



全国硕士研究生入学 数学考试分析

(2002 年版)

教育部考试中心



高等教育出版社

全国硕士研究生入学 数学考试分析

(2002 年版)

教育部考试中心

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学数学考试分析. 2002 年版/教育部考试中心. —北京: 高等教育出版社, 2001
ISBN 7-04-008802-9

I. 全… II. 教… III. 高等数学—研究生—入学考试—试题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 65650 号

本书封底贴有防伪标签, 无标签者不得销售

全国硕士研究生入学数学考试分析(2002 年版)
教育部考试中心

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

排 版 高等教育出版社照排中心

印 刷 北京市鑫鑫印刷厂

开 本 850×1168 1/32

版 次 2001 年 8 月第 1 版

印 张 17.5

印 次 2001 年 8 月第 1 次印刷

字 数 440 000

定 价 21.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

全国硕士研究生入学考试是国家选拔硕士研究生的主要途径,在教育类大规模、社会化全国统一考试项目中(不含博士生录用考试),就考试水准和层次来说,目前是我国最高水平的。我国招收硕士研究生是从1951年开始的,1955年教育部和高教部颁布了全国高等师范学校研究生选拔和考试办法,首次对如何组织命题队伍,如何组织评卷作出了明确规定,这标志着我国已开始正式实施研究生入学考试。1966年文化大革命开始,研究生招生考试暂停,1977年恢复。1980年是我国研究生教育具有里程碑意义的一年,政治理论课和外国语开始实行全国统一考试,“中华人民共和国学位条例”正式颁布,这标志着我国研究生教育进入规范化和制度化的新阶段。自1989年开始,研究生入学考试由原国家教委考试中心统一组织命题,现已十二年了。目前,全国统一考试的科目有政治理论,外语(英语、日语和俄语),另外工科和经济类的专业基础课数学以及医学专业基础课的中医、西医综合科目也从1987年起开始实行全国统考。

我国素有考试故乡之称,有许多举办世界上最大规模考试的传统历史经验可以借鉴,但是,目前在考试的理论、技术、方法等方面,与世界一些发达国家相比,反而显得有些落后了。正是基于这样的形势估计和认识,“七五”期间,经原国家教委批准,在继承和发扬我国优秀传统考试经验的基础上,研究吸收和引进国外先进的考试理论、技术与方法,首先在普通高等学校招生全国统一考试项目中开展了省级规模标准化考试的试验与研究工作。从1984年开始研究与试验,到1989年原国家教委发布正式文件在全国“高考”中推行标准化考试,再经过“八五”期间各方人士共同深入研究

与完善,可以比较乐观地说,到目前为止,以“高考”为代表的考试本身在考试理论、技术、方法以及考试形式、内容等方面的改革,已取得了显著成就,为其他国内大规模考试项目提供了不少可供借鉴的经验,并得以广泛应用,已初步形成了一套具有中国特色的考试理论和技术体系。我国的考试无论是在历史上还是现实中对于人才的选拔都发挥了重要作用。随着标准化考试理论的引进和在实践中推广,目前我国的各项教育考试如普通、成人高校招生全国统一考试,全国硕士研究生入学统一考试,高等教育自学考试等都在标准化考试理论的指导下不断规范和完善。标准化考试的主要环节包括:命题标准化、考试实施标准化、评分标准化和分数解释标准化。这些环节互相制约、互相依赖,构成了一项复杂的系统工程。当然,该工程成败,首当其冲乃是命题环节,因此,关键是命题标准化。建立完善的题库是保证命题质量的有效途径,目前,我们正在进行题库理论研究和建库实践。命题工作又包括征题、组卷(磨题)、制定评分标准等重要步骤。对命题质量的控制就是要把握好以上步骤的质量。命制好一份试卷,不仅要靠命题教师的学术水平和教学经验,而且需要不断总结以往命题的经验,分析试题和试卷的质量。根据经典测量理论,难度和区分度是评价试题质量的重要指标。信度和效度是评价考试质量的重要指标,考生成绩的平均分是反映试卷难易水平的重要指标,考生成绩的标准差是反映试卷区分能力的重要指标。分析试题和试卷的质量指标,对于进一步提高命题水平具有重要作用。

