

河海大学 211 工程重点学科专著

国家自然科学基金 (59739180, 59809003) 资助

# 可靠度

# 随机有限元法及其

# 工程应用

刘宁 著



中国水利水电出版社  
[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

1014339

河海大学 211 工程重点学科专著

国家自然科学基金 (59739180, 59809003) 资助

# 可靠度随机有限元法 及其工程应用

刘宁 著



中国水利水电出版社  
[www.waterpub.com.cn](http://www.waterpub.com.cn)

## 内 容 提 要

本书从不同的方面,对随机有限元法和基于可靠度随机有限元的可靠度计算方法进行了较为详尽的论述。本书的理论方法和实例分析大部分为作者多年的研究工作成果,既有作者翔实的理论公式推导,又有众多实例的计算分析成果和经验总结。

本书总分十一章;除第一章外,其余每章章末均给出了算例或工程实例,可供读者在研究工作中作对比分析。本书读者对象为:土木、水利工程技术人员、大学生及研究生。

### 图书在版编目(CIP)数据

可靠度随机有限元法及其工程应用/刘宁著. —北京:中国水利水电出版社, 2001.6  
ISBN 7-5084-0712-1

I. 可… II. 刘… III. 有限元法-可靠性分析-应用-工程计算 IV. TB115

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 041108 号

书 名	可靠度随机有限元法及其工程应用
作 者	刘 宁 著
出版、发行	中国水利水电出版社(北京市三里河路6号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sale@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (发行部)
经 售	全国各地新华书店
排 版	北京安锐思技贸易中心
印 刷	水利电力出版社印刷厂
规 格	787×1092毫米 16开本 14.5印张 339千字
版 次	2001年9月第一版 2001年9月北京第一次印刷
印 数	0001—1300册
定 价	34.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

## 序

刘宁教授撰写的《可靠度随机有限元法及其工程应用》一书，即将由中国水利水电出版社出版，我有机会事先阅读原稿，实感荣幸。作者嘱我写篇序言，我也欣然同意了。

工程随机力学和工程可靠性研究，是当代工程力学领域中的一个前沿课题和研究热点。如1999年底，在澳大利亚召开的第八届统计概率应用国际会议上，工程可靠性在设计方法中的应用被作为大会主题之一，可以看出工程可靠性理论和方法具有广泛的应用前景。工程实践表明，在不确定因素的影响下，安全系数的大小并不一定完全确切地表征工程的安全程度，为此，工程可靠性理论的研究先驱洪华生（Alfredo H.S. Ang）教授等人业已尝试运用全概率方法进行结构的静力和动力设计。

刘宁教授十多年来，一直从事工程随机力学和可靠性的研究。先后做了大量的科研课题和工程项目，取得了一系列成果，主要有以下几个方面：①非线性随机有限元及体系可靠度研究，刘宁教授分别在随机场理论模型、三维弹塑性随机有限元理论研究以及三维块体结构体系可靠度等方面取得了重大成果，并获得了水利部理论成果奖。②大体积混凝土结构随机温度徐变应力及时变可靠度理论研究，刘宁教授系统地研究了大体积混凝土结构随机温度场的计算方法、混凝土结构随机温度徐变应力场计算方法、结构时变可靠度的数值解法以及随机温度徐变应力影响下混凝土结构时变可靠度，其研究成果获得水利部科技进步理论成果奖。③在随机土介质的非线性随机有限元法及土边

坡渐进失稳体系可靠度研究方面，刘宁教授结合香港政府 RGC 基金，与国际岩土工程可靠性知名专家邓汉中（Wilson H. Tang）教授合作，分别在应变软化材料的位移控制有限元模拟技术、应变软化材料的非线性随机有限元法、土坡渐进失稳随机有限元分析及可靠度计算以及土坡稳定的体系可靠度计算方法等方面取得了最新成果。④刘宁教授注重理论联系实际，将研究成果应用于三峡、溪洛渡、龙滩、向家坝等重大工程中。

在以上研究成果的基础上，刘宁教授撰写了《可靠度随机有限元法及其工程应用》一书，汇总了他的研究精华，代表了我国当前随机有限元法和可靠性理论研究和应用的水平。我相信本书的出版问世，对我国工程可靠性的进一步研究将起到推动作用。

欣喜之余，写了个人感受，谨以为序。

中国工程院院士 吴中如

2000年3月

# 前 言

有限元法作为一种结构应力应变数值分析的手段,早已被人们广泛应用在土建、水电、矿山等实际工程中。然而,客观存在的随机因素使结构的响应(包括应力、应变)成为随机,估算结构的随机响应自然成为人们感兴趣的问题。随机有限元法也因此于20世纪70年代得以诞生,发展至今已成为强有力的数值分析工具。同时,由于传统的安全系数法不易定量的计入荷载、参数等随机因素的影响,因此,从概率分析的角度进行结构的可靠度计算,对结构的安全性进行评估显然具有一定的优越性。

