

线性控制系统

卢伯英 主编

北京航空航天大学出版社

线 性 控 制 系 统

卢伯英 主编

北京航空航天大学出版社

(京)新登字 166 号

内 容 简 介

本书是为航空航天部部属院校电子类专业大学生编写的线性控制系统教材。书中包括惯用控制理论和状态空间理论两部分内容。作者力图将两部分内容融合为一体，以便为读者提供一种完善的控制系统分析设计方法。本书的特点是，强调线性控制系统的基木理论和方法，同时在选材上考虑到电子类专业学生的特点，做到学以致用。加强了控制系统计算机分析和设计，以及计算机控制方面的内容，以适应新技术的发展和实际工作的需要。可以作为高等学校无线电技术、电子工程、信息工程等专业大学生的控制理论课程教材，也可以供在这些领域工作的工程技术人员参考。

线 性 控 制 系 统 XIANXING KONGZHI XITONG

卢伯英 主编
责任编辑 郭学廉 郑忠妹 刘登敏

北京航空航天大学出版社出版
新华书店总店科技发行所发行 各地书店经售
朝阳科普印刷厂印装

* * *
787×1092 1/16 印张：22.75 字数：582千字
1993年8月第一版 1993年8月第一次印刷 印数：5000册
ISBN 7-81012-427-7/TP·093 定价：13.45元

前　　言

本书是根据航空航天工业部教材编审室审订的《线性控制系统》教学大纲编写的，并且由该编审室推荐出版，作为电子工程类本科大学生的教材。

参加本书编写工作的同志，都是在航空院校电子工程专业从事过多年自动控制课程教学工作的教师。他们在总结过去多年教学工作经验的基础上，参考过去编辑出版过的同类教材，充分考虑航空电子类专业的特点，经过深入研究，制订出统一的编写大纲，然后分工合作编写出了这本教材。

本书具有以下特点：

首先，仅限于讨论线性控制系统理论，即只讨论控制系统理论中的基础性理论。这是因为线性控制系统理论比较成熟，而且大多数实际系统，可以近似为线性系统，适用于线性控制系统理论。因此，线性控制系统理论构成了控制系统理论的基础。

其次，充分考虑了本学科的新发展，在内容的选择上，采取了惯用（经典）控制理论与状态空间理论并重的原则，从而使学生具备比较全面的线性控制系统理论知识，以应付工程上可能遇到的各种问题。在阐述惯用控制理论和状态空间理论的过程中，尽量揭示两者之间的内在联系，做到在系统的分析内容上，将两者有机的结合起来，在系统的设计内容上，则有分有合。

第三，充分考虑了航空电子工程类专业的特点。在内容的取舍、例题和习题的选择上，都尽量照顾到航空电子类专业学生的特点，力求做到学以致用。

第四，注意到近年来计算机应用技术的发展，加强了控制系统的计算机辅助分析和设计方面的内容，增加了计算机控制方面的内容。

全书共分九章。第一章介绍控制系统的基本概念。第二章讨论线性控制系统的数学模型，包括惯用的传递函数模型与状态空间模型。第三、四、五章讨论线性控制系统的惯用分析研究方法，包括时域和频域分析方法以及根轨迹研究方法。第六章介绍控制系统的计算机辅助分析研究方法。第七章介绍状态空间分析和设计的理论和方法。包括可控性、可观测性概念，极点配置与状态观测器等。第八章讨论采样控制系统。包括脉冲传递函数、采样控制系统的稳定性分析，瞬态分析、稳态分析和状态空间分析。第九章介绍了计算机控制系统的常用算法及其实现。最后，作为附录，介绍了常用的拉普拉斯变换定理，拉普拉斯反变换方法，以及常用函数的拉普拉斯变换表，供读者参考。

本书第一、二、七章及附录由卢伯英编写，第三、五章由张志文编写，第四、九章由李中兴编写，第六、八章由戴明桢编写。卢伯英担任本书主编，并对全书进行了统编。

陈宗基教授审阅了本书的初稿，并提出了宝贵意见。在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，编写时间仓促，缺点与错误在所难免，敬请读者批评指正。

编者 1992年4月

目 次

第一章 绪 论	(1)
§ 1-1 控制系统的一般概念	(1)
§ 1-2 对控制系统的根本要求	(5)
§ 1-3 控制系统举例	(6)
习 题	(9)
第二章 控制系统的数学模型	(10)
§ 2-1 传递函数与方块图	(10)
§ 2-2 状态空间模型	(16)
§ 2-3 非线性数学模型的线性化	(29)
习 题	(31)
第三章 时域分析	(34)
§ 3-1 瞬态响应与瞬态性能指标	(34)
§ 3-2 稳定性分析	(51)
§ 3-3 稳态误差分析	(55)
习 题	(60)
第四章 根轨迹法	(65)
§ 4-1 根轨迹及根轨迹方程	(65)
§ 4-2 绘制根轨迹图的基本规则	(71)
§ 4-3 控制系统的根轨迹分析	(84)
§ 4-4 广义根轨迹	(91)
习 题	(93)
第五章 频域分析	(96)
§ 5-1 基本环节的频率特性	(96)
§ 5-2 开环系统的频率特性	(103)
§ 5-3 奈奎斯特稳定判据	(109)
§ 5-4 稳定裕量	(114)
§ 5-5 闭环系统频率特性	(120)
§ 5-6 频域与时域性能指标之间的关系	(123)

