



流体力学与 吸积盘理论

杨兰田 编著

科学出版社

流体力学与 吸积盘理论

第二版

· · · · ·

流体力学与吸积盘理论

杨兰田 编著

国家自然科学基金资助项目

科学出版社

1992

(京)新登字 092 号

内 容 提 要

吸积盘理论在天体物理中具有广泛的应用，而流体力学在吸积盘理论中又起着十分重要的作用，本书是国内迄今第一部较为系统的讲述流体力学基础理论与吸积盘的基本概念、原理及其在天体物理中应用的专著。书中首先通过张量运算，建立流体力学方程组；接着简单介绍激波和磁流体力学，阐述球对称与圆锥吸积，并较为系统而全面地介绍了吸积盘—— α 模型。书的后部分论述双星吸积及介绍当前吸积盘理论发展十分迅速而活跃的几个研究方向，即不稳定性、几何厚盘和自引力盘等。

本书可供天文、天体物理、物理和流体力学工作者，以及大学有关专业高年级学生和研究生阅读参考。

流体力学与吸积盘理论

杨兰田 编著

责任编辑 方开文

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100707

华中师范大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992年7月第一版 开本：850×1168 1/32

1992年7月第一次印刷 印张：13 1/8

印数：1—1,100 字数：336 000

ISBN 7-03-002621-7/P·526

定价：12.90 元

前 言

吸积盘理论在天体物理中具有广泛的应用，而流体力学在吸积盘理论中又起着十分重要的作用，本书较为系统的讲述流体力学基础与吸积盘的基本概念和原理及其在天体物理中的应用。

本书第一章通过张量运算，建立了流体力学方程组；第二、三章简单介绍了激波和磁流体力学；第四章阐述了球对称与圆锥吸积；第五章对吸积盘理论的重要基础内容—— α 模型，作了较为系统而全面的介绍；第六章论述双星吸积；第七、八、九章分别介绍了当前吸积盘理论发展十分迅速而活跃的几个研究方向，即不稳定性、几何厚盘和自引力盘等。

本书是作者对三届天体物理专业硕士研究生授课，以及作者先后在北京师范大学天文系、北京天文台、河北师范大学物理系、云南天文台等单位讲学的讲稿基础上整理编写的，在编写过程中参考了美国加利福尼亚大学里克天文台林潮教授(D. N. C. Lin)为博士研究生授课的内容。书中不少篇幅引用了近年来国内外天体物理杂志上发表的有关论文(包括作者与合作者曾发表的论文)。在本书引用时对这些论文的物理思想与数学内容都作了一定阐述与推导，而且文中符号尽可能用原文符号。这样，就能使有兴趣的读者读完本书后，能较快地直接进入阅读有关文献和从事这一领域的前沿研究工作。列于书后的参考文献，按各章引文先后编排。这里，对被引用的论文与著作的作者，谨表谢忱。

承蒙王绍瑄先生对本书的热忱关心与推荐。华中师范大学副校长邓宗琦教授及科研处、研究生处、物理系有关领导对本书的出版给予了很大的支持，杨丕博、刘超、刘再娣、黄琴华、常青梅、杨志良、刘晓慈、吴学兵、魏春艳、吴少平、赵中云等同志对本书的出版提供了帮助，余汉香同志描绘了全书插图，作者在此一并

表示衷心感谢！

作者原系学习物理专业的，涉足天体物理是从1978年—1980年在北京师范大学天文系学习和开展类星体研究工作开始的。在此期间，作者受到李宗伟、肖兴华、曹盛林、吴时敏等同志热情接待与帮助。1982年—1984年作者有机会到美国加利福尼亚大学里克天文台进修访问，受到国际天文学会副主席、里克天文台 R. Kraft 台长友好接待，以及 D.N.C. Lin 教授和 G. Blumenthal 教授在“吸积盘理论”研究方面的热情帮助，从而使作者能够进入“吸积盘理论”这一非常具有活力和吸引力的天体物理前沿研究领域。十多年来，在开展天体物理研究工作中，作者得到王绶琯、曲钦岳、叶淑华、李启斌、陈建生、何香涛、刘辽、周又元等教授的支持帮助，还得到国家自然科学基金资助。正因如此，使作者得以完成此书。作者愿乘此机会，向以上提到的单位和个人，致以诚挚谢意。

