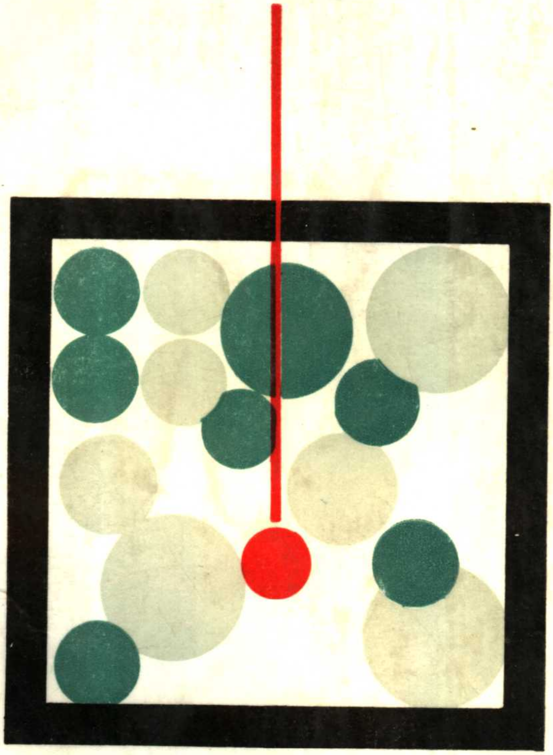
王士同　陈剑夫　编著

人工智能中的模糊启发式搜索技术



机械工业出版社

人工智能中的模糊启发式搜索技术

人工智能中的模糊启发式搜索技术

王士同　陈剑夫　编著

机 械 工 业 出 版 社

（京）新登字054号

本书系人工智能中的模糊启发式搜索技术方面的论著。它以作者提出的将模糊集理论引入到启发式搜索技术的研究这一学术思想，深入论述人工智能中的基本技术之一：模糊普通图和模糊与或图的模糊启发式搜索技术。

本书内容新颖翔实，叙述深入浅出而自成体系，适于计算机、自动化、电子、信息处理及应用数学专业的师生、科技人员阅读。

人工智能中的模糊启发式搜索技术

王士同　陈剑夫　编著

*

责任编辑：王中玉　蒋　克　　责任校对：张　佳

封面设计：姚　毅　　版式设计：胡金瑛

责任印制：卢子祥

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

邮政编码：100037

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

人民交通出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行・新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32・印张 5 7/8・字数 126千字

1993年6月北京第1版・1993年6月北京第1次印刷

印数 0 001—2000・定价：6.60元

*

ISBN 7-111-03604-2/TP・179

前　言

人工智能是本世纪三大科技成就之一，它的出现引起了计算机科学的第二次革命，开创了智能化的新纪元。人工智能的核心课题是问题求解，启发式搜索原理可以帮助人们利用部分状态空间求解复杂的问题，进而大大提高了问题求解的效率。启发式搜索原理是人工智能中的核心原理之一，它的基本思想是经验推理。人工智能先驱者们的一个重大贡献就是发现了启发在问题求解中的价值，并给予它应有的科学地位，使问题求解技术的研究有了一个质的飞跃。

但是，人类的经验常常是不严格、不完备、不精确的，甚至是不科学的，模糊数学是描述不确定性事实的强有力的理论和有效的工具。将模糊集理论应用到启发式搜索技术的研究是人工智能研究的一个极为重要的方面，模糊启发式搜索技术的研究丰富和发展了人工智能的应用基础研究，具有极为重要的理论和应用价值。本书根据近10年来国际最新成果以及作者的科研成果编著，其内容主要包括模糊普通图和模糊与或图的模糊启发式搜索技术。

本书共分六章。第一章简要介绍模糊集的基本理论；第二章介绍问题求解的基本内容；第三章阐述关于普通图的常见的启发式搜索算法；第四章研究模糊普通图的模糊启发式搜索技术，共介绍九个算法；第五章阐述关于普通与或图的启发式搜索算法；第六章研究模糊与或图的模糊启发式搜索技术，共介绍四个算法。最后还列举了模糊启发式搜索技术