§ 5-7 控制系统的校正方法	(128)
习 题.....	(143)
第六章 控制系统的计算机辅助分析.....	(149)
§ 6-1 开环、闭环频率特性的计算	(149)
§ 6-2 反馈控制系统的稳定性分析	(152)
§ 6-3 计算反馈控制系统的时域响应	(156)
§ 6-4 利用数字机绘制根轨迹图	(164)
习 题.....	(182)
第七章 状态空间分析和设计.....	(184)
§ 7-1 引 言	(184)
§ 7-2 状态方程求解	(184)
§ 7-3 系统的可控性与可观测性	(194)
§ 7-4 线性变换与标准形	(203)
§ 7-5 极点配置与状态观测器	(211)
习 题.....	(221)
第八章 采样控制系统.....	(225)
§ 8-1 信号的采样和恢复	(226)
§ 8-2 z 变换	(232)
§ 8-3 脉冲传递函数	(239)
§ 8-4 稳定性分析	(244)
§ 8-5 稳态误差分析	(248)
§ 8-6 瞬态特性分析	(251)
§ 8-7 根轨迹和伯德图	(257)
§ 8-8 状态空间分析	(260)
§ 8-9 连续状态方程的离散化	(268)
§ 8-10 采样系统的校正	(270)
习 题.....	(279)
第九章 计算机控制系统.....	(284)
§ 9-1 概 述	(284)
§ 9-2 最少拍数字调节器离散化设计	(288)
§ 9-3 PID 控制算法	(299)
§ 9-4 纯滞后对象的控制算法	(314)
§ 9-5 计算机控制系统的实现	(321)
§ 9-6 计算机控制系统设计举例	(328)
附录 A 拉普拉斯变换.....	(345)

第一章 绪 论

§ 1-1 控制系统的一般概念

在科学技术的发展过程中，自动控制起着重要作用，它的应用已经渗透到国民经济和国防建设的各个领域。可以说，工作在各个领域的工程技术人员和科学工作者，几乎都需要具备一定的自动控制知识。特别是在航空与航天技术中，如在飞机、导弹、卫星和航天飞机等技术领域，自动控制系统具有特别重要的作用。近年来自动控制理论的应用范围，已经扩展到非工程学科，如已经应用到经济学、生物医学、社会科学等领域。所以在现代社会条件下，这门学科已经成为一门普遍适用的基础学科。

本节将介绍有关控制系统的一些基本概念。

1. 开环控制与闭环反馈控制

图 1-1 是一种手动天线控制系统。通过操纵人员改变电位器滑动触点 1 的位置，可以获得大小和极性不同的信号电压 Δu ， Δu 经放大加到电动机电枢上，使电动机经减速器带动天线转动。天线转动的方向与 Δu 极性相应，天线转动的快慢与 Δu 大小相应。如果希望天线去跟踪某一空中目标，则雷达操纵人员，首先需要通过荧光屏，观测雷达天线指向与目标方向之间的偏差，然后改变电位计滑动子 1 的位置，以操纵天线跟踪目标运转。这种控制过程，可以用图 1-2 所示的方块图来表示。

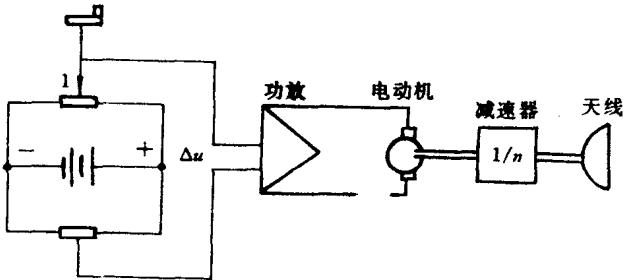


图 1-1 手动天线控制系统

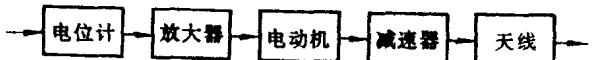


图 1-2 手动天线控制系统方块图

在超外差式雷达接收机中，为了保证接收机正常工作，必须使混频以后得到的实际中频 f_1 ，与额定中频 f_{10} 基本上相等。但由于发射机磁控管振荡频率 f_s ，和接收机本振频率 f_L ，稳定性不高，易受外界条件影响，所以混频后得到的实际中频 f_1 ，会偏离额定中频 f_{10} 。从而造成中频放大器各级失谐，使中频增益显著下降，降低了接收机的灵敏度。为了防止产生这种情况，可以采用手动频率调整。当操纵人员观察到实际中频 f_1 偏离额定中频 f_{10} 时，可以调整串接在速调管反射极电路内的电位器，改变本机振荡器中速调管的反射极电压，使本振频率 f_L 发生变化，以便将实际中频 f_1 拉回到额定中频 f_{10} 上。图 1-3 是雷达的手动频率控制系统方块图。

