

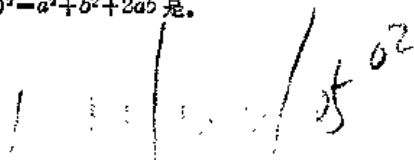
题解中心
几何辞典

薛德炯 吴载耀 编译

上海科学技术出版社

索引例言

●本辞典以问题解法为中心,翻检之时有待于灵便之索引,自属必要。●但本辞典与他种辞典不同,带有练习解题之性质,故全书顺序,始自初步问题,逐步递进,由浅入深,以期单用本书即能进窥堂奥,而无事他求。●是以使用本辞典者之便利计,注意于下列二事:●第一,所载各题,除至少数外,均各附图,以检索几何学问题时,从图形入手,实为最妙之法也。●第二,另编索引,分册装订,不附于卷末,俾检索之时,得便宜使用,而免上下翻查之障碍。●索引之编制,一以何题之种类为归,分类之法详于索引目次,读者可辨明所查问题系属何种性质,先就目次得其所属,检明页数,再查索引本文,自能检得所求之题。●本辞典所集问题达二千四百有余,搜罗虽不可谓殆尽,而于中等程度以及较高程度需用之题,自信已属至广。●本书所漏列之题虽已于续几何学辞典中补入,而其解法实多可借本书所载问题稍加推考即可得之。●类别问题之际,有取假设中之主要者,有取终结中之主要者,均斟酌题意之所重轻而定,例如 24 题[二对顶角之二等分线,成一直线]依其假设而归入[角]部; 38 题[一直线与他二直线交,若一组错角相等,则后二直线平行]则依其终结而归入[平行直线]部。●有时节取题文,而仍以不妨原意为限,例如平行四边形 $ABCD$ 之作 $\square ABCD$,在检索上反形便利。●有时并用符号以代题文,例如 744 题可代以 $(a+b)^2 - a^2 + b^2 + 2ab$ 是。



几何学辞典索引

目 次

第一 定理之部

1. 点	...	1
2. 直线	...	1
3. 角	...	5
4. 直角	...	7
5. 垂线及斜线	...	7
6. 平行直线	...	8
7. 二等边三角形	...	9
8. 正三角形	...	12
9. 直角三角形	...	13
10. 三角形	...	17
11. 平行四边形	...	30
12. 菱形	...	43
13. 矩形	...	43
14. 正方形	...	44
15. 梯形	...	45
16. 四边形	...	46
17. 多角形	...	50
18. 正多角形	...	52
19. 射影	...	55
20. 圆	...	55
21. 等圆	...	62
22. 对称	...	63
23. 二圆	...	64
24. 同心圆	...	68
25. 圆之弦	...	68
26. 圆之弧	...	70
27. 圆周角	...	70
28. 内接形	...	71
29. 外切形	...	74

30. 三个以上之圆	74
31. 切线	75
32. 切圆	77
33. 圆之方积	79

第二 作图题之部

1. 点	79
2. 角	83
3. 直线	83
4. 切线	87
5. 弦	88
6. 三角形[条件简单者]	89
7. 直角三角形	93
8. 二等边三角形	93
9. 正三角形	94
10. 内接三角形	94
11. 外接[切]三角形	95
12. 三角形之杂题	96
13. 四边形	96
14. 平行四边形	97
15. 矩形	97
16. 菱形	98
17. 正方形	98
18. 梯形	99
19. 多角形	99
20. 正多角形	100
21. 圆	100

第三 轨迹之部

1. 等远点之轨迹	103
2. 定远点之轨迹	103
3. 等长线端之点之轨迹	103
4. 定长线端之点之轨迹	104
5. 中点之轨迹	104
6. 定比分点之轨迹	106
7. 令距离成定比之点之轨迹	106
8. 交点之轨迹	107
9. 顶点之轨迹	108
10. 中心之轨迹	110