由于作者水平有限，书中错误和不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

符 号 说 明

为方便读者，特将本书常用到的一些符号及其意义列在下面，供参考（很熟悉的符号及用得很少的符号一般未列入）。

- a 辐射密度常量 ($=4\sigma/c$)
 a_B 激波速度
 a_s 声速
 a_{**} 临界声速
 a_{s0} 盘中心面上声速 ($z=0$)
 $a_{ij}(A)$ 表示某二阶反对称张量
 A $=g_s/g_z$ 。（盘自引力加速度与中心天体引力加速度之比）
 其它常数（如 $p = A\rho^{1+\frac{1}{n}}$ 等）
 A_0 $=4\pi\rho_0 r^3/M$ ，盘中心面上 ($z=0$) 的 A 值
 A_s 盘表面上 ($z=z_0$) 的 A 值
 b $=p/T^4$
 b_0 散射角为 90° 的瞄准距离
 c_s 声速
 $d\sigma, d\Sigma, dA$ 均表示面元
 D $=\bar{\sigma}^2 - \kappa^2$
 $D(r)$ 单位面积耗损率
 l 偏心率，单位质量能量
 E 两流体质点总能量，单位流体结合能与势能之比
 E_D 粘滞耗损
 \dot{E}_r 径向能量流
 \dot{E}_z 轴向能量流
 f 标量函数（如 $f = \frac{U_r^2}{2} + na_s^2$ 等）

f_{mag} 磁力密度

$f_{\text{visc}, \text{bulk}}$ 体粘滞密度

$F_z, (F_s)$ 沿 z 方向(盘表面)辐射流量

F_r 径向辐射流量

F_ν 通过盘面频率为 ν 的辐射流量, 径向粘滞力

$F(k, 4)$ 第一类椭圆积分

g 力偶矩, $\sim (p/\rho)^{1/2}$, $\sim \nu \Sigma$, $\sim \Sigma x^{\delta+1}$ 等

g_s 自引力加速度 ($2\pi G \Sigma_z$)

g_z 中心天体轴向引力加速度

h 单位质量热焓, 面积速度, 单位质量角动量, 标高

H 角动量, 吸积盘高度, 热焓, $\sim H_0 T^k \Sigma^{k_s}$

H_c 盘中心面的热焓

H_0 盘表面的热焓

H_p 压力标高

$\text{Im}(\eta)$ 表示 η 虚数部分

$$I_1 = \int \frac{m \rho h'}{\tilde{\omega}^2} \xi_{\tilde{\omega}} W^* d\tau - i \int \frac{\rho \xi_{\tilde{\omega}} h'}{\tilde{\omega}} \frac{\partial W^*}{\partial \tilde{\omega}} d\tau$$

$$I_2 = -\frac{2\Omega}{h'} \bar{\omega} l_1^*$$

J 角动量, 贝塞耳函数

$$J_{jk} = \int \rho v_i \frac{\partial v_j}{\partial x} dz$$

$$k = \sqrt{\frac{s}{A}}, = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial F_0}{\partial z_0} \frac{(6-2\beta)(\gamma-1)}{RT_0(\gamma+1)}$$