以上两种控制系统虽然具体结构不同，一个由机电元件组成，一个由电子线路组成，但

是它们有着共同的特点。首先，在控制过程中，它们不能离开人的操纵。既需要操纵人员观测误差，又需要操纵人员根据误差情况，给出相应的控制信息。所以它们不是自动化的控制系统。其次，这类控制系统的精度不高，反应也比较迟缓，所以随着生产和科学技术的不断发展，自动化控制系统的出现是必然的。

通过分析以上两例的控制过程，可以看出，操纵人员在控制过程中的作用是，比较被控量（天线指向，实际中频 f_1 ）与参考量（目标方向，额定中频 f_{10} ），得到误差，并根据误差的性质，经操纵人员判断，发出相应的控制信息，以消除误差。如果能用自动化元件代替操纵人员的这种职能，就可以将操纵人员从控制过程中解放出来，构成自动控制系统。

图 1-4 是雷达的自动频率控制系统方块图。图中参考量是额定中频 f_{10} ，它被整定在 AFC 电路中。 f_1 是实际中频，它是被控量。比较手动频率控制系统图 1-3，与自动频率控制系统图 1-4，可以看出，后者增加了一条被控量 f_1 的反馈通道，并且增加了一个 AFC 电路。它们的功能是将被控量 f_1 与参考量 f_{10} 进行比较，形成误差电压 E_c ，即主要起鉴频作用。当实际中频（即被控量） f_1 偏离额定中频（即参考量） f_{10} 时，通过 AFC 电路的鉴频、检波和放大，产生一个控制电压 E_c ，从而使本机振荡器频率发生相应变化，促使实际中频 f_1 向 f_{10} 靠近，直到 f_1 到达 f_{10} ，误差信号消失为止。

图 1-5 是雷达的角自动跟踪系统方块图。系统的输入量是目标位置线（方位角 α_0 和俯仰角 β_0 ），输出量是天线光学轴（方位角 α_a 和俯仰角 β_a ）。天线角跟踪系统的功能是，使天线指向与目标的方向趋于一致，最后实现 $\alpha_a = \alpha_0, \beta_a = \beta_0$ 。系统的角误差是 $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_a$ ，和 $\Delta\beta = \beta_0 - \beta_a$ 。

在单脉冲雷达中，用四喇叭及和差比较器提取此角误差信息，再经过接收机放大，相位检波，最后从误差信号检波器的输出端，获得与角误差 $\Delta\alpha$ 及 $\Delta\beta$ 有关的误差电压 Δu 。在圆锥扫描雷达中，则是通过天线圆锥扫描，获得角误差信息，再经过接收机放大，检波，误差信号检波，最后从鉴相器滤波网络的输出端，得到与 $\Delta\alpha, \Delta\beta$ 有关的方位角误差电压和俯仰角误差电压。该误差电压经过功率放大，加到电动机电枢上，使电动机通过减速器，带动天线沿方位和俯仰方向转动，直到天线指向与目标方向趋于一致，使天线对准目标为止。将图 1-5 的角自动跟踪系统与图 1-2 的手动天控系统进行比较，同样可以看出，前者比后者多了一条被控量（天线指向的角坐标）的反馈通道，以及对天线指向与目标方向进行比较，形成误差电压 Δu 的设备。

从图 1-4 和图 1-5 所示自动控制系统可以看出，为了构成自动控制，必须把被控量反馈到

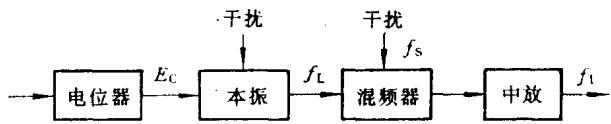


图 1-3 手动频率控制系统方块图

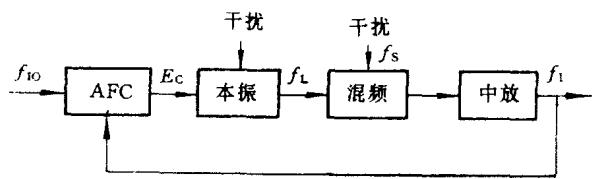


图 1-4 自动频率控制系统方块图

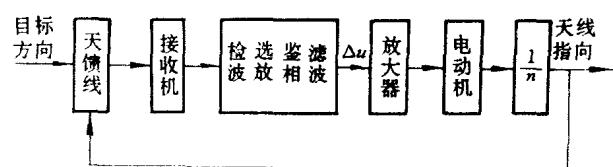


图 1-5 雷达角自动跟踪系统方块图

输入端，与输入量（或参考量）进行比较，以形成误差信号。所以这种自动控制系统称为反馈控制系统。因为从输出端到输入端的反馈通道，与系统的前向通道构成闭合环路，所以这种系统又叫做闭环系统。反馈控制系统属闭环系统。与此对应，图 1-2 和图 1-3 所示的系统，只具有前向通道，没有反馈通道，所以叫做开环系统。