在国际范围内,工程随机力学和工程可靠性理论及其应用研究始终处于较为热门的研究状态。在洪华生(Alfredo H.S. Ang)等国际著名专家的推动下,美国和日本等国家已基于全概率思想,考虑投资风险和效益,进行结构可靠度静动力设计方法的研究,研究成果业已应用于若干高楼的设计。与国外同行的研究相比,我国尚有自己的研究特色,但还有许多工作需要加强。本书作为抛砖引玉,旨在一方面为理论方法更好地发展和完善打好基础;另一方面也为实际工程应用,总结经验,克服不足,以便更好地为工程服务。

自1989年在河海大学工程力学系师从吴世伟教授攻读硕士学位以来,作者有幸一直从事工程随机力学和工程可靠性研究。1994年以前,在导师徐芝伦院士、吴世伟教授、卓家寿教授和李同春教授的悉心指导下,主要精力集中在非线性随机有限元方法及结构体系可靠度的研究;1994~1996年在清华大学水利系师从刘光廷教授从事博士后研究期间,在中国博士后科学基金的资助下,着手探讨大体积混凝土结构的随机温度场、随机应力场(考虑混凝土徐变效应)以及时变可靠度的计算方法;1997~1998年有幸在香港科技大学土木工程系,与国际岩土工程可靠性著名专家邓汉忠(Wilson H. Tang)教授合作进行土坡渐进失稳的体系可靠度研究,并着手进行地下洞室围岩稳定的可靠度分析;1999年开始围绕国家自然科学基金项目,从事已建结构参数的随机反演和可靠度监控研究,也同时萌发了撰书系统介绍可靠度随机有限元法的念头。在河海大学211工程重点学科建设项目以及国家自然科学基金重点项目(59739180)和面上项目(59809003)经费的资助下,终于得以完成本书书稿。

本书系统而深入地介绍了随机有限元法和可靠度计算方法,其中包括了

十年来作者本人与他人合作的研究成果。本书还列出了 300 余篇参考文献，为读者进一步深入研究提供了必要的信息和线索。本书的部分内容已在河海大学工程力学系、水电系、港口及航道工程系等专业的本科生和硕士研究生“结构可靠度”课程以及博士生导师专题讲座“随机有限元及其工程应用”中讲述过。本书可供有关研究人员阅读，特别适合于以工程可靠性作为选题方向的研究生参考。

在本书即将出版之际，首先要感谢的是我的师长。河海大学、清华大学以及香港科技大学的众多老师多年来对我的教育、培养、关心和帮助使我终生难忘。承蒙尊敬的工程院院士、河海大学吴中如教授为本书作序并对本书提出了十分中肯的意见；南京水利科学院洪晓林教授级高工认真细致地审阅了书稿；国内多名专家、同行学者和我进行的有益探讨和提供的宝贵资料使我受益匪浅；我的妻子王媛博士对书稿进行了文字整理和校对工作；我的研究生郭志川、束善杭、陈艳和胡强为本书书稿公式的编排和图形处理作了大量细致的工作，郭志川还整理了本书第五章中的部分内容。在此一并向他们表示由衷的感谢。

我衷心地欢迎读者对本书提出宝贵的意见。

刘 宁

2000 年 3 月于南京

# 目 录

## 序 前言

第一章 绪论 .....	1
第一节 工程中的不确定因素 .....	1
第二节 随机有限元法及其工程应用研究概况 .....	3
第三节 结构可靠度的发展简史及研究概况 .....	6
参考文献 .....	10
第二章 结构可靠度的计算方法 .....	15
第一节 结构可靠度的常用计算方法 .....	15
第二节 结构时变可靠度的计算方法 .....	22
第三节 结构可靠度计算的若干算例 .....	29
参考文献 .....	32
第三章 体系可靠度的计算方法 .....	34
第一节 体系可靠度的基本概念 .....	34
第二节 串联系统可靠度的计算方法 .....	35
第三节 并联系统可靠度的计算方法 .....	39
第四节 逐步等效线性化 Johnson 求交法 .....	41
参考文献 .....	43
第四章 线弹性随机有限元法及可靠度计算 .....	45
第一节 随机有限元法综述 .....	45
第二节 基于线弹性随机有限元的可靠度计算 .....	48
第三节 随机有限元可靠度计算中的位移 Taylor 法 .....	51
第四节 程序框图及算例分析 .....	55
参考文献 .....	58
第五章 随机场及随机场的离散方法 .....	60
第一节 随机场基本理论及基本公式 .....	60