k 波数, 玻耳兹曼常量

$$= \frac{d \ln Q^-}{d \ln h} \Big|_{\Sigma}$$

$$k_1 = \left[\frac{4Rr}{4z^2 + (R+r)^2} \right]^{1/2}$$

$$k_2 = \frac{2(Rr)^{1/2}}{R+r}$$

$$K_{jk} = -J_{kj}$$

- l 德拜长度, 单位质量角动量,

$$= \frac{d \ln Q^-}{d \ln \Sigma_0} \Big|_n, = \frac{1}{4 - \beta}$$
- L 光度, 拉格朗日函数, 角动量
 L_E (或 L_{Edd}) 爱丁顿光度
 L_1 内拉格朗日点
 $L_{c,r}$ 临界光度
 $L_{j,k} = \int \rho v_j v_k dz$
 L_{rad} 辐射光度
 L_{tcn} 粘滞耗损产生的光度
- m 无量纲质量 $\left(\frac{M}{M_\odot}\right)$, 方位角波数 ($e^{i m \phi}$),

$$= \frac{d \ln \nu}{d \ln h} \Big|_{\Sigma_s}$$
- m_e 电子质量
 m_i 离子质量
 m_p 质子质量
 \dot{m} 无量纲吸积率

$$\dot{m}_* = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\text{Edd}}}$$
- $\dot{m}_{c,r}$ 临界吸积率
 \dot{m}_{Edd} 爱丁顿吸积率
 M_\odot 一个太阳质量
 M_8 $10^8 M_\odot$
 M_d 吸积盘质量
 M_{frag} 碎片质量

$$n = \frac{d \ln \nu}{d \ln \Sigma_0} \Big|_h$$
- n_0 盘中心面上数密度
 n_e 电子数密度

$$N_i \delta_{kj} = \int v_i(x_1 z) v_j(x_1 z) \frac{\rho^2}{p} dz$$

$$p = A \rho^{1+\frac{1}{n}}, = K \Sigma^{1+\frac{1}{n}}, \text{ 总压}$$

p_g 气体压力 ($R \rho T$)

p_r 辐射压力 (bT^4)

p_0 驻点压力

P_H 未扰气压

p_{mag} 磁压

$P_{i_1 i_2 \dots i_n}$ 表示 n 阶张量

$$q \quad \text{谱指数, 角动量, } = \frac{m_2}{m_1}, \sim \frac{d(\nu \Sigma)}{d\Sigma}$$

Q 热流密度

$$Q = K^2 H^2, = W_{\sigma} = \frac{p'}{\rho}, = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(x) V_k(x) \text{ 等}$$

Q_+ 由粘滞产生的热能

Q_- 散失的热能

$$r = \frac{1}{u}$$

r_g (或 R_g) 史瓦西半径

r_A (或 r_m) 阿耳文半径

r_m 阿耳文半径, Ω 达极大值的 r

r_c 临界半径, 史瓦西半径

$$r_L \quad r_L^2 = -\Omega_m \left(\frac{d^2 \Omega}{dr^2} \right)_{r=r_m}$$

r_* (或 r_0) 中心天体半径 (即吸积盘内半径)

r_{mb} 最后稳定圆轨道半径

r_{ms} 临界束缚圆轨道半径 ($3r_g$)

R_L 致密星半径

R_m 磁雷诺数

R_s 开普勒盘半径

$$s \quad \text{单位质量的熵, } = \int \eta dz, = 1 - r_*^{-\frac{1}{2}} \text{ 等}$$

$S(\Omega)$	$= \frac{\partial \lg \Omega}{\partial \lg r}$
$s_{i,j}(\mathbf{s})$	变形速度张量
t_d	散射时标
t_z	流体静力学平衡时标
t_b	转动时标
t_v	粘滞时标
t_{th}	热时标
$t_{r,\phi}$	粘滞应力张量 $r\phi$ 分量
T_0	驻点温度, 电子温度
T_e	电子温度
T_s	激波后温度, 盘表面温度
T_c	盘中心面温度
T_{BL}	边界层辐射温度
u	速度, $= \frac{1}{r}$
U	结合能, 速度
\bar{v}	湍流无规则速率
v_c	涡流对流速度
v_e	电子运动速度
u_i	一阶速度张量
v_ρ	角向速度
v_s	声速
v_t	湍流速度
$v_{\tilde{\omega}}$	$\tilde{\omega}$ 方向速度分量
v_{cm}	质心速度
v_{ff}	自由下落速度
W	粘滞应力, $= \frac{p}{\rho} \sim a_s, = \frac{p'}{\rho \sigma}$
$W_{r,\phi}$	粘滞应力张量 $r\phi$ 分量