开环系统的特点，是系统的输出量不影响系统的输入控制量，图 1-6 是开环系统的典型方块图。图 1-7 则是闭环系统的典型方块图。

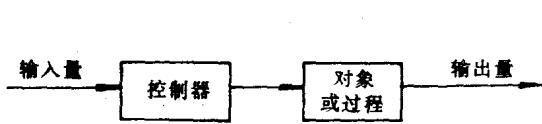


图 1-6 开环控制系统

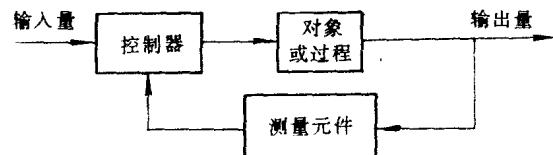
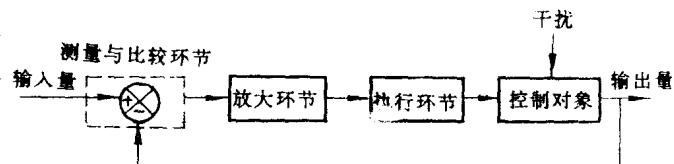


图 1-7 闭环控制系统

闭环控制系统的优点是采用了反馈，因而使系统响应具有抗外部干扰和抗内部参数变化影响的能力。这样，对于给定的控制对象，有可能用不太精密的廉价元件，构成精确的控制系统。相反，开环系统则不可能做到这一点。从稳定性的角度考虑，对开环系统来说不存在什么问题，而对闭环系统来说，则稳定性始终是一个需要认真对待的问题。由于开环控制比较简单，所以在开环控制能够满足要求的情况下，应避免采用闭环控制。

2. 控制系统的基本组成

闭环反馈控制系统是工程上经常采用的一类自动控制系统。图 1-8 就是这类控制系统的典型方块图，它具有下列基本环节：



(1) 测量与比较环节

对输入量和被控制量进行测量，并

图 1-8 典型反馈控制系统方块图

对它们进行比较，以获得误差信号。如雷达角跟踪系统中的自整角机，自动频率控制系统中的鉴频器等。

(2) 放大环节

将误差信号进行功率放大和能量变换。如各种放大器，电液伺服阀，可控硅等。

(3) 执行环节

根据误差信号，产生相应的控制作用，使被控量向输入量靠近。如电动机，液压马达等。

应当强调指出，这种反馈控制系统具有以下特点：第一，反馈必须是负反馈。即反馈的作用，必须是消除或减小误差。所以反馈控制系统基本上是负反馈系统。第二，反馈控制系统是以误差进行控制的，只要有误差产生，就会产生控制作用。从原理上说，反馈控制系统是能够抑制干扰的。这是反馈控制的一个重要优点。特别是在电路系统中，由于存在电源波动，环境（温度、压力、湿度等）变化，电子元件的预热过程，负载的变化等干扰，采用反馈控制是极为有利的。

反馈控制系统在通信与电子系统中的应用非常广泛，小至一个具体电路，如各种反馈放大器，振荡器，稳压电源，锁相环等。大至雷达的各种自动控制系统，如角自动跟踪系统，自动频率控制系统，距离自动跟踪系统，自动增益控制系统等。

图 1-9 是锁相环的典型方块图。在锁相稳频系统中，锁相环的功能与自动频率控制系统一样，也是一种实现稳频的反馈控制系统。但它的频稳度远比自动频率控制系统高，所以在近代雷达中得到广泛应用。例如，利用锁相环可以稳定雷达接收机的本振频率。锁相环的输入信号，是由高稳定度的晶体振荡器产生的。

通过环路的反馈控制，实现输出信号对输入信号的相位跟踪，达到稳频的目的。一般振荡器的频稳度是不高的，当压控振荡器输出信号的频率(相位)因某种干扰而发生变化时，通过反馈通道，在鉴相器内对输入、输出信号的相位进行比较，产生一个与相位差大小和极性有关的误差电压。然后经过低通滤波，去掉噪声和不必要的分量，再经过直流放大，加到压控振荡器的控制级，使压控振荡器的输出信号与基准输入信号，在相位(频率)上同步。

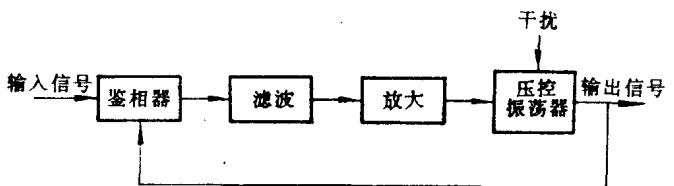


图 1-9 锁相环典型方块图

3. 控制系统的分类

控制系统具有以下不同的分类方法：

(1) 按照动态与静态分

① 动态系统——系统的过去输入量对现在的输出量发生影响，用微分方程或差分方程描述其特性；

② 静态系统——系统的输出量仅与现在(瞬时)的输入量有关，用代数方程描述其特性。

(2) 按连续与离散分

① 连续时间系统——时间是连续进行变化的，用微分方程进行描述；

② 离散时间系统——时间的变化是断续进行的，用差分方程描述其特性。

(3) 按线性与非线性分

① 线性系统——对应于输入 u_1, u_2 的系统输出为 y_1, y_2 ，如果对应于输入 $\alpha u_1 + \beta u_2$ 其输出为 $\alpha y_1 + \beta y_2$ ，即满足叠加原理，则系统是线性的；