11. 令成等积之点之轨迹	110
12. 令成定积之点之轨迹	111
13. 张等角之点之轨迹	111
14. 杂题	112

第四 计算问题之部

1. 求线分之长	113
2. 求边之长	114
3. 求直径, 半径之长	115
4. 求高, 距离, 弦之长	117
5. 求面积	118
6. 求比	121
7. 求边数	122
8. 杂题	123

第五 极大极小 123

第六 杂 题

I. 计算的作图

1. 代数式之作图	129
2. 代数几何法例题	129

II. 附录(近世几何)

1. 共点性及共线性	130
2. 相似中心	130
3. 同轴圆	131
4. 相切	132
5. 倒形法	132
6. 调和点列	133
7. 极及极直线	134

几何学辞典

(索引)

第一 定理之部

1. 点

- 四点最多得决定六直线,又五点最多得决定十直线. 15
- 有四点,联结其任何二点之直线,垂直于联结他二点之直线,则四点为何? ... 197
- 设 A, B, C, D 为一平面上之四点,且 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$, 则此四点中,联结其任意二点之直线,垂直于联结他二点之直线. ... 799

2. 直线

- 四直线最多得决定六点,五直线再多得决定十点. ... 15
- 设直线 AB 之中点为 M , P 为内分点, 则 $PM = \frac{1}{2}(AP \sim BP)$, 又设 Q 为外分点, 则 $QM = \frac{1}{2}(AQ + BQ)$ 34
- 设 A, B, C 为依次并列于一直线上之三点, BC, CA, AB 之中点, 分别为 L, M, N , 则 $MN = \frac{1}{2}BC, NL = \frac{1}{2}CA, LM = \frac{1}{2}AB$ 36
- 两端在所设二点之上之直线, 短于两端在同二点之上之折线. ... 148
- 设 A, B 为在直线 CD 同侧之二点, P 为 CD 上之点, AP, BP 与 CD 成等角, Q 为 CD 上之他任意点, 求证 $AP + BP < AQ + BQ$ 173
- 设 A, B 为在直线 CD 异侧之二点, P 为在 CD 上之点, AP, BP 与 CD 成等角, Q 为 CD 上之他任意点, 求证 $AP \sim BP > AQ \sim BQ$ 174
- 将三角形 ABC 之边 AB , 向点 A 方延长, 在其上取与 AB 等长之 AB' ; 又将边 AC 向 A 方延长, 在其上取与 AC 等长之 AC' , 联结 B' 与 C' , 则 $BC, B'C'$ 之各中点与顶点 A

- 在一直线上. ... 181
- 设三角形 ABC 之二边 AB, AC 之中点, 分别为 E, F , 在 CE 之延线上取 EG 等于 CE , 又在 BF 之延线上取 FH 等于 BF , 则 G, A, H 在一直线上. ... 182
- 由有限直线之两端, 至他一直线引垂线, 则其垂足与此有限直线中点之距离相等. ... 281
- 由二点及联结此二点之直线之中点, 至任意直线, 引三平行线, 则外二直线之和, 等于中间直线之二倍. ... 283
[下列各题, $a, b, c, \dots$ 表线分, $ab, ac, \dots$ 表矩形, $a^2, b^2, \dots$ 表正方形].
- $a+b+c+\dots=x$, 则 $xy=ay+by+cy+\dots$... 741
- $2a \cdot a = 2a^2$... 742
- $(2a)^2 = 4a^2$... 743
- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$... 744, 745
- $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$... 746, 747
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$... 748, 749
- $(a+x)^2 + (a-x)^2 = 2a^2 + 2x^2$... 755, 756
- 试证 744 题[二直线和上之正方形, 大于二直线上正方形之和者, 为二直线所包矩形之二倍]为 751 题[钝角三角形中, 钝角对边上之正方形, 大于他二边上之正方形之和者, 为此二边中之一边, 与他边投于此边上之射影所包矩形之二倍]中, 三角形 ABC 之角 C 为平角时之极限结果. ... 757
- 试证 746 题[二直线差上之正方形, 小于此二直线上正方形之和者, 为此二直线所包矩形之二倍]为 753 题[任意三角形中, 锐角对边上之正方形, 小于他二边上正方形之和者, 为此二边中之一边, 与他边投于此边上之射影所包矩形之二倍]中, $\triangle BCD$ 之角 C 为零时之极限结果. ... 758
- 试证 755 题[将一直线内分或外分于任意点, 则二部分上正方形之和, 二倍于此直线半分之正方形及此直线中点与分点间部分上正方形之和]为 754 题[三角形二边上正方形之和, 二倍于半底上之正方形与至底所引中线上之正方形之和]极限之结果. ... 759
- 将一直线 AB 二分之于 C , 则 $AB \cdot AC = \overline{AC}^2 \pm AC \cdot BC$ 760
- 将一直线 AB 二分之于 C , 则 $\overline{AB}^2 = AB \cdot AC \pm AB \cdot BC$ 761
- 一直线上之四点, 顺次设为 A, B, C, D , 则 $AC \cdot BD = AB \cdot CD$