- $x = \tilde{\omega} - \tilde{\omega}_0, = r - r_m$ 等
 X 氢的丰度, $= \frac{r}{r_0}, = \frac{\Omega^2 z}{F}, = \frac{Q}{\sigma^{\frac{1}{2}}}$ 等
 $y = x^\lambda$
 z 电子数
 z_0 盘表面 z 坐标
 $z_c = \left(\frac{2p}{\rho_0 \Omega^2} \right)^{1/2}$
 z_p 积分常数
 z_s 厚盘等压面上 z 坐标, $= \left(\frac{p}{2\pi \rho_0^2 G} \right)^{\frac{1}{2}}$
 α 标准吸积盘模型参数
 $\beta = p_{\text{gas}}/p$, 其它指数或常数 (如 $x = \gamma^\beta, \nu = \nu_0 x^\beta, \beta = 4 - 2\lambda$ 等)
 β_p 流体体积压缩系数
 β_e 电子相对论速度
 γ 比热容比 (C_p/C_v), 多方指数, 其它函数或常数 [如 $t_{r_0} = \gamma \Sigma_0^2, \gamma = I_m \left(\frac{m q \Omega_0 \lambda}{\tilde{\omega}} \right)$ 等]
 γ_e 电子能量
 Γ 伽马函数, 多方指数
 $\Gamma_3 = 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{4 - 3\beta}{8 - 7\beta} \right)$
 δ 单位量级常数, 单位张量 (I)
 δ_{ik} 单位张量分量 (二阶)
 $\Delta = r_L^2 / r_m^2 \left[r_L^2 = - \Omega_m \left(\frac{d^2 \Omega}{dr^2} \right)^{-1} \right]_{r=r_m}$
 ε 单位质量流体内能, 单位体积流体能量, 单位时间单位体积流体热能 ($r d\Omega / dr$) $^2 \eta, = 2 - q$ 表示很小值, 其它变量 (如 $\varepsilon = \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial z}$ 等)
 ξ 粘性系数, 其它变量 (如 $\xi = -i\omega / \Omega, \sim r / r_{\text{out}}$,

	$\sim z / [(2q-3)(a^2-x^2)]^{\frac{1}{2}}$ 等)
$\xi_1(x), \xi_2(\sigma), \xi_3(\phi)$	相当于圆柱坐标的 z, r, ϕ
$\xi_{\tilde{\omega}}$	$= v'_{\tilde{\omega}} / i\tilde{\sigma}$
ξ_{ϕ}	$= v'_{\phi} / i\tilde{\sigma} - \tilde{\omega} \left(\frac{d\tilde{\Omega}}{d\tilde{\omega}} \right) v'_{\tilde{\omega}} / \tilde{\sigma}^2$
ξ_r	$= v'_r / i\tilde{\sigma}$
η	流体动力学粘性系数, 磁扩散率, 能量释放效率
κ	吸收系数 (或称不透明度), 其它变量 (如 $\kappa^2 = \frac{2\tilde{\Omega}}{\tilde{\omega}} \frac{d}{d\tilde{\omega}} (\tilde{\omega}^2\tilde{\Omega})$ 等), 导热率
κ_r	电子散射系数
κ_{ff}	自由-自由吸收系数
λ	速度系数 (v/a_{**}), 电导率, 波长, 调节因子, 平均自由程, 纬度, 其它变量或指数 (如 $\lambda = \hat{\sigma} \tilde{\omega}_0 / m q \tilde{\Omega}_0, \kappa = \kappa_0 \rho^{\lambda} T^{\beta}$ 等)
λ_c	临界波长
λ_{Deb}	德拜波长
λ_k	$= \frac{k(k+2n-1)}{(2q-3)} \frac{p_0}{\rho_0 a^2}$
μ	马赫角, 分子量, 单位长度质量 (m/L), 磁导率, 化学势
ν	运动粘性系数
Π	偏振度, 动量通量密度张量
$\pi(\lambda)$	压力比 p/p_0
π_{ik}	动量通量密度张量
ρ	密度
ρ'	中心天体平均密度
ρ_H	未扰气体密度
ρ_m	盘的平均密度