② 非线性系统——系统的输入量与输出量之间不满足叠加原理。

(4) 按集中参数与分布参数分

① 集中参数系统——由离散的元素构成的系统，用常微分方程描述系统特性；

② 分布参数系统——是一种空间分布的系统，用偏微分方程描述系统特性。

(5) 按时变时不不变分

① 定常(时不变)系统——系统参数不随时间变化的系统，也称常系数系统；

② 时变系统——系统参数随时间变化的系统。

(6) 按随机与确定性分

① 随机系统——输入量与系统参数作不规则变化的系统；

② 确定性系统——输入量和系统参数无不规则变化的系统。

(7) 按输入和输出量的多少分

① 单输入单输出系统——只有一个输入量和一个输出量的系统；

② 多输入多输出系统——具有一个以上的输入量和输出量的系统。

§ 1-2 对控制系统的根本要求

1. 控制系统的典型动态特性

现以单输出单输入的闭环反馈控制系统为例，阐明系统的典型动态特性。反馈控制的目的是，使被控对象最终按照所需要的规律进行变化。在控制过程中，被控对象趋于一定变化规律的过程，称为系统的动态过程，或称为系统的动态特性。以雷达角跟踪系统为例，来说明在控制过程中，系统的典型动态特性。图 1-5 所示雷达角跟踪系统，可以简化为图 1-10 所示的原理方块图。这里以方位通道为例，进行说明。设开始时，系统处于静止状态，在 $t=0$ 瞬间，对系统加一个阶跃输入信号 a_0 ，于是产生误差角 $\Delta\alpha = a_0 - a_s > 0$ 。经过系统的变换设备，产生一个与 $\Delta\alpha$ 成比例的误差信号电压 Δu 。 Δu 经功率放大后，驱使电动机转动。电动机通过减速器带动雷达天线。

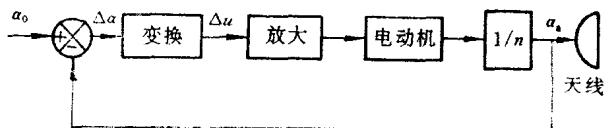


图 1-10 角跟踪系统原理方块图

水平运动，形成天线的方位角 a_s ，如图 1-11 所示。由于是负反馈控制系统，所以天线的运动方向是使 $\Delta\alpha$ 减小。但是在 a_s 没有达到 a_0 以前， $\Delta u \neq 0$ ，天线在电动机带动下，将继续转动。直到 $a_s = a_0$ 时，相当于图 1-11 中 $t=t_r$ 瞬时，这时 $\Delta\alpha = 0$ ，因而 $\Delta u = 0$ ，误差信号电压消失。但是，由于电动机、减速器和天线本身的惯性，在 t_r 瞬时，天线不可能立刻停止运动，而是继续运动，超过 a_0 ，形成负的误差角 $\Delta\alpha = a_0 - a_s < 0$ 。因此 Δu 的极性发生变化，经放大器放大后，加到电动机电枢上的电压极性也相反，从而使电动机产生

一个阻止其继续转动的力矩。直到 $t=t_p$ 瞬间，电动机的动能已消耗完，因而不再向原来方向继续转动。但是，在电动机反向力矩作用下，天线向相反方向转动。这样周而复始，经过几次超调后，天线的方位角坐标 a_s 便趋于目标的角坐标 a_0 ，最后使天线稳定下来。这时相当于图 1-11 中的 t_p 瞬时。被控对象在 0 到 t_p 这段时间内的运动特性，叫做系统的动态特性。从 0 到 t_p 这段过程，就叫做系统的动态过程，或称为过渡过程。这一段过程反映了被控对象（或被控量），趋于所希望的运动状态的具体情况，它反映了系统控制性能的好坏。因此，对控制系统的研究，就要以分析研究这一过程为出发点。

2. 典型动态过程中的基本问题

分析图 1-11 所示系统的典型动态特性，可以看出，一个系统动态特性的好坏，可从以下三个方面加以衡量。

首先，对于一个可以正常工作的系统，在动态过程中，系统的被控量围绕平衡位置摆动若干次之后，应能够稳定到平衡位置。即它的摆动幅度必须是逐渐衰减的。如果被控量围绕

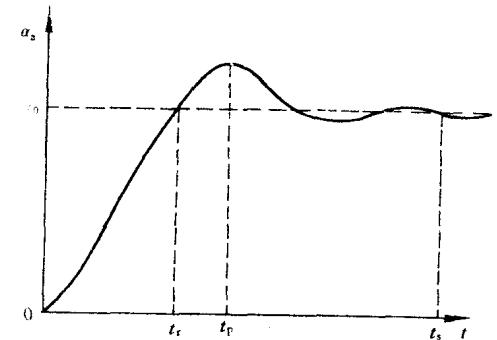


图 1-11 系统的典型动态特性

平衡位置的摆动幅度保持不变，或者摆动幅度反而越来越大，那么被控量将永远达不到平衡位置，因而不可能实现预期的控制目的。这样的系统当然是不能正常工作的，这种系统称为不稳定系统。所以，控制系统首先必须满足稳定性要求。

其次，如果系统是稳定的，那么总是希望系统能尽快达到稳定状态，即希望系统能尽快的消除误差。否则系统也不能很好的满足工程需要。系统的这种性能，称为快速性，在图 1-11 中可以用 t_s 来衡量。