的应用。

本书由王士同撰写第一、四、五、六章，陈剑夫撰写第二、三章，王士同统编全稿。本书承蒙夏振华、王来生教授在百忙之中仔细审阅全稿并提出了许多宝贵意见；高群同志协助查阅文献并抄写了部分书稿。本书的出版得到了国家自然科学基金会的支持。笔者在此一并致谢！

由于作者水平有限，不足之处恳请读者斧正指教。

作　　者

1992年6月

目 录

第一章 模糊集合

1.1 模糊集的定义及其运算

一些事物的全体叫做一个普通集合，有时常称做集合。这些事物中每一个都称为这个集合的元素。普通集合是一种边界明确的集合，一个元素与一个集合之间只有完全属于或完全不属于两种关系，不存在中间状态。一个集合 A 可以用其特征函数来表示。这个函数 μ_A 定义于论域 U 上，但只取0,1值，即

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1 & x\in A\\ 0 & x\notin A\end{cases}$$

但是，现实世界中存在许多边界不明确的分类。例如，“远大于 1 的实数”就是论域——实数轴——上的一个没有明确边界的分类。例如，我们不能肯定 5 这个数是不是远大于 1 。显然，说 5 这个数对于“远大于 1 的实数”这个分类的隶属程度是0.2，比起肯定地说 5 属于或不属于这个分类要合理得多。这一修改意味着把普通集合特征函数的值域从{0,1}扩展到区间[0,1]之中并因此产生了模糊集合这个新概念。

定义1-1　论域 U 中的一个模糊集合 A 由一个隶属函数 $\mu_A(x)$：$U\to[0,1]$所表征；隶属函数把区间[0,1]中的一个数 $\mu_A(x)$ 与 U 中每一个元素 x 对应起来，说明 x 对 A 的隶属程度。

例1-1 令论域U是区间[0,100]，U的元素x代表人的年龄。这时，老年人的概念可表达为U的一个模糊集合A，其隶属函数可定义为

$$\mu_A(x)=\begin{cases}0 & 0\leqslant x\leqslant 50\\ \left[1+\left(\dfrac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} & 50<x\leqslant 100\end{cases}$$

从这个例子可以看到，年老这个词的意义可由年龄的论域中的一个模糊集合来表示。

就论域的类型而言，模糊集有下列两种表示法：

(1)设论域U是有限域，令$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，U上的任一模糊集A，其隶属函数$\mu_A(x_i)$，$i=1,2,\cdots,n$，则此时A可表示成

$$A=\mu_A(x_1)/x_1+\mu_A(x_2)/x_2+\cdots+\mu_A(x_n)/x_n$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\mu_A(x_i)/x_i$$

这里的符号Σ不再是数学和，$\mu_A(x_i)/x_i$也不是分数，它只有符号意义，只表示x_i对模糊集A的隶属程度是$\mu_A(x_i)$。

例1-2 设$U=\{a,b,c,d\}$，则模糊集A可以不含混地表示成

$$A=0.2/a+0.1/b+0.7/c+1/d$$

(2)设论域U为无限域，此时U上的一个模糊集A将表示成

$$A=\int_{x\in U}\mu_A(x)/x$$

同样地，其中的$\int$不再表示积分，它只有无穷逻辑和的意义，而$\mu_A(x)/x$的意义则和有限情况是一致的。

例1-3 用上述表示法，例 1-1 中的模糊集合 A 可表示成：

$$A=\int_{0\leqslant x\leqslant 50} 0/x+\int_{50<x\leqslant 100}\left[1+\left(\frac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

$$=\int_{50<x\leqslant 100}\left[1+\left(\frac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

模糊集合A的支集是 U 中 $\mu_A(x)$为正的元素的集合。模糊集合的支集是普通集合。模糊集合 A 的高度是遍及 U 上 $\mu_A(x)$的最大值。模糊集合 A 的过渡点是U 上的一个元素，此元素在A中的隶属程度是0.5。

