着“属于”、“包含”与“相等”等关系，判断两个集合之间的关系，要弄清两个问题：一是每个集合都以什么为元素，是数，是点，还是集合？二是两个集合有哪些相同元素，哪些不同的元素？弄清这两个问题再根据“子集”，“集合相等”等概念加以分析，就一定可以正确判断出两个集合之间的关系了。

例 2 若集合 $M = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$ ， $N = \{x | ax + 1 = 0\}$ ，且 $N \subseteq M$ ，求由 a 的可取值组成的集合。

思路提示

若满足 $N \subseteq M$ ，应有 N 中每个元素均属于 M ，或 $N = \emptyset$

解： $M = \{-2, 1\}$

当 $a = 0$ 时， $N = \emptyset$ ，满足 $N \subseteq M$ ；

当 $a \neq 0$ 时，方程 $ax + 1 = 0$ 的解为 $x = -\frac{1}{a}$ ，因为 $N \subseteq M$ ，则需 $-\frac{1}{a} = -2$

或 $-\frac{1}{a} = 1$ ，即 $a = \frac{1}{2}$ 或 $a = -1$ 。

故所求集合为 $0, \frac{1}{2}, -1$ 。

挑战名题

1. 填空题

(1) 集合 $\{(0, 1), (1, 1)\}$ 的子集有_____。

(2) 集合 $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ， $C = \{0, 3, 6, 8\}$ ，若 $A \subseteq B$ ，且 $A \subseteq C$ ，则满足条件的集合 A 有_____。

(3) 设全集 $U = \{x | x \geq -3\}$ ， $A = \{x | x > 0\}$ ，则 $\complement_U A =$ _____。

(4) 集合 $U = \left\{x \mid x = \frac{1}{2^n}, n \in N_+\right\}$ ， $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{4^n}, n \in N_+\right\}$ ，则 $\complement_U A =$ _____。

(5) 全集 $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ，且 $A = \{x \in S | x^2 - 5x + m = 0\}$ ，若 $\complement_S A = \{2, 3\}$ ，则 $m =$ _____。

2. 选择题

(1) 集合 $A = \{x | x \leq 7\}$, $a = 4\sqrt{3}$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $\{a\} \subseteq A$ B. $a \subseteq A$
C. $\{a\} \in A$ D. $a \notin A$

(2) 集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x > \frac{1}{2}\}$, 则 ① $0 \subseteq A$, ② $\emptyset \subseteq A$, ③ $\{0\} \subseteq A$, ④ $N \subseteq A$, ⑤ $\frac{1}{3} \notin A$ 各式中, 正确的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(3) 已知集合 $M = \{x | (x-1)^2 = 4\}$, $N = \{x | x \subseteq M\}$, 则 M 与 N 的关系是 ()

- A. $M \in N$ B. $M \notin N$ C. $M \subseteq N$ D. $M = N$

(4) 集合 $A = \{x | \frac{x-1}{x} \leq 0\}$, $B = \{x | x(x-1) \leq 0\}$, $C = \{x | \sqrt{\frac{1-x}{x}} \text{ 有意义}\}$ 之间的关系是 ()

- A. $A = B = C$ B. $A = C \subseteq B$
C. $A \subseteq B$, $C \subseteq B$, 但 $A \neq C$ D. $C \subseteq A \subseteq B$

(5) 集合 $A = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 4k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则正确的 ()

- A. $\complement_A B = \emptyset$ B. $(\complement_A B) = (\complement_Z B)$
C. $(\complement_Z A) \supseteq B$ D. $(\complement_Z A) \supsetneq (\complement_Z B)$

3. 解答题

(1) 已知集合 $A = \{x | x = a^2 + 1, a \in N_+\}$, $B = \{y | y = b^2 - 4b + 5, b \in N_+\}$, 求证: $A \subseteq B$.

(2) 设集合 $U = \{(x, y) | x^2 y^2 = 4, x \in Z, y \in Z\}$, $A = \{(x, y) | |x| = 2, |y| = 1\}$, 求 $\complement_U A$.