第三，系统经过过渡过程达到稳定状态以后，被控量与参考量之间的误差应当很小。否则就无法满足工程上必要的精度要求。系统的这种性能，称为系统的准确性。

总之，为了满足工程上的需要，控制系统首先必须是稳定的，其次还必须具备一定的快速性和准确性。稳定、快速、准确，这是对控制系统的三项基本要求，也是本书将要研究的三个基本问题。

§ 1-3 控制系统举例

近年来随着数字技术和计算机技术的飞速发展，出现了先进的数字控制系统和计算机控制系统；在航空航天领域则产生了一些复杂的大型控制系统，它们采用了先进的电子技术和现代控制理论成果。

1. 数字控制系统

数字控制是一种用数字来控制机器部件运动的方法。在数字控制中，工作台的运动可以由纸带上的二进制信息来控制。

在这种控制系统中，利用电的（或其它形式的）信号，可以将数字符号转化为物理量（大小或数量），这样就把电码译成直线运动或圆周运动。这里采用的信号或者是数字的（脉冲），或者是模拟的（时变电压）。

图 1-12 表示出系统的工作原理：按照对工作 P 的要求，在纸带上进行二进制编码。首先

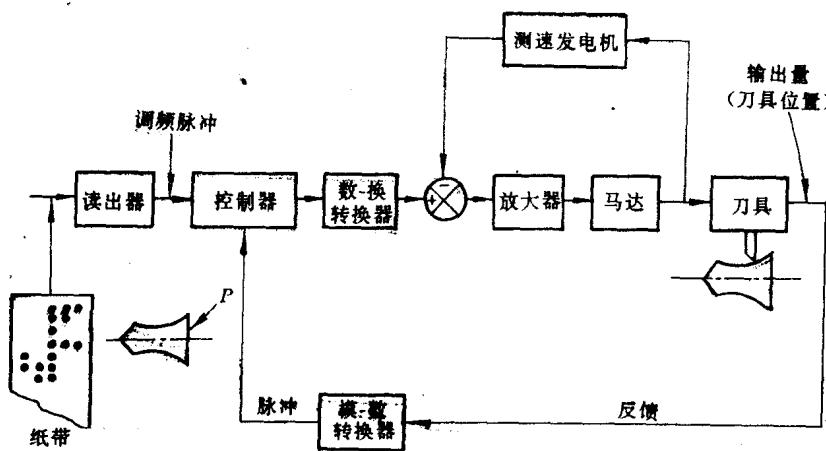


图 1-12 机床的数字控制

启动系统，于是纸带上的信息通过读出器送进系统。输入调频脉冲信号与反馈脉冲信号进行比较。随后数-模转换器将脉冲信号转变为模拟信号，即转变为具有一定数值的电压值，从而使伺服马达转动起来。刀架的位置由伺服马达的输入信号控制。与刀盘连结在一起的转换器，将刀具的运动转变为电信号，然后通过模-数转换器，又将它转变为脉冲信号。这一脉冲信号与输入脉冲信号进行比较。控制器根据脉冲信号的差值进行数学运算。如果在两个脉冲信号之间存在某一差值，便有信号电压输送到伺服马达，以减少这一差值。

数字控制的优点是，可以在铣床上以最大的速度加工复杂的零件，而公差保持不变。

2. 计算机控制系统

图 1-13 是一个鼓风炉计算机控制的原理图。鼓风炉是一个高达 30m 的庞大设备。一座现代化的鼓风炉，每天可以生产 4000t 生铁，而且由于熔化过程的性质，还必须保持炉子连续工作。

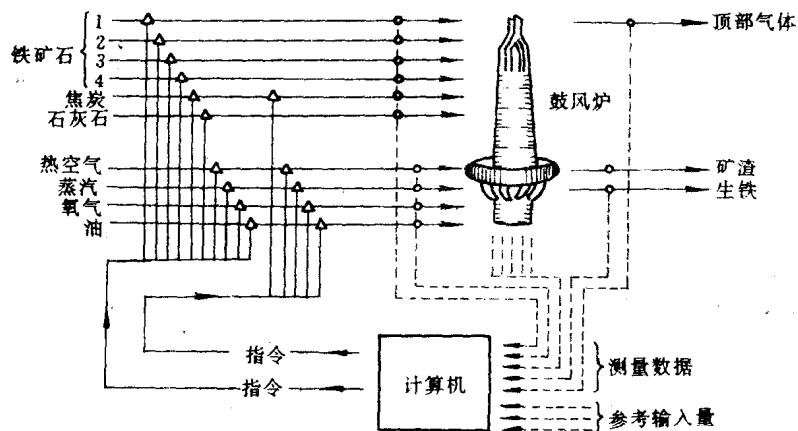


图 1-13 鼓风炉的计算机控制

铁矿石、焦炭和石灰石，应按照一定的比例从炉顶装进炉膛内（生产 1t 生铁，大约需要 2t 铁矿石，1t 焦炭，0.5t 熔剂和 4.5t 空气）。在熔炼过程中，空气是非常重要的，必须将空气在热风炉内加热，然后由鼓风机将热风吹进炉膛内。炉内的热量是由焦炭燃烧而产生的，由于燃烧过程的不完全，在炉膛内还产生了一氧化碳气体。一氧化碳气体与焦炭一起，使炉内的铁矿石还原为金属铁，而作为熔剂的石灰石，则将杂质化为矿渣。熔化的铁水沉在炉底，而液态的矿渣则漂浮在表面上。熔化的铁水和液态矿渣定期的从专用排出口放出炉外。