若A是U中的一个模糊集合，则 A 的一个 α 截集是一个普通集合，记为A_α，其定义为

$$A_\alpha=\{x \mid \mu_A(x)\geqslant\alpha, x\in U\}$$

由于模糊集是普通集合的推广，故普通集合间的运算亦可相应地扩展到模糊集中。由于模糊集中没有点与集之间的绝对隶属关系，因而其运算的定义只能以隶属函数之间的关系来确定。

设论域 U 上的模糊集之全体用 $\mathscr{F}(U)$ 来表示，则常见的模糊集运算定义如下述。

定义1-2 设A，$B\in\mathscr{F}(U)$，则有

（1）A的补记为A'，其定义为

$$A'=\int_U(1-\mu_A(x))/x$$

（2）A 和 B 的并记为$A\cup B$，其定义为

$$A\cup B=\int_U(\mu_A(x)\vee\mu_B(x))/x$$

（3）A和B的交记为$A\cap B$，其定义为

$$A\cap B=\int_U(\mu_A(x)\wedge\mu_B(x))/x$$

（4）A和B的积记为AB，其定义为

$$AB=\int_U\mu_A(x)\mu_B(x)/x$$

（5）称A含于B，记为$A\subseteq B$，其定义为：若$\forall x\in U$，有

$$\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x)$$

（6）称A等于B，记为$A=B$，其定义为：若$\forall x\in U$，有

$$\mu_A(x)=\mu_B(x)$$

例1-4 若$U=\{1,2,3,\cdots,10\}$

$$A=0.8/3+1/5+0.6/6$$

$$B=0.7/3+1/4+0.5/6$$

则

$$A'=1/1+1/2+0.2/3+1/4+0.4/6+1/7+1/8+1/9+1/10$$

$$A\cup B=0.8/3+1/4+1/5+0.6/6$$

$$A\cap B=0.7/3+0.5/6$$

$$AB=0.56/3+0.3/6$$

$$A^2=AA=0.64/3+1/5+0.36/6$$

定义1-3 若A_1，A_2，…，A_n相应是U_1，U_2，…，U_n上的模糊集合，A_1，A_2，…，A_n的笛卡尔积集记为$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n$，其定义为$U_1\times U_2\times\cdots\times U_n$上的模糊集合，其隶属函数为

$$\mu_{A_1\times A_2\times\cdots\times A_n}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

$$=\mu_{A1}(x_1)\wedge\mu_{A2}(x_2)\wedge\cdots\wedge\mu_{An}(x_n)$$

据此有

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n$$

$$=\int_{U_1\times U_2\times\cdots\times U_n}\frac{\mu_{A1}(x_1)\wedge\mu_{A2}(x_2)\wedge\cdots\wedge\mu_{An}(x_n)}{(x_1,x_2,\cdots,x_n)}$$

例1-5 设$U_1=U_2=\{3,5,7\}$，$A_1=0.5/3+1/5+0.6/7$，$A_2=1/3+0.6/5$，则

$$A_1\times A_2=0.5/(3,3)+1/(5,3)$$
$$+0.6/(7,3)+0.5/(3,5)+0.6/(5,5)$$
$$+0.6/(7,5)$$

一个模糊集合A可以经过分解恒等式

$$A=\int_0^1\alpha A_\alpha$$

或
$$A=\sum_\alpha\alpha A_\alpha$$

分解为其截集。式中αA_α是标量和集合A_α的乘积，也即是支集为A_α而隶属程度恒等于α的模糊集，$\int_0^1$或Σ则表示α的值从0变到1时αA_α的并集。

例1-6 设$A=0.1/2+0.3/1+0.5/7+0.9/6+1/9$

则A可写成

$$A=0.1/2+0.1/1+0.1/7+0.1/6+0.1/9$$
$$+0.3/1+0.3/7+0.3/6+0.3/9$$
$$+0.5/7+0.5/6+0.5/9$$
$$+0.9/6+0.9/9$$
$$+1/9$$

或 $$A=0.1(1/2+1/1+1/7+1/6+1/9)$$
$$+0.3(1/1+1/7+1/6+1/9)$$
$$+0.5(1/7+1/6+1/9)$$
$$+0.9(1/6+1/9)$$
$$+1(1/9)$$