第二节	随机场的离散处理方法 .....	63
第三节	三维可分向量随机场的局部平均及可靠度计算 .....	67
第四节	程序框图及算例分析 .....	70
参考文献	.....	74
<b>第六章</b>	<b>弹塑性随机有限元法及可靠度计算 .....</b>	<b>76</b>
第一节	非线性随机有限元法的研究进展 .....	76
第二节	弹塑性有限元的几种迭代格式 .....	79
第三节	基于全量理论的三维弹塑性随机有限元法 .....	82
第四节	基于增量理论的三维弹塑性随机有限元法 .....	87
第五节	基于三维弹塑性随机有限元的可靠度计算 .....	93
第六节	应变软化材料的随机有限元列式 .....	95
第七节	程序框图、算例分析及若干结论 .....	99
参考文献	.....	105
<b>第七章</b>	<b>基于随机有限元的结构体系可靠度计算.....</b>	<b>107</b>
第一节	结构的最大可能失效模式 .....	107
第二节	结构的主要失效模式及失效模式间的相关性 .....	111
第三节	三维弹塑性结构的体系可靠度 .....	114
第四节	程序框图、算例分析及结论 .....	118
参考文献	.....	125
<b>第八章</b>	<b>结构可靠度对随机变量的敏感性分析.....</b>	<b>127</b>
第一节	结构可靠度对随机变量的敏感性计算方法概述 .....	127
第二节	结构点可靠度对随机变量的敏感性分析 .....	128
第三节	失效模式的可靠度对随机变量的敏感性分析 .....	131
第四节	结构体系可靠度对随机变量的敏感性 .....	132
第五节	结构可靠度敏感性算例分析 .....	133
参考文献	.....	135
<b>第九章</b>	<b>大体积混凝土结构随机温度场的计算方法 .....</b>	<b>136</b>
第一节	随机温度场计算方法述评 .....	136
第二节	混凝土结构温度场的随机变分原理 .....	140
第三节	混凝土结构温度场的随机有限元列式 .....	143
第四节	程序框图、算例分析和结论 .....	148
参考文献	.....	152

第十章	大体积混凝土结构的随机徐变应力及时变可靠度 .....	154
第一节	混凝土结构随机徐变应力的研究现状 .....	154
第二节	初应变随机有限元的隐式解法 .....	158
第三节	徐变应力计算的复频响应——随机有限元法 .....	164
第四节	非平稳随机温度场作用下的随机徐变应力 .....	170
第五节	随机温度徐变应力作用下混凝土结构的时变可靠度 .....	171
第六节	程序框图、算例分析及结论 .....	173
参考文献	.....	184
第十一章	可靠度随机有限元法的工程应用 .....	186
第一节	节理岩体的随机有限元分析及可靠度计算 .....	186
第二节	土坡渐进失稳的体系可靠度 .....	193
第三节	地下洞室群围岩的随机有限元分析和可靠度计算 .....	196
第四节	碾压混凝土重力坝的体系可靠度 .....	207
第五节	重力坝的随机温度场、随机徐变应力及时变可靠度 .....	211
参考文献	.....	219

# 第一章 绪 论

本章对随机有限元法的发展简史、随机场问题、结构可靠度（包括体系可靠度）发展简史、常用计算方法、随机有限元法和结构可靠度的工程应用概况进行了概述。

## 第一节 工程中的不确定因素

人们一直习惯以安全系数作为水利工程的评价指标。然而，安全系数只是一个由确定的信息得到的一个定值，它未能考虑设计变量中任何客观存在的变异性，某一特定的安全系数值，对于不同的工程未必具有同样的意义。换句话说，安全系数的大小并不能完全确切地表征工程的安全程度。现有的设计理论在信息处理上往往采用两种极端的方法<sup>[1]</sup>。结构设防水平的确定是工程设计的关键性决策，但往往由于不确定性因素过于强烈而无法进行科学处理。结构变量的设计则走向另一极端，把一切信息都作为严格的确定性的事物，以至可能出现多种前后矛盾的局面。国内权威人士指出<sup>[2]</sup>：“在计算科学日新月异的今天，计算参数与实际情况相比它所具有的精度已远远落后于工程结构的精确分析”、“如果不考虑设计参数的不确定性，结构的精确分析所能取得的效益将被粗略的经验性安全指标所淹没”。因此，考虑实际工程中的不确定因素，对工程进行随机力学分析和可靠度评估显然具有十分重要的意义。

从数学角度来分类，工程中的不确定因素可以分为三种<sup>[1]</sup>：随机性（Random）、模糊性（Fuzzy）以及未确知性（Unascertainty）。前两类不确定性早已为人们所认识，未确知性是指由于信息、数据的不全面、不完整而导致的不确定性。目前工程中接触较多、研究相对比较成熟的是工程随机性问题，工程随机力学也是针对工程随机性问题进行力学分析。本书以下如不特别声明，不确定性即指随机性。

随机因素又进一步分为随机变量、随机场（Random Field）<sup>[3]</sup>、随机过程以及随机场和随机过程的结合。随机变量是用来描述与时空无关的单一变量的随机特性；对于具有空间分布特性的随机参数则需用随机场加以描述，如岩土材料的强度参数  $f$ 、 $c$ 。对于给定的坐标位置，随机场则退化为随机变量；随机过程则用来描述在时间上具有时变特性的随机参数，如地震加速度；有时，有些现象可能同时表现出时间和空间上的变异性，如大坝混凝土的随机仿真温度场<sup>[4]</sup>，这时就需以随机场过程加以模拟。