因为生铁中所含的碳、锰、硅、硫、磷等杂质的数量，主要取决于采用的矿石、焦炭和石灰石的成分，所以用人工来控制从炉内流出的生铁的化学成分，是非常困难的。

当在这种炉子中采用计算机控制时，则可将有关生铁、矿渣和炉顶气体的成分方面的信息，以及炉内的温度、压力和有关矿石、焦炭、石灰石的成分方面的信息，在一定时间内，一并送入计算机内。通过计算机的复杂运算，即可确定应当送进炉内的各种原料的最佳数量。这样就能够保证生铁的成分满足要求，同时也能够保证鼓风炉在满意的条件下稳定地运转。

但是应当指出，在这种计算机控制过程中，必须有一个合适的数学模型。而要推导一个合适的数学模型，往往是一件很困难的事情，因为并非所有影响系统动态特性的因素都是已

知的。还应当指出，在计算机控制中，所需要的各种变量的测量，可能是很困难的，甚至是不可能的。在这种情况下，对那些不能进行测量的变量，必须用统计的方法进行估值。

3. 自动飞机着陆系统

图 1-14 为一自动飞机着陆系统。该系统由三个基本部分组成：飞机、雷达部分和控制部分。控制系统工作时，雷达部分对飞机的水平位置和垂直位置进行测量，然后将测量结果传送到控制部分。根据测量结果，控制部分计算出适当的俯仰和倾斜指令，并将这些指令发送到飞机自动驾驶仪，从而使飞机产生相应地响应。图中的控制部分为一数字计算机，水平控制系统控制飞机的水平位置，垂直控制系统则控制飞机的垂直高度，而且它们的控制是相互独立的。

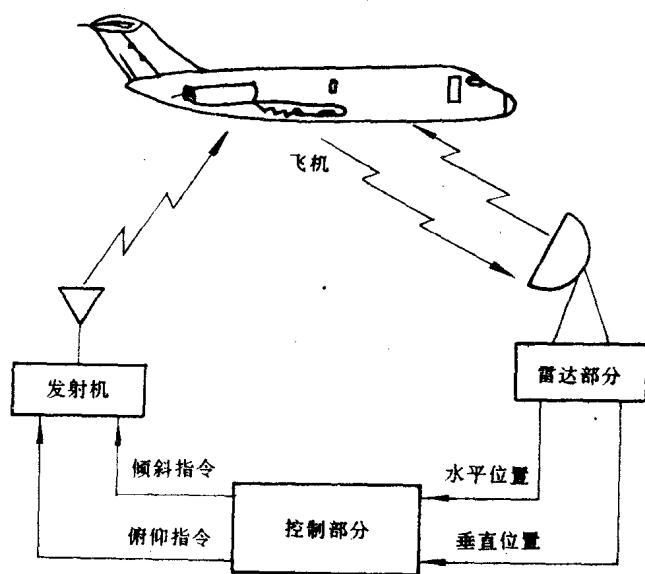


图 1-14 自动飞机着陆系统

4. 导弹发射和制导系统

图 1-15 为一导弹发射和制导系统。这是一种应用反馈控制原理的复杂控制系统。转动的雷达天线对目标进行搜索、捕获，并且连续地对目标进行跟踪。根据雷达测出的目标位置和速度信息，发射计算机算出发射角，并以发射指令信号的形式给出，该指令信号通过功率放大器放大后，驱动发射器（驱动马达）。

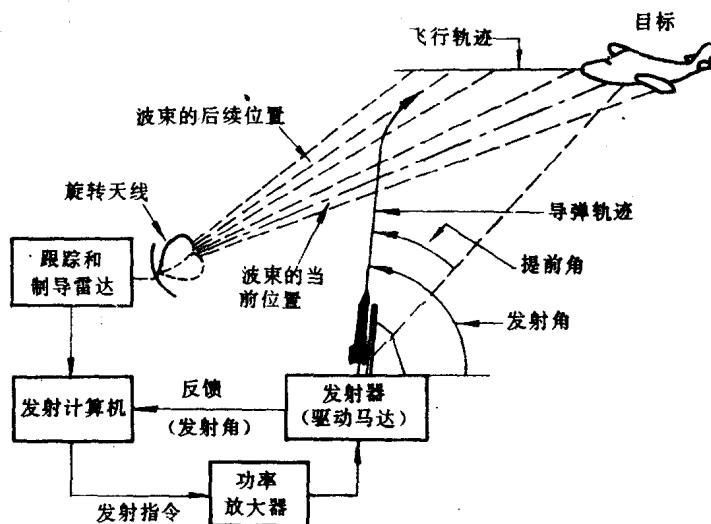


图 1-15 导弹发射和制导系统

发射器角度的位置反馈到发射计算机，并且在发射指令信号与导弹发射角之间的误差达到零时，立即启动导弹发射装置。当导弹被发射以后，导弹便进入跟踪目标的雷达波束。其后导弹上的控制系统便接收来自波束的制导信号，从而自动地调整导弹的控制舵面，使导弹沿着波束的方向，最后自动地飞向目标。