于是A可以看成下列α截集及其相应的α乘积之组合：

$$A_{0.1}=2+1+7+6+9$$
$$A_{0.3}=1+7+6+9$$
$$A_{0.5}=7+6+9$$
$$A_{0.9}=6+9$$
$$A_1=9$$

1.2 模糊集的模运算和扩展原理

在实际应用和理论研究中，除上节所述的以“$\vee$”和“$\wedge$”所定义的称之为模糊集的并与交运算外，还可以建立模糊集的其它各种不同的运算，以适应不同的模糊现象。模运算是模糊集运算的最一般形式。

定义1-4 映射 T：$[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$称为三角模，若满足条件：

(1) $T(0,0)=0$，$T(1,1)=1$

(2) $a\leqslant c$，$b\leqslant d\Longrightarrow T(a,b)\leqslant T(c,d)$

(3) $T(a,b)=T(b,a)$

(4) $T(T(a,b),c)=T(a,T(b,c))$

若三角模满足 $T(a,1)=a(a\in[0,1])$，称为T模或模T；若三角模满足$T(0,a)=a(a\in[0,1])$，称为S模或模S。

例1-7 下面的模是T模

$$T_0'(a,b)=\begin{cases} a & b=1 \\ b & a=1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$T_0(a,b)=a\wedge b$$

$$T_1(a,b)=a\cdot b$$

$$T_2(a,b)=\frac{a\cdot b}{1+(1-a)(1-b)}$$

$$T^{\lambda}(a,b)=\frac{ab}{\lambda+(1-\lambda)(a+b-ab)}\quad(\lambda\geqslant 0)$$

$$T^{\nu}(a,b)=1-\min(1,\ ((1-a)^{\nu}+(1-b)^{\nu})^{\frac{1}{\nu}})\quad(\nu\geqslant 1)$$

$$T_{\infty}(a,b)=\max(0,a+b-1)$$

下面的模是S模：

$$S_0'(a,b)=\begin{cases} b & a=0 \\ a & b=0 \\ 1 & \text{其它} \end{cases}$$

$$S_0(a,b)=a\vee b$$

$$S_1(a,b)=a+b-a\cdot b$$

$$S_2(a,b)=\frac{a+b}{1+a\cdot b}$$

$$S^{\lambda}(a,b)=\frac{a+b+(\lambda-2)ab}{1+(\lambda-1)ab}$$

$$S^{\nu}(a,b)=\min(1,(a^{\nu}+b^{\nu})^{1/\nu})$$

$$S_{\infty}(a,b)=\min(1,a+b)$$

定义1-5 对于三角模T_1'，T_2'，若$a,b\in[0,1]$有：

$T'_1(a,b) \leqslant T'_2(a,b)$，称$T'_1$弱于$T'_2$，记作$T'_1 \leqslant T'_2$

定理1-1 三角模之间有下列关系：

$$T'_0 \leqslant T_\infty \leqslant T_2 \leqslant T_1 \leqslant T_0 \leqslant S_0 \leqslant S_1 \leqslant S_2 \leqslant S_\infty \leqslant S'_0$$

证明：直接验证即可证明。

定义1-6 称$a' = 1 - a$为a的补($a \in [0,1]$)。若T模和S模满足$T(a,b)' = S(a',b')$，则称T和S为对偶模。

在例1-7中，T'_0和S'_0，T_0和S_0，T_1和S_1，T_2和S_2，T^λ和S^λ，T^ν和S^ν，T_∞和S_∞都是对偶模。

若T和S为对偶模，显然有$S(a,b)' = T(a',b')$

定义1-7 设T模和S模为对偶模，则模糊集A与B的模并$A \cup B$定义为

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

A与B的模交$A \cap B$定义为

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

A的模补A'定义为

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

例1-8 若$T = T_1$，$S = S_1$，则模并和模交为

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

若 $T = T^\nu$，$S = S^\nu$，则模并和模交为

$$\mu_{A \cup B}(x) = \min(1, ((\mu_A(x))^\nu + (\mu_B(x))^\nu)^{1/\nu})$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = 1 - \min(1, (1 - \mu_A(x))^\nu + (1 - \mu_B(x))^\nu)^{1/\nu})$$