从工程背景来分类，不确定因素体现在以下几方面<sup>[5][6]</sup>：

### 一、荷载的不确定性

在静力问题方面，对于水工结构，可能出现的荷载主要有：自重、上下游的水压力、坝基的扬压力以及温度荷载等。自重的变异性一般较小，一般可以不作为随机；而上下游水位的变化往往难以预料，描述为随机变量比较合理。根据河海大学工程可靠性研究室对我国 82 座大坝上游水位的统计结果表明，上游水位的变异系数（标准差与均值之比）约

在 0.06 左右<sup>[7]</sup>。由于上下游水位的不确定性，导致了坝基扬压力的不确定性。温度荷载与混凝土的热力学参数、入仓温度、环境温度以及施工浇筑方式等因素有关，这些因素也存在着很大的不确定性<sup>[8]</sup>（详见本书第九章），由此导致了温度荷载的不确定性。对于地下洞室问题，荷载主要是地应力和渗压。初始地应力场一般是根据几个测孔的量测值通过回归的方法近似地获得，其不确定性主要来源于地应力场空间量测数据的离散性、实际地应力场与实测地应力场的数据间的误差以及回归分析计算模型的不确定性<sup>[9]</sup>，大量的计算实践表明不同的计算模型可能会带来 30% 以上的偏差。由于地质条件的复杂性，实际工程中的渗流场也很难准确把握，因此，随机渗流场计算的重要性也被人们所认识<sup>[10][11]</sup>。在动力问题方面，水利工程一般考虑地震荷载的影响，而地震荷载的随机性极为强烈。由此可见，实际工程中的荷载在很大程度上需视为随机加以研究。

## 二、材料参数的不确定性

材料参数包括材料热学参数和力学参数。对于材料的热学参数（包括混凝土的水化热参数以及导热系数、导温系数和表面放热系数等），作者在大体积混凝土结构的随机温度场研究中<sup>[4][8]</sup>，对混凝土热学参数的随机性及其影响，做过较为详细的研究，本书在第九章和第十章将进行较为详细的介绍。对某一典型重力坝坝体混凝土温度场的计算表明，在混凝土和基岩的随机热学参数（包括混凝土水化热参数）及随机环境温度（包括库水温度及气温）等因素的共同作用下，坝体内混凝土温度的最大标准差约为 4℃<sup>[12]</sup>。材料的力学参数包括变形模量、泊松比以及抗压强度、抗拉强度和  $f$ 、 $c$  等强度参数。大量的统计资料表明，坝体混凝土变形模量的变异系数范围约在 0.1~0.2，而基岩则约在 0.2~0.3，泊松比的变异性相对较小，而对土性材料，其变异系数有时可达 0.3 以上。混凝土抗压强度、抗拉强度的变异系数往往在 0.2 左右，最大可达 0.3，而岩土材料  $f$  和  $c$  的变异性则较大<sup>[13]</sup>，尤其是  $c$ ，有时可高达 0.5 左右，且  $f$  和  $c$  的空间随机场特性十分明显。因此，对于有明显变异性的参数，如果仍沿用传统的方法，只简单地以一个确定的值（相当于随机变量的均值）来描述某一材料参数，计算结果较难反映实际情况。

## 三、几何尺寸的不确定性

在同样的条件下，具有不同几何尺寸的结构，结构的响应（包括应力、位移等）也不相同。一般而言，上部结构几何尺寸的变异性很小，但不排除在结构敏感部位几何尺寸可能存在的微小变异带来的显著影响。而对基岩部分，断层、裂隙、节理等结构面的几何分布情况（包括走向、倾角以及延伸度、间距等）一般很难准确把握，而这些结构面的几何分布情况对于计算地基的应力场以及渗流场至关重要（尤其是对渗流场）。但由于几何不确定性问题有限元计算的复杂性，至今国内外在此方面的研究成果还很少<sup>[14][15]</sup>。

## 四、初始条件和边界条件的不确定性

无论是应力场、渗流场还是温度场的计算，都离不开边界条件的影响，对于动力问题或者非稳定问题，初始条件的影响也不容忽视。模拟实际工程所建立的几何物理模型，需兼顾仿真和简便两大原则，边界条件往往需作一定程度的简化。边界条件的不确定性来源于实际问题的复杂性、边界条件变化的不可预知性、人类认识局限性以及对结构边界处的简化等等。以大体积混凝土结构的不稳定温度场为例，混凝土入仓温度作为初始条件受到原材料温度、出机口温度和气温的影响，视为随机较为合理<sup>[8]</sup>，其变异系数可能会在 0.1