全国硕士研究生入学考试从测量学角度来说,它应是“常模参照”考试,即选拔性考试;但从目前实际运作的情况来看,还不如说是具有选拔性质的水平考试。因为命题工作需坚持既有利于为国家选拔高层次的人才,又有利于高等学校教学的原则,强调在考查知识的基础上重点考查考生的分析问题和解决问题的能力,并且要采用科学的办法,保持考试科目水平的稳定,年度之间不致出现大起大落的现象。

《全国硕士研究生入学考试大纲》的编制和执行则是贯彻执行上述原则的重要措施之一,同时,它又是教育部颁布的指导命题和考生复习的法规性文件,它规定了考试的性质、考试内容和考试要求.随着社会主义市场经济的不断发展以及高等学校为适应 21 世纪社会主义现代化建设所需人才的素质要求而不断进行的教材建设、教学内容、教育观念等方面的改革,考试内容和考试要求也应随着形势发展不断变化.1993 年原国家教委对政治理论课的考试大纲作了较大修订,考试科目由原来考查的“旧四门”(哲学、政治经济学、中共党史、科学社会主义或国际共运史)变为“新四门”(马克思主义原理、中国革命史、中国社会主义建设和世界政治经济与国际关系);党的十五大召开以后,1998 年 4 月经党中央研究提出的全国普通高等学校马克思主义理论课和思想品德课(简称“两课”)设置新方案,对原有两课课程设置作了重要调整.马克思主义理论课由原“新四门”调整为“马克思主义哲学原理”、“马克思主义政治经济学原理”、“毛泽东思想概论”、“邓小平理论概论”、“当代世界经济与政治”等课程,相应地,高校教学内容也作了调整,《全国硕士研究生入学考试政治理论考试大纲》的内容也要逐步向新的“两课”课程教学基本要求过渡,今年在教育部社政司的指导下,对《政治理论考试大纲》进行了全面修订,实现了与 1998 年教育部颁布的新的“两课”教学要求全面接轨.今年也对《数学考试大纲》作了重要修订,数学一删除了有关近似计算的内容,数学二增加了部分线性代数的考试内容,同时调整了试卷结构和样卷.

为了进一步总结命题工作的经验,同时也是为了让社会和考生进一步了解新的考试大纲的变化,增加考试的透明度,消除考生对命题的神秘感,缓解考生在考试中的焦虑心理,有利于考生正常发挥水平,今年我们继续出版政治理论、英语和数学等考试科目的《考试分析》.

《考试分析》主要包括命题说明、试题分析、试卷分析以及考试大纲的说明等内容.在命题说明中将重点对考试大纲的修订情况

和新的要求作进一步的解释,指出命题的基本原则和试卷设计的基本要求.试题分析部分主要是对近两年的试题进行分析,着重分析其命题思想、考查的知识和能力,并指出考生的典型错误.试卷分析部分主要是结合统计分析数据,对2001年各科试卷难度、考试内容的覆盖面、试卷结构、题型比例以及考生成绩的分布等加以分析.

编辑出版硕士研究生入学考试各科《考试分析》是命题工作的重要组成部分,它是宣传和介绍硕士研究生入学考试的一个重要途径.一些发达国家和地区的各项考试每年都对试题进行详细的分析和评价,并且出版成书,广为宣传.系统地出版研究生入学《考试分析》丛书,既可以完整地保存历年考试资料和研究成果,还可以为社会、考生客观公正地研究考试提供必要的参考学习资料.