σ	电导率, 应力张量, 斯特藩-玻耳兹曼常量, 总压损失比 (p_{02}/p_{01}), 角频率 ($e^{i\sigma t}$), $=\sigma_{\Sigma} + i\gamma$
$\overline{\sigma}$	$=\sigma + m\Omega$
$\hat{\sigma}$	$=\overline{\sigma} + mq\Omega_0 x/\tilde{\omega}_0$
σ_n	电子和分子碰撞截面
σ_T	汤姆孙散射截面
σ_{es}	电子散射截面
Σ	面密度
Σ_p	密度扰动振幅
Σ_s	未扰密度
τ	光学厚度, 电子自由运动时间
φ	角度, 标量函数 (如 $\varphi = -\frac{2}{3}\eta(\text{div}\mathbf{v})^2 + 2\eta\mathcal{S}:\mathcal{S}$ 等)
Φ	引力势
$\Phi(r)$	洛希势
Φ_{eff}	有效引力势
ψ	引力势, 伪牛顿势 [$-GM/(R-r_s)$]
ψ_{rot}	离心势
ω	角速度 (角频率)
$\tilde{\omega}$	相当于 r 坐标
$\hat{\omega}$	$\tilde{\omega}$ 方向单位矢量
ω_p	等离子体振荡频率
Ω	角速度, 开普勒角速度
Ω_K	开普勒角速度
∇'_{ad}	$=\left(\frac{d \ln T}{d \ln p}\right)_{ad} = \frac{\gamma-1}{\gamma}$

天体物理常数

物理常数

光速	$c = 2.998 \times 10^{10}$ 厘米·秒 ⁻¹
引力常数	$G = 6.67 \times 10^{-8}$ 达因 ¹⁾ ·厘米 ² ·克 ⁻²
电荷	$e = 4.803 \times 10^{-10}$ 静电单位
电子质量	$m_e = 9.1096 \times 10^{-28}$ 克
质子质量	$m_p = 1.6724 \times 10^{-24}$ 克
氢原子质量	$m_H = 1.6733 \times 10^{-24}$ 克
原子质量单位	1 amu = (1/12) $m_{C^{12}}$ = 1.661 $\times 10^{-24}$ 克
阿伏伽德罗常量	6.0222×10^{23} 摩尔 ⁻¹
玻耳兹曼常量	$k = 1.380 \times 10^{-16}$ 尔格 ²⁾ ·度 ⁻¹
电子伏特	1 eV = 1.60 $\times 10^{-12}$ 尔格
气体常数	$R = 8.3144 \times 10^7$ 尔格·度 ⁻¹ ·摩尔 ⁻¹
普朗克常量	$h = 2\pi\hbar = 6.626 \times 10^{-27}$ 尔格·秒
辐射密度常量	$a = 7.565 \times 10^{-15}$ 尔格·厘米 ⁻³ ·度 ⁻⁴
斯特藩-玻耳兹曼常量	$\sigma = \frac{c \cdot a}{4}$ = 5.67 $\times 10^{-5}$ 尔格·厘米 ⁻² ·度 ⁻⁴ ·秒 ⁻¹
电子散射截面	$\sigma_e = 0.665 \times 10^{-24}$ 厘米 ² .