以上；作为温度场问题的边界条件，在统一地用第三类边界条件模拟时，由于气温、日照、库水温度以及导热系数和表面放热系数随机性的影响，边界温度的随机性更为强烈<sup>[4][8]</sup>。目前，对于渗流和热传导问题，作者和刘俊生等人已对边界条件的随机性影响进行了研究<sup>[8][11]</sup>，但对于应力问题，研究成果至今尚未见报道。

### 五、计算模型的不确定性

由于实际工程材料（如混凝土和岩石）的复杂性，一般情况下，可根据室内试验、工程地质资料甚至工程经验初步确定材料模型的类别，但符合选模原则的最佳模型应该只有一个，这正是模型识别理论的工程背景<sup>[16]</sup>。事实上，不论采用何种本构理论和强度准则都不可能绝对准确地反映材料的本构关系和破坏特性。至今，针对不同的材料，人们已提出了许多本构模型和强度准则，不同的模型所反映的侧重点各不相同，如混凝土的最大拉应力准则、四参数准则、五参数准则等等，但不同准则所计算出的结果有可能相差很大。例如，可采用 D-P (Drucker-Prager) 准则或 M-C (Mohr-Coulomb) 准则近似地模拟岩体的破坏，很难说哪一种准则对于任何一类岩体都十分准确，对于硬岩我们可能会偏爱于使用 D-P 准则，而对软岩（尤其是很软的岩体夹层直至土质材料）采用 M-C 准则效果可能会更好。然而，岩体何时才是硬岩，何时才是软岩，在很大程度上是个模糊的概念。采用 D-P 准则和 M-C 准则所得结果有时会相差很大。计算模型的不确定性问题在国际上已受到高度重视，然而，至今只见到针对一些简单问题的零星报道<sup>[17][18]</sup>。

综上所述，实际工程中不确定因素在各个方面都不可避免地存在着，然而本书不拟也不可能面面俱到地在各个方面进行介绍。为此，本书以下将着重在荷载、材料参数以及边界条件和初始条件的不确定方面，阐述相应的随机有限元法和基于随机有限元的可靠度计算方法。其中，边界条件和初始条件的不确定问题本书中只限于对大体积混凝土结构随机温度场和徐变应力场的探讨。

## 第二节 随机有限元法及其工程应用研究概况

在充分认识到实际工程中的不确定因素后，人们自然会针对这些不确定因素设法采用一些有效的方法，从结构的设计、施工和运行的多种方面进行相应的研究。工程中不确定问题的概率分析包括以下三大方面<sup>[5]</sup>：①工程随机力学；②工程的风险评估和可靠度分析；③基于可靠度理论的规范设计方法。在工程随机力学方面，又大致上包括四方面的研究内容：随机过程和随机场数字模拟、随机振动、随机有限元法（或随机边界元法和其它随机离散数值方法）以及随机断裂力学及随机损伤力学。在工程的风险评估和可靠度分析方面，研究内容大致包括：工程参数、荷载和模型等不确定性的数学描述及定量分析，风险和可靠度分析以及工程消耗估计和损失预测等。而在基于可靠度理论的规范设计方面，研究内容主要包括：基于响应的设计方法、基于结构功能的设计方法、容许极限状态的概率分析方法、允许应力条件下的概率设计方法 (LRFSD)、可靠度优化问题、荷载组合问题及地震作用下的概率设计方法等等。本书所介绍的内容即隶属于上述第①方面。

### 一、随机有限元发展简史

随着结构复杂程度的提高，结构承载后的响应量与输入量之间存在着复杂的函数关

系, 往往难以用显式表达。目前利用有限单元法分析复杂结构已经成为结构工程实践中广泛使用的一项数值计算方法, 且随着高精度单元的引入, 确定性有限元计算有精度越来越高的趋势。因此, 人们很自然会想到在有限元计算中考虑不确定性因素, 由此而诞生了随机有限元法 (SFEM)。

人们最初的思路是将 Monte-Carlo 法与有限元直接结合, 我们称之为直接 Monte-Carlo 法, Astill<sup>[19]</sup>和 Shinozuka<sup>[20]</sup>可谓这一方法的先驱。由于直接 Monte-Carlo 法是建立在大量确定性有限元计算的基础上, 对于大型结构, 其计算量极大, 因而很不实用。严格说来, 最初直接 Monte-Carlo 法还不是“真正”的随机有限元。