在这里还应当着重说明一下,《考试分析》是以党和国家的教育方针、教育测量学的基本理论原则为指导,经过精心研究与科学分析后撰写的专业性著作,它与充斥市场的各种复习资料、模拟试题有本质的区别.前者是为社会客观公正地研究考试提供的比较科学、严谨的参考学习资料,后者则有不少是受利益驱动,为考生提供模拟训练、应付考试的复习资料,成为助长应试教育的一种手段,实不可取.

参加编写《考试分析》的虽然是各科学科秘书和部分命题教师,但试题和试卷是广大命题教师集体智慧的结晶,考试统计数据的收集、整理和计算工作也蕴涵了教育部考试中心相关处室许多同志辛勤的劳动,高等教育出版社对本书的出版给予了极大的支持.在此,我们一并表示诚挚的谢意.

在编辑本书的过程中,撰写者力求保持资料的完整性和实用性.但由于时间和经验不足,难免有疏漏和不足之处,恳请读者指正.

马金科

2001年6月

本书中常用术语解释

1. **难度**:是反映试题(试卷)难易程度的指标.一般客观性试题用答对率(通过率),主观性试题用得分率来表示.难度 p 值在 0 到 1 之间, p 值越大,试题越容易, p 值越小,试题越难,所以事实上是容易度.

2. **区分度**:是指试题对不同考生的知识、能力水平的区分或鉴别程度.区分度高的试题能将高水平和低水平的考生区分开来.一般认为区分度在 0.3 以上的试题是好题.

3. **分半信度**:将全卷试题适当分成对等的两半,在评卷时分别评分,求出所得到的两部分分数的相关系数,这样求得半份试卷的信度,经斯皮尔曼-布朗(Spearman-Brown)公式校正,得到试卷的分半信度系数.

4. **内部一致性信度(α -信度)**:它是反映测验内部所有试题间一致性指标.一般用来弥补分半信度的不足. α -信度为信度的最低线,一般认为其数值在 0.8 以上,考试的信度比较好.

5. **平均分**:是参加考试全体考生分数的算术平均数,它反映考生成绩的集中程度,是试卷难易水平的一个重要指标.

6. **标准差**:是参加考试全体考生分数的均方差的平方根,它反映考生成绩之间的离散程度,体现考生成绩的差异.它与试卷平均分一起使用,其值越大,说明考生分数分布较广;其值越小,说明考生分数集中在平均分附近,分数分布较窄.

郑重声明

高等教育出版社依法对《全国硕士研究生入学数学考试分析(2002年版)》享有专有出版权.任何未经许可的非法复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,并有可能触犯我国的刑事法律,导致严重的法律后果.为了维护正常的出版秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对有关违法的单位和个人给予严厉打击.社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时予以举报.

为方便有关单位或公民举报,现公布有关举报电话:

全国扫黄打非办公室: (010)65231138

北京市版权局版权执法处: (010)63461049

高等教育出版社:

电话:(010) 84043279 64013182 传真:(010)64014048

地址:北京市东城区沙滩后街55号 邮编:100009

高等教育出版社

目 录

一、数学科考试命题说明	1
(一) 考试性质	1
(二) 命题的指导思想	2
(三) 命题的基本原则和试卷设计的要求	3
(四) 2002 年《数学考试大纲》的修订说明	5
(五) “参考答案及评分标准”的制订说明	8
(六) 试题、试卷和考试质量的评价指标	9
二、2000 年和 2001 年试题分析	13
(一) 2000 年试题分析	13
数学一	13
数学二	39
数学三	57
数学四	75
(二) 2001 年试题分析	86
数学一	86
数学二	112
数学三	130
数学四	147
三、2001 年数学考试分析	159
(一) 数学考试总体情况分析	159
(二) 数学一试题特点及分析	171
(三) 数学三试题特点及考试情况评析	177
(四) 数学四试题特点及考试分析	182
(五) 数学三、数学四微积分典型试题评析	187