天体物理常数

日地平均距离	1A = 1.49 $\times 10^{13}$ 厘米
秒差距	1pc = 3.086 $\times 10^{18}$ 厘米 = 2.06 $\times 10^5$ A = 3.261 光年

1) 1达因 = 10⁻⁵ 牛顿.

2) 1尔格 = 10⁻⁷ 焦耳.

年	3.156×10^7 秒
太阳质量	$M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33}$ 克
太阳半径	$R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$ 厘米
太阳光度	$L_{\odot} = 3.9 \times 10^{33}$ 尔格·秒
太阳平均密度	$\bar{\rho}_{\text{日}} \sim 1.4$ 克·厘米 ⁻³
地球质量	$M_{\text{地}} = 5.9 \times 10^{27}$ 克
地球平均密度	$\bar{\rho}_{\text{地}} \sim 5.5$ 克·厘米 ⁻³
地球赤道半径	$R_{\text{地}} = 6.58 \times 10^8$ 厘米
白矮星质量	$M_{\text{白矮星}} < 1.4M_{\odot}$ (钱德拉西卡极限)
白矮星半径	$R_{\text{白矮星}} < 10^9$ 厘米
白矮星密度	$\rho_{\text{白矮星}} \sim 10^5 - 10^7$ 克·厘米 ⁻³
白矮星磁场	$B_{\text{白矮星}} \sim 10^5 - 10^7$ 高斯 ¹⁾
中子星质量	$M_{\text{中子星}} < 2M_{\odot}$ (奥本海默极限)
中子星半径	$R_{\text{中子星}} \sim 2 \times 10^7$ 厘米
中子星密度	$\rho_{\text{中子星}} \sim 10^{14} - 10^{15}$ 克·厘米 ⁻³
中子星磁场	$B_{\text{中子星}} \sim 10^{12} - 10^{13}$ 高斯
超新星爆发释放能量	$\sim 10^{47} - 10^{52}$ 尔格
类星体光度	$L_{\text{类星体}} = 10^{46} - 10^{47}$ 尔格·秒 ⁻¹
射电星系射电辐射	$\sim 10^{37} - 10^{41}$ 尔格·秒 ⁻¹
赛佛特星系辐射	$\sim 10^{45}$ 尔格·秒 ⁻¹
银河系质量	$\sim 2 \times 10^{11} M_{\odot}$
河外星系数	$\sim 10^9$ 个
哈勃常数	$H_0 \sim 50 - 150$ 公里·秒 ⁻¹ ·兆秒差距 ⁻¹
宇宙临界密度	$\rho_c \sim 10^{-29}$ 克·厘米 ⁻³
宇宙的年龄	$t_0 \sim (1.5 - 2) \times 10^{10}$ 年
宇宙的半径	$R(t_0) \sim 10^{10}$ 光年

1) 1高斯 = 10^{-4} 特斯拉。

目 录

前言	i
符号说明	vii
天体物理常数	xv
绪论	1
第一章 流体力学基础	6
§ 1 流体力学的基本概念	6
§ 2 连续性方程	9
§ 3 欧拉方程	13
§ 4 能量通量	17
§ 5 速度分解定理	19
§ 6 动量通量	24
§ 7 粘滞流体的运动方程	26
§ 8 能量守恒方程和传热方程	29
§ 9 流体力学基本方程组	31
§ 10 流体力学方程组在几种不同坐标系中的分量表示式	33
第二章 激波简介	49
§ 11 微小扰动的传播	49
§ 12 流体一维流的能量方程	51
§ 13 几种参数	52
§ 14 微弱扰动区的划分——马赫锥	56
§ 15 正激波	58
第三章 等离子体及磁流体力学简介	69
§ 16 等离子体的基本概念	69
§ 17 等离子体振荡和德拜长度	70