“真正”的随机有限元始于 20 世纪 70 年代。Cambou<sup>[21]</sup>首先采用一次二阶矩法研究了线弹性问题, 接着 Dendrou 和 Houstis<sup>[22]</sup>以及 Baecher 和 Ingra<sup>[23]</sup>在解决岩土工程中的不确定问题时采用了类似的方法。由于这种方法是将随机变量影响量进行 Taylor 级数展开, 因此该法也可称为 Taylor 展开法随机有限元 (TSFEM)。随后, Handa 和 Anderson<sup>[24]</sup>以及 Hisada 和 Nakagiri<sup>[25]</sup>在考虑随机变量波动性时采用一阶、二阶摄动技术, 提出了较为有效的摄动随机有限元法 (PSFEM), Handa 和 Anderson 将其用于框架结构分析, 而 Hisada 和 Nakagiri 则将其用在各种复杂结构的应力、位移随机性分析中<sup>[25-27]</sup>。20 世纪 80 年代后期, Shinozuka<sup>[28]</sup>和 Yamazaki<sup>[29]</sup>创造性地将 Neumann 展开法与 Monte-Carlo 有限元相结合, 提出了精度、效率均较高的 Neumann 展开随机有限元法 (NSFEM), 使 Monte-Carlo 法与常规的有限单元法得以较为完美结合。以美国加州大学 Berkeley 分校 Der Kiureghian 为代表的若干学者将结构可靠度的梯度计算与有限元分析相结合, 提出了随机有限元的梯度分析法 (GSFEM)<sup>[30]</sup>, 与之类似, 以我国吴世伟为代表的学者们, 对有限元支配方程采用直接偏微分技术, 提出了随机有限元的直接偏微分方法 (DSFEM)<sup>[31][32]</sup>, 作者则进一步采用该法对弹塑性 (包括应变软化) 材料的随机有限元格式进行了尝试性的研究<sup>[33-35]</sup>。近几年 Takeda<sup>[36]</sup>和 Deodatis<sup>[37][38]</sup>提出的加权积分法 (Weighted Integral Method) 随机有限元 (WISFEM), 对于随机场问题的处理具有较大的优越性。此外, 由于国际上确定性有限元商业软件的普及, 基于有限元商业软件, 采用改进的 Monte-Carlo 法或重要抽样技术, 以响应面 (Response Surface) 近似地代替原功能函数, 得到所谓的随机有限元的响应面法 (RSSFEM)<sup>[39]</sup>, 该法可以大大地提高编程效率, 避免诸如直接偏微分法等编程的困难, 这一种方法在国外已占有较大的市场。

国内随机有限元的研究起步相对较晚, 但发展较快, 吴世伟等人较早地提出了随机有限元的直接偏微分法及相应的可靠度计算方法<sup>[31,32,40,41]</sup>, 并应用于大型水利工程如重力坝、拱坝的可靠度计算<sup>[31,42,43]</sup>。陈虬、刘先斌则在国内较早地对随机有限元法从变分原理、随机场和随机有限元列式等多个方面进行了较为系统的总结<sup>[44]</sup>, 并提出了随机场的插值法等多种方法。随后秦权以及作者等人也分别从不同的角度对随机有限元法的研究现状进行了总结<sup>[45-47]</sup>, 其他众多学者如姚耀武、龚晓南、张圣坤、张汝清和张晓春等也分别在随机有限元的不同方面提出相应的方法<sup>[48-52]</sup>, 这里恕不一一加以介绍。

随机有限元法的数学理论研究是人们关注的课题。Ghanem 和 Spanos (1991) 著的《随机有限元谱分析》<sup>[53]</sup>是国际上随机有限元领域的第一本专著, 该书主要讨论用谱方法将随机过程的响应用离散的、独立的随机变量来表示, 从而可以在 Hilbert 空间中进行离散和

数值求解。Liu W.K. (1988) 提出了一个随机变分原理<sup>[54]</sup>, 但此原理仅限于讨论各响应场 (位移、应变、应力等) 互不相关的特殊情况。刘先斌 (1991) 在他的硕士论文中提出了基于随机场插值的、离散的 Karhunen-Loeve 展式, 以此为基础建立了随机的变分列式和有限元列式, 并研究了这类随机有限元方法的收敛性和误差界<sup>[55]</sup>。Kleiber 和 Hien 在他们的专著中也论及了随机变分原理, 并由此推导出了相应的摄动法随机有限元列式<sup>[56]</sup>。张汝清则基于变分原理提出了形式简单、实用性较强的随机变量的变分原理<sup>[50]</sup>, 作者则进一步将其应用于随机温度场的变分原理, 推导出了相应的随机有限元列式<sup>[8]</sup>。由于本书旨在介绍如何针对大型复杂工程中的随机因素采用有效的随机有限元法进行分析并进行可靠度计算, 因此除在第九章中给出温度场的随机变分原理外, 在其余章节不再对随机变分原理加以研究。

非线性随机有限元的研究也是人们十分关注的课题, 但目前涉及非线性随机有限元的文献还较少。Liu P.L. 首先对几何非线性问题采取直接对整体平衡方程微分的方法<sup>[57]</sup>, 给出了类似于全量理论的随机有限元偏微分方程, 显然该法不适用于卸载问题, 不易反映加载历史, 且功能函数仅针对整体失稳问题, 建立了一个位移显式的功能函数。Hisada 克服了上述方法不可考虑加载历史的困难, 基于摄动法, 对于材料弹塑性及几何非线性问题, 给出了位移对随机变量偏导数的计算方法<sup>[58]</sup>。但该法未对摄动幅度的敏感性给出必要的证明, 摄动幅度的选取具有人为因素, 同时当随机变量较多时该法的工作量也显著增加。Papadrakakis 于 1995 年采用预处理共轭梯度法 (Preconditioned Conjugate Gradient Method) 给出了空间框架的非线性随机有限元列式<sup>[59]</sup>, Schorling 和 Bucher 则基于 Monte-Carlo 技术采用响应面法, 研究了几何非线性时的可靠度随机有限元方法<sup>[60]</sup>。作者则基于偏微分法, 给出了三维弹塑性随机有限元列式<sup>[33]</sup>。本书将在第六章对非线性随机有限元进行较为详细的介绍。