(六) 线性代数典型试题评析	195
(七) 数学三、数学四概率论试题分析	199
(八) 数学二两道试题的命制思路和考核功能	208
(九) 一道证明题的命制思路及其考核功能分析	211
四、《2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试	
大纲》的说明	214
(一) 函数、极限、连续	214
(二) 一元函数微分学	233
(三) 一元函数积分学	264
(四) 向量代数和空间解析几何	291
(五) 多元函数微分学	299
(六) 多元函数积分学	319
(七) 无穷级数	354
(八) 常微分方程	382
(九) 线性代数	411
(十) 概率论与数理统计	474

一、数学科考试命题说明

(一) 考试性质

实行全国硕士研究生入学统一考试是目前我国招收硕士研究生的主要方法. 硕士研究生入学考试的科目一般有五科: 政治、外语(英、日、俄择其一)、一门专业基础课和两门专业课. 其中, 政治、外语实行全国统考, 专业课及部分专业基础课由招生学校组织命题考试. 从 1987 年开始, 工学、经济学各专业的专业基础课数学实行全国统一命题考试, 从 1999 年开始, 管理学门类的各学科、专业也统考数学, 这项考试称为全国硕士研究生入学数学统一考试(以下简称数学考试).

数学考试, 是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生而实施的具有常模参照性的水平考试.

一方面, 从数学考试成绩的使用功能上看, 它是常模参照性的考试即选拔性考试. 所谓常模参照考试是指依据考生的成绩在全体考生的成绩量表中的位置来评价考生的成绩的优劣, 一旦离开考生群体来解释考生的成绩意义不大. 我国硕士研究生招生的录取方式是根据主要的学科门类划定考生五科总分和单科分的分数线, 各省招办及高校研究生院根据国家确定的招生规模和招生计划, 从高分到低分, 择优录取, 这种优胜劣汰的录取方式是常模参照考试的主要特征. 数学考试成绩对于工学、经济学和管理学各专业的考生是否被录取起着至关重要的作用. 从这个意义上讲, 数学考试具有明显的选拔功能, 是常模参照考试.

另一方面, 从数学考试测量功能上看, 数学考试又是水平考试. 水平考试是用来测量考生是否达到一定的水平, 从而决定是否

适应将来的某项任务的考试,主要特征是命题不以《教学大纲》和某一指定的教材为依据,而是以《考试大纲》为依据,《考试大纲》规定考试内容和考试要求,与《教学大纲》没有直接的关系.数学考试是测量工学、经济学和管理学各专业的考生是否具备为完成相应专业研究生阶段的学习任务以及胜任工作后的研究任务所必须的数学知识和能力,《数学考试大纲》规定的考试内容和考试要求与《教学大纲》不完全相同,《教学大纲》中规定的有些教学内容《考试大纲》不要求考查,而《考试大纲》中的有些考试要求要略高于《教学大纲》中的教学要求,可见,数学考试也符合上述水平考试的特征,因而是水平考试.

为了体现工学、经济学、管理学不同学科专业对硕士研究生入学应具备的数学知识和能力的不同要求,数学考试分为四个卷种,即数学一、数学二、数学三和数学四,数学一适合于对数学要求较高的工学各专业,数学二适合于对数学要求较低的工学、管理学有关专业,数学三适合于对数学要求较高的经济学各专业,数学四适合于对数学要求较低的经济学各专业,而且对不同卷种的考试内容有不同要求.也就是说,尽管都是数学考试,但对于不同专业,要求还是有所不同,不是用同一根尺子去衡量所有的考生,而是有所区别.这种对不同学科、专业考生提出不同的考试要求的特征也是水平考试的重要标志.

(二) 命题的指导思想

根据数学考试的性质和目的,数学科考试的命题工作一直坚持两个“有利于”的指导思想,即既有利于国家选拔高层次人才,又有利于提高高等学校各类数学课程教学质量.在这两个“有利于”中,重点是有利于为国家选拔高层次人才.