习 题

- 题 1-1 试述开环控制系统的优缺点。
- 题 1-2 试述闭环反馈控制系统的优点。
- 题 1-3 试举两个闭环控制系统实例，画出它们的方块图，并说明其工作原理。
- 题 1-4 试结合实际例子说明控制系统有哪些基本要求。

第二章 控制系统的数学模型

§ 2-1 传递函数与方块图

1. 引言

系统动态特性的数学表达式，叫做数学模型。各种不同的动态系统，不管它们是机械的、电气的、热力的、液压的，还是经济学的，生物学的等，都可以用微分方程加以描述。对这些微分方程求解，就可以获得动态系统对输入量的响应。系统的微分方程，可以通过支配着具体系统的物理定律，如力学中的牛顿定律，电学中的克希霍夫定律等得到。要对动态系统进行分析，首先应推导出它的数学模型。应当指出，推导出一个合理的数学模型，是整个分析过程中最重要的问题。它是分析动态系统的基础。一旦系统的数学模型被推导出来，就可以采用各种不同的分析方法和计算机工具，对系统进行分析和综合。

在控制系统的分析研究中，常常采用传递函数概念，它是频率域中，输入量与输出量的关系式。本书有关章节中还会指出，采用传递函数分析系统的动态特性，会带来许多方便。应当指出，传递函数的概念只适用于线性定常系统。

2. 传递函数

线性定常系统的传递函数，定义为初始条件为零时，输出量的拉氏变换，与输入量的拉氏变换之比。

设有一线性定常系统，它的微分方程是

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_1 y + a_0 y = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \cdots + b_1 u + b_0 u$$

式中 y 是系统的输出量， u 是系统的输入量。当初始条件为零时，对上式进行拉氏变换，于是可求得

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-1)$$

式(2-1)叫做系统的传递函数。

例 2-1 求图 2-1 所示 RC 电路的传递函数。

解 根据克希霍夫定律，可得

$$e_i(t) = R i(t) + e_o(t)$$

中间变量 $i(t)$ 为

$$i(t) = C \frac{de_o(t)}{dt}$$

所以 RC 电路的微分方程为

$$e_i(t) = RC \frac{de_o(t)}{dt} + e_o(t) \quad (2-2)$$

假设初始条件为零，对式(2-2)进行拉氏变换，得

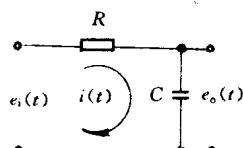


图 2-1 RC 电路

$$E_i(s) = RCsE_o(s) + E_o(s)$$

因此 RC 电路的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} \quad (2-3)$$

例 2-2 求图 2-2 所示 RLC 电路的传递函数。

解 根据克希霍夫定律，可得

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = e_i \quad (2-4)$$

中间变量 i 为

$$i = C \frac{de_o}{dt} \quad (2-5)$$

将式(2-5)代进式(2-4)，消去中间变量 i 得

$$LC \frac{d^2e_o}{dt^2} + RC \frac{de_o}{dt} + e_o = e_i \quad (2-6)$$

假设初始条件为零，对方程(2-6)进行拉氏变换，可得

$$LCs^2E_o(s) + RCsE_o(s) + E_o(s) = E_i(s)$$

因此， RLC 电路的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (2-7)$$

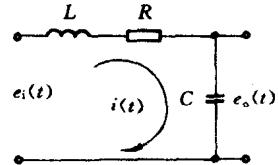
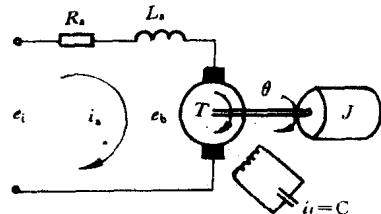


图 2-2 RLC 电路

例 2-3 在雷达控制系统中，经常采用电枢控制式直流电动机，作为系统的执行元件。试求出图 2-3 所示电枢控制式直流电动机的传递函数。

解 在图 2-3 中，激磁绕组上加上固定的激磁电流 i_m ，因而产生固定的磁场。当输入电压 e_i 加到电枢电路上时，将在电枢电路中产生电枢电流 i_a ， i_a 受到磁场的作用，而使电枢绕组带动电动机轴旋转。电动机的转角 θ 为输出量。根据克希霍夫定律，对电枢电路列出电压平衡方程，得

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_i \quad (2-8)$$



上式中， L_a 为电枢绕组的电感， R_a 为电枢绕组的电阻， e_b 为电枢绕组的反电动势，它是因电枢在磁场中转动而感应出来的，其大小与角速度 $d\theta/dt$ 成正比，即

$$e_b = K_b \frac{d\theta}{dt} \quad (2-9)$$

式中 K_b 为反电势常数。

电动机产生的转矩 T ，与电枢电流 i_a 成正比，即

$$T = K_i i_a \quad (2-10)$$

式中 K 为电动机力矩常数。在转矩 T 的作用下，电动机输出轴产生角加速度 $d^2\theta/dt^2$ 。根据牛顿第二定律，可得

$$T = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2-11)$$

J 为电动机轴上的转动惯量。