## 二、随机场理论及随机场离散方法概述

从广义上讲, 只要在有限元计算中考虑了不确定因素就可称为随机有限元。然而, Vanmarcke 和 Shinozuka 在他们的论文中明确提到随机有限元法须包含对随机场的处理<sup>[61]</sup>。因此, 严格说来, 随机有限元法须考虑材料参数的空间变异性。事实上, 自然界中的所有现象都归结为分布无序系统 (Distributed Disorder System, 简称 D.D. 系统) 的外在表现 (有关论述详见参考文献 [62]), 而 D.D. 系统可以描述为在空间分布的随机场, 或依时间分布的随机过程。岩土材料 (包括岩石、土、软弱夹层等的弹模、凝聚力、内摩擦角) 以及大体积混凝土材料的弹模等许多结构材料的物理参数都具有明显的空间变异性, 应将它们视为随机场加以研究。正是由于参数的随机场特性, 如果仍采用单一的随机变量来描述, 则可能会导致过低估计可靠度, 使设计偏于保守。Vanmarcke 较早且较系统地研究了随机场理论<sup>[61-63]</sup>, 并对岩土材料的随机场特性作了精辟的论述<sup>[64]</sup>。Shinozuka 较早涉及混凝土材料随机场特性的研究<sup>[65]</sup>。我国也有许多学者对随机场理论及其在工程中的应用作了较为深入的研究, 如包承纲、高大钊、彭大鹏等人的研究工作<sup>[66-68]</sup>。

综观国内外参考文献, 可以看出, 所有的随机有限元法都是围绕两个问题展开的, 第一是随机算子和随机矩阵的求逆问题 (这一点事实上是如何获得随机有限元的列式); 第二是随机场的离散或“分离”方法<sup>[69]</sup>。秦权和作者等均独立对随机场的离散处理方法进

行过较为详细的论述<sup>[45][47]</sup>。针对目前随机场理论及随机场的离散方法仍局限于一维、二维，且三维随机有限元又需考虑随机场的影响，作者在文献 [78] 中提出了三维可分向量随机场模型，视结构材料参数为混合坐标架中可部分（或完全）分离的三维向量随机场，并在整体坐标系中将随机场在三维等参元中进行局部平均，给出了相应的计算公式。在本书第五章也将进行有关介绍。

### 三、随机有限元法的工程应用

随机有限元由于其独特的魅力在实际工程中应用颇广，且最近几年在我国大有研究热门之趋势。总体上说，随机有限元法的目的可以大致归结为三点：第一是用以求解在随机因素影响下结构的随机响应；第二是用以计算结构的可靠度；第三用以获得结构安全性对设计参数的敏感性（灵敏度）。在实际工程中，随机有限元法的应用主要体现在以下几方面：

#### 1. 框架结构的可靠度计算

如 Handa<sup>[24]</sup>、Spanos<sup>[76]</sup>、Der Kiureghian<sup>[79]</sup>和 Liu<sup>[57]</sup>等人的研究工作。

#### 2. 岩土工程方面的应用

如基础沉降、承载力和稳定的可靠度分析，边坡、围岩稳定的可靠度分析等。这方面国内外学者都做了很多工作，如 Baecher 和 Ingra<sup>[23]</sup>、Vanmarcke<sup>[64,80]</sup>、Phoon、Quek 和 Chow<sup>[81]</sup>、Dasgupta<sup>[82]</sup>、Ishii 和 Suzuki<sup>[83]</sup>、包承纲<sup>[66]</sup>、高大钊<sup>[67]</sup>、邹进彰<sup>[84]</sup>和曹策慧<sup>[85]</sup>等人的工作。作者也曾对地基沉降的概率分析以及地下洞室围岩稳定的非线性随机有限元分析进行了研究<sup>[86][9]</sup>。

#### 3. 大型块体结构基于随机有限元的可靠度计算

在这方面，我国吴世伟教授生前做了大量的工作<sup>[31][40]</sup>，并为后人的工作奠定了基础，国内其他许多学者也纷纷获得了一些研究成果<sup>[48][49][87][88]</sup>，例如姚耀武将三维非线性有限元法成功地应用于丰满大坝的可靠度分析，得到了较为显著的成果<sup>[89]</sup>。作者则将随机有限元法应用于大体积混凝土结构的随机温度场、随机徐变应力场和时变可靠度计算，本书在第九章和第十章将加以介绍。