有利于国家选拔高层次人才,就是要求这项考试具有较高的信度和效度,能对考生群体进行有效的测量和甄别,从而区分出考生的优劣,并将数学基础好、有发展潜力具有一定创新能力的考生

选拔出来,进入更高层次的教育阶段学习深造.

有利于提高高等学校各类数学课程教学质量,要求数学考试试题编制能结合高等学校的教学实际,试题水平既能反映教学的实际水平,也能考查研究生新生应当具备的知识和能力,同时,正确利用考试这根“指挥棒”,引导高校教学向提高学生的数学素养、培养学生的数学思维和应用数学的能力的方向发展,从而对数学教学质量的提高起到积极地促进作用.

(三) 命题的基本原则和试卷设计的要求

教育部在《2001 年招收攻读硕士学位研究生管理规定实施细则》中,明确提出了命题原则,对试题编制提出了具体的要求,指出:试题应能够测试出考生是否具备研究生入学的基本条件,试题主要测验考生对本学科的基础理论、基本知识和基本技能的掌握程度,以及运用所学理论解决问题的能力.试题要有一定的区分度,难易程度要适当.一般应使本学科、专业本科毕业的优秀考生能取得及格以上的成绩.初试中全国统一命题的考试科目的考试要求及范围由教育部有关部门制定并公布《考试大纲》.试题应避免出现学术界尚有争议的问题,并不得有政治性的错误.

在具体要求中指出:试题中应有一部分用以测验考生掌握该门课程的深度和融会贯通、独立思考以及灵活运用所学知识解决问题的内容,这类试题所占比重最多不超过总分数的 20%.相近学科的试题水平要尽量取得一致.题意要清晰明确,文字要准确简练,导语要明确,措词要确切,以免引起考生的误解.必要的原始数据和资料,须在试题中提供.每科的考试时间为 3 小时,试题的分量以能够使优秀考生全部答完并有一定的检查时间为宜.

为落实教育部文件规定的命题原则,我们对明年数学命题工作提出以下几点具体要求:

1. 严格按照教育部颁布的《2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》规定的考试内容和考试要求进行命题.

《数学考试大纲》既是数学命题的依据也是考生复习的依据,因此,在命题过程中要严格地按照新颁布的《数学考试大纲》对试题进行检查,做到试题内容、认知层次的要求、内容比例、题型比例都符合大纲的规定,不出超纲题、偏题、怪题。

2. 试题以考查数学的基本概念、基本方法和基本原理为主,在此基础上加强对考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力、空间想象能力、综合运用所学知识解决实际问题能力的考查。

3. 力求试卷难度控制在 0.5~0.55 之间,并确保试题具有较高的区分度,能将优秀的学生区分出来。具体说,试题的平均分控制在 50 到 55 分之间,区分度在 0.3 以上。

难度控制不是一件容易的事情。试卷的平均分至少要受四个方面的制约,一是试题的内容难度;二是试卷的分量;三是评分标准;四是考生的水平。这里前三者可以在命题中尽力控制(也是很困难),但是考生水平是有变化的,特别是考生人数大幅度增加的情况下更是这样。

4. 题量和试卷分量适当。各卷试题量控制在 20 题(填空题 5 道,选择题 5 道,计算证明题 10 道),试题分量以优秀水平的考生能在规定的时间内从容地完成试题作答为宜。试题的排列顺序遵循先易后难,先简后繁的原则,使考生尽可能发挥水平。

5. 主、客观性试题在试卷中的占分比例保持不变仍为 7:3。主观性试题包括计算题、证明题、综合题和应用题。主观性试题在试卷中由 10 道大题考查,共计 70 分。客观性试题有填空题和选择题,填空题和选择题在试卷中各 5 道,每题均为 3 分,共计 30 分。

6. 充分发挥各种题型功能。填空题主要用于考查“三基”以及数学重要性质,一般不出成省去解答过程的大计算题,以中低等难度的试题为主。选择题主要考查考生对数学概念、数学性质的理解并能进行简单推理、判定和比较,一般不出成纯粹的计算题,以中等难度的试题为主。主观性试题也要有坡度,有些考查基本运算,有些考查综合运用,有些考查逻辑推理,有些考查分析问题和解决

实际问题的能力.