(3) 已知全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|a + 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{a + 3\}$, 求 a 的值.

(4) 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|a + 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求 a 的值.

(5) 设集合 $M = \{a, a + d, a + 2d\}$, $N = \{a, aq, aq^2\}$, 其中 $a \neq 0$, 且 $M = N$, 求 q 的值.

第三节 交集、并集

重点难点 考点热点

交集、并集是集合中的基本运算, 本节的重点与难点在于集合交、并、补的运算, 要理解用集合语言叙述数学命题, 能准确地将其转化成相关的代数语言和几何语言, 抓着集合语言向非集合语言的转化是打开解题之门的钥匙, 同时解题时, 要充分利用韦恩图及数轴, 数形结合.

在学习子、交、并、补集概念应注意对“任何一个”“都”“所有”“或”“且”等词的理解, “交集”是指两个集合中所有公共元素所组成的集合, “并集”概念中的“或”与生活用语中的“或”含义不同, 生活用语中的“或”一般是或此或彼必具其一, 不兼有. “并集”概念中的“或”是可兼有的, 但不必须兼有.

集合的交、并、补运算是高考的热点, 1998 年上海市高考试题中有一选择题为:

设全集为 R , $A = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x | |x - 5| < a\}$, (a 是常数), 且 $11 \in B$, 则 ()

A. $\complement_R A \cup B = R$ B. $A \cup \complement_R B = R$

C. $\complement_R A \cup \complement_R B = R$ D. $A \cup B = R$

解: 集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 6\}$, $\because B$ 不是空集, $\therefore a > 0$, $B = \{x | 5 - a < x < 5 + a\}$, $\because 11 \in B$, $\therefore |11 - 5| < a$, $a > 6$, $\therefore A \cup B = R$, 故选 D.

例题点悟

例1 设 $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x | x^2 + cx + 15 = 0\}$, 且 $A \cup B = \{3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求 a, b, c 的值.

解: $\because A \cap B = \{3\}$, $\therefore 3 \in B$, $\therefore 3^2 + 3c + 15 = 0$, $\therefore c = -8$. 由方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 解得 $x = 3$ 或 $x = 5$, $\therefore B = \{3, 5\}$.

$\because 3 \in A$, $A \subseteq (A \cup B) = \{3, 5\}$, 若 $5 \in A$, 则 $5 \in A \cap B$ 与 $A \cap B = \{3\}$ 矛盾, $\therefore 5 \notin A$, 知 $A = \{3\}$. 故方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有两相同的根 3.

由韦达定理, $3 + 3 = -a$, $3 \times 3 = b$, $\therefore a = -6$, $b = 9$.

解题方法 本题是已知两集合的交集与并集, 确定两集合的未知元素. 这要求同学们会运用交集与并集的定义, 并了解它们的性质. 注意 $A \cap B = \{3\}$ 则有且只有 3 既属于 A 又属于 B , $A \cup B = \{3, 5\}$, 则 A, B 只能是 $\{3, 5\}$ 的子集.

例2 设集合 A, B 都是全集 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集, 已知 $(\complement_S A) \cap B = \{1\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$, $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{2\}$, 求 $\complement_S (A \cup B)$ 及 $A \cap (\complement_S B)$.

解题提示 本题涉及集合 A, B 及其补集、交集和并集, 关系比较复杂, 可借助图形来表示和考虑. 如图 1-1, 用方框表示全集 S , 用两个圆分别表示集合 A 与 B , 则全集 S 由四部分组成: $A \cap (\complement_S B)$, $A \cap B$, $B \cap (\complement_S A)$, $\complement_S (A \cup B)$, 这四部分的并集为全集, 它们彼此的交集为空集.

解: 如图 1-1, 方框、圆 A 及圆 B 的内部分别表示全集 S , 集合 A 及集合 B .

由 $(\complement_S A) \cap B = \{1\}$ 知, 圆 B 内且圆 A 外的部分有 1, 由 $A \cap B = \{3, 5\}$, 圆

A, B 的公共部分有 3, 5, 由 $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{2\}$ 知, 两圆以外方框之内