#### 4. 在结构动力问题中的应用

国内外已有不少研究成果，如国外 Bazant<sup>[90]</sup>、Langley<sup>[91]</sup>及 Liu<sup>[92]</sup>的研究，我国陈厚群、吕泰仁等也进行了大量的研究<sup>[93][94]</sup>。

#### 5. 在材料断裂、裂纹扩展方面的应用

目前，这方面研究成果较少，但我国已有部分学者涉及这一课题，如朱位秋等对含裂纹板的应力强度因子进行了随机性分析<sup>[71]</sup>，李同春用三维随机有限元对柘溪大头坝裂缝扩展的稳定性作了计算分析<sup>[95]</sup>等等。

综上所述，随机有限元法在实际工程中的诸多领域已得到了较好的应用，本书也将在第十一章中对若干工程问题探讨可靠度随机有限元法的实际应用。

## 第三节 结构可靠度的发展简史及研究概况

### 一、概述

自从 1946 年 Freudenthal 在国际上发表“结构的安全度”以来，人们已充分意识到实



际工程的随机因素，将概率分析和概率设计的思想引入实际工程。1997年在日本京都市召开了结构安全性和可靠性国际会议（ICOSSAR'97），所涉及的内容十分丰富。其中，奥地利 Innsbruck 大学的 Schueller 作了题为“结构可靠度的研究进展”特邀报告<sup>[96]</sup>。1997年年底，“结构安全性”（Struct. Safety）国际期刊的编委们联合撰写了题为“计算随机力学的研究动态”一文<sup>[97]</sup>，从多个角度综述了计算随机力学的最新进展。1998年11月在上海召开的中美日三国土木与基础工程系统交流会上，又有多位国际著名专家如美国南加州大学的 Shinozuka、日本武藏工业大学的星谷胜（Hoshiya）以及香港科技大学的邓汉忠（Wilson H. Tang）等学者，作了内容丰富的报告<sup>[98]</sup>。1999年12月，在澳大利亚召开了第八届统计概率应用国际盛会（ICASP8），此次会议共交流论文165篇，该会的主题之一即是探讨将工程可靠性理论及概率分析方法引入设计规范的修改和基于全概率进行结构设计的研究。可以看出，在国际学术界，工程可靠性理论和方法在近几年又有了长足的进展<sup>[99]</sup>。

我国结构可靠度理论的研究起步相对较晚，20世纪60年代曾广泛开展结构安全度的研究与讨论，70年代开始把半经验半概率的方法（水准I法）用到六种结构设计的规范，至80年代，在我国已掀起结构可靠度研究和应用的热潮，涌现出一批结构可靠度理论的专著<sup>[40][100]</sup>，研究成果被应用于许多大型工程。此外，建筑、铁路、公路、水运和水利五大部门还联合编制“工程结构可靠度设计统一标准”。1992年在河海大学召开的“工程结构可靠性全国第三届学术讨论会”再一次将结构可靠度在国内的研究推向高潮。1994年国家技术监督局和建设部联合发布了GB50199—94《水利水电工程结构可靠度设计统一标准》。1995年在西安又成功地召开了“工程结构可靠性全国第四届学术讨论会”，标志了可靠度研究仍在保持持续发展的良好势头。至今，在我国的土木、水利工程应用领域，可靠度理论的研究已历经了二十余年。在这二十余年的时间里，一方面工程可靠性理论在众多工程领域中得到检验；另一方面，通过反复认识和大量实践，工程可靠性研究已在理论上不断地被深化，在实践上正逐步转向更有效地为工程服务。

## 二、点可靠度

总体上，结构可靠度可以分为点可靠度〔亦称元件的可靠度（Component Reliability）〕以及体系可靠度（System Reliability）。点可靠度即是包括基础在内的结构各点或各元件的可靠度。在随机因素的影响下，结构的实际响应（如位移、应力）一般不可能为正态分布，因而，可靠指标一般需通过迭代计算获得。至今国际上已提出了可靠指标的若干迭代计算方法<sup>[101]</sup>，如 Monte-Carlo 法（该法由国际 JCSS 组织推荐）、验证荷载法、几何法（优化算法）等。其中，Hasofer 和 Lind 提出的可靠指标的优化算法由于具有收敛快、精度高而被广泛采用。

## 三、体系可靠度

目前，构件或构件某一截面及结构点可靠度的计算方法日趋完善，并已进入实用阶段。随着可靠度理论的进一步深入，人们发现构件或点可靠度的计算已不能满足实际需要，人们往往最关心的是由众多构件组成的结构或连续体结构体系的可靠度。结构体系可靠度是可靠度理论中最为重要也最为复杂的内容之一，我国五个部门共同制定的《工程结构可靠度设计统一标准》（报批稿）中明确提出“当有条件时，工程结构宜按结构体系进行可靠度分析。”在《铁路工程结构可靠度设计统一标准》中明确提到“需要对整个结构