7. 试题是要有一定的内容覆盖面,但不求面面俱到,以确保内容效度.由于数学考试内容广泛,而考试时间有限,题量有限,一般要求保证重点章节被考查.作为研究生入学考试,应注重考查能力,试题不追求面面俱到,节节有题.

8. 认真研磨试题,确保试题、参考答案与评分标准科学、公正、规范.

(四) 2002 年《数学考试大纲》的修订说明

《2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》是在原《考试大纲》的基础上修订而成.修订的原则是保持考试内容、考试要求和试卷结构的基本稳定.现将修订情况说明如下:

1. 删去有关近似计算的考试内容和考试要求

由于目前大多数高等院校开设了“计算方法”课程,近似计算的内容基本上在此课程中讲授,高等数学已基本不再讲授近似计算的内容.同时考虑到随着计算机的广泛普及和应用,近似计算的问题可由计算机解决,对考生近似计算的能力已不是研究生入学考试考核的重点.基于以上考虑,新的《数学考试大纲》中删除了有关近似计算的所有考试内容和考试要求.

(1) 数学一中删去一元函数微分学中关于“微分在近似计算中的应用”以及“方程近似解的二分法和切线法”的考试内容和考试要求;一元函数积分学中“定积分的近似算法”及相应的考试要求;多元函数微分学中关于“全微分在近似计算中的应用”的考试内容和考试要求;无穷级数中的“幂级数在近似计算中的应用”及相应的考试要求;常微分方程中的“微分方程的幂级数解法”及相应的考试要求;概率论中“会用有关定理近似计算有关随机事件概率”的要求.

(2) 数学二中删去一元函数微分学中关于“微分在近似计算中的应用”以及“方程近似解的二分法和切线法”的考试内容和考

试要求;一元函数积分学中“定积分的近似算法”及相应的考试要求.

2. 数学二中增加了部分线性代数的考试内容

自 1997 年《考试大纲》修订以来,“线性代数初步”作为考试内容已被高校和考生普遍接受,随着科学技术的发展,对线性代数内容的深广度的要求越来越高,原数学二线性代数初步的考试内容过少,增加部分考试内容并提高线性代数在数学二试卷中的占分比例是非常必要的.基于以上考虑,新的数学考试大纲中数学二增加了部分线性代数的考试内容,提高了线性代数在试卷中的占分比例,同时将“线性代数初步”更名为“线性代数”.修订的主要内容包括:

(1) 在矩阵的考试内容部分增加了“反对称矩阵”、“方阵的幂”、“初等矩阵”.在考试要求部分增加了“了解反对称矩阵的性质”、“初等矩阵的性质”.

(2) 把原“线性方程组”分为“向量”和“线性方程组”两部分.在向量部分的考试中增加了“等价向量组”,考试要求部分相应增加了“了解向量组等价的概念以及向量组的秩和矩阵秩的关系”.

(3) 增加了矩阵特征值与特征向量部分.

考试内容

矩阵特征值和特征向量的概念、性质及求法 相似矩阵的概念及性质 矩阵可对角化的充分必要条件和相似对角矩阵

考试要求

理解矩阵的特征值和特征向量的概念及性质,会求矩阵的特征值和特征向量

了解相似矩阵的概念、性质及矩阵可对角化的充分必要条件

(4) 调整了试卷结构.高等数学由原来的 85% 改为 80%,降低了 5 个百分点,线性代数部分相应提高了 5 个百分点,由原来的 15% 提高到 20%.