三角模的引进，给模糊集增加了新的运算，就其本身也有着十分丰富的内容。模糊集的模运算，是普通集合的运算一般化。由于T模和S模的性质，当模糊集退化为普通集合时，模并运算即是普通集合的并运算，模交运算就是普通集

合的交运算，模补运算就是普通集合的补运算。三角模是研究模糊集的一个有效工具。

在实际应用和理论研究中，会碰到模糊集合通过映射之后其映象应该是什么样子的问题。扩展原理为此作出如下规定：

扩展原理 设 f 是 U 到 V 的一个映射，而 A 是 U 的一个模糊集合，若

（1）A 形如 $A=\mu_1(x_1)/x_1+\mu_2(x_2)/x_2+\cdots+\mu_n(x_n)/x_n$，则扩展原理规定

$$f(A)=f(\mu_1(x_1)/x_1+\mu_2(x_2)/x_2+\cdots+\mu_n(x_n)/x_n)$$
$$=\mu_1/f(x_1)+\mu_2/f(x_2)+\cdots+\mu_n/f(x_n)$$

（2）A 的支集是一个连续集，即 A 形如 $A=\int_U \mu_A(x)/x$，则扩展原理规定

$$f(A)=f\left(\int_U \mu_A(x)/x\right)=\int_V \mu_A(x)/f(x)$$

式中，$f(x)$ 是 V 中的一个元素，而 $\mu_A(x)$ 是这个元素在 $f(A)$ 中的隶属程度；$f(A)$ 是 V 中的一个模糊集。

例1-9 设 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，$V=\{y_1,y_2,y_3\}$

$$f:\ U\to V:\ f(x_1)=f(x_2)=y_1,$$
$$f(x_3)=f(x_4)=f(x_5)=y_2$$

又设 $A=0.4/x_1+0.5/x_2+0.3/x_3+0.7/x_4+0.8/x_5$

由扩展原理可得：$f(A)=0.4\vee0.5/y_1+0.3\vee0.7\vee0.8/y_2$，于是有：

$$f(A)=0.5/y_1+0.8/y_2$$

扩展原理有着许多应用，是一个极重要的原理。

1.3 模糊数及其扩展运算

作为扩展原理的应用，本节研究模糊数及其扩展运算。令 R 表示全体实数，$\mathscr{F}(R)$表示实数上的全体模糊集合。

定义1-8 $A\in\mathscr{F}(R)$称为模糊数，若

（1）A是正规的，即$\exists x_0\in R$，使$\mu_A(x_0)=1$

（2）$\forall\alpha\in[0,1]$，α 截集是闭区间

由此可见，模糊数是一类特殊的模糊集。模糊数是一个很实用的概念，例如，加工某零件分为二道工序，第一道工序需 3 小时左右，第二道工序需 5 小时左右，则要问加工该零件需多少小时。对此问题要进行确切的数学描述便需要模糊数的概念。

根据扩展原理，我们可以定义模糊数间的一些运算。

定义1-9 设 $*$ 为 R 上的二元运算，扩展运算为

$$\mu_{A*B}(z)=\bigvee_{z=x*y}(\mu_A(x)\wedge\mu_B(y))$$

式中，A，B为模糊数。特别称

$$\mu_{A+B}(z)=\bigvee_{z=x+y}(\mu_A(x)\wedge\mu_B(y))$$

$$\mu_{A-B}(z)=\bigvee_{z=x-y}(\mu_A(x)\wedge\mu_B(y))$$

$$\mu_{A\cdot B}(z)=\bigvee_{z=x\cdot y}(\mu_A(x)\wedge\mu_B(y))$$

$$\mu_{A/B}(z)=\bigvee_{z=x/y}(\mu_A(x)\wedge\mu_B(y))$$

为模糊数的扩展加法、扩展减法、扩展乘法、扩展除法运算。