- $+BC \cdot AD$ 762
- 将直线 AB 二分之于 C , 或二等分之于 D , 则 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 2AC \cdot BC \pm 4\overline{CD}^2$ 763
- 二直线 AB, CD 中, $\overline{AB+CD}^2 - \overline{AB-CD}^2 = 4AB \cdot CD$. 764
- $(a+b+c+\dots)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + \dots + 2ab + 2ac + \dots + 2bc + \dots$ 765
- 将有限直线按任意比内分为二, 或按等比外之任意比外分为二, 其分点皆唯一. 950
- 试于定理有限直线 AB 内分于 P , 外分于 Q , 而 $PA:PB$ 及 $QA:QB$ 等于所设任意比 $H:K$, 如是之分点, 即 P 及 Q 唯一中, 设 K 初较 H 小甚, 渐渐增大而与 H 相等, 最后较 H 大甚, 而追迹 P 及 Q 位置之变化. 990
- 设 P, Q 对于 A, B 为调和共轭点, 则 A, B 对于 P, Q 亦为调和共轭点. 991
- 设 A, P, B, Q 成调和点列, M 为 AB 之中点, 则 MA 为 MP, MQ 之比例中项. 992
- 设 A, P, B, Q 成调和点列, 则 QA, QP, QB 成调和级数, 又 AP, AB, AQ 亦成调和级数. 993
- 设四直线成比例, 则其两外项所包矩形, 等于其两内项所包矩形. 反之, 设两直线所包矩形, 等于他两直线所包矩形, 则此四直线成比例, 而一矩形之二边为两内项. 1139
- 设三直线成比例, 则两外项所包之矩形, 等于中项上之正方形. 反之, 设两直线所包之矩形, 等于他一直线上之正方形, 则此三直线成比例, 而前二直线为两外项, 后一直线为中项. 1140
- 设四直线成比例, 则其第一第二线上所作在相似位置之两相似直线形, 与第三第四线上所作在相似位置之两相似直线形成比例. 反之, 设四直线中, 第一线上所作之直线形与第二线上所作在相似位置之相似直线形之比, 等于第三线上所作直线形与第四线上所作在相似位置之相似直线形之比, 则此四直线成比例. 1144
- 四直线中, 两两之比之复比, 等于其两前项所包矩形与两后项所包矩形之比. 1147
- 设 A, B, C, D 四点在一直线上, 在 AC, BD 上作任意相似三角形 AXC, BYD , 令其对应边 AX 与 BY, CX 与 DY 平行, 命 O 为 YX, DA 之交点, 则矩形 $OA \cdot OD$ 等于矩形 $OB \cdot OC$ 1158

- 二直线所包之矩形, 为各直线上正方形之比例中项.
... .. 1163
- 二直线不相等, 则其和之半分, 大于其比例中项. 设二直线相等, 则如何? 1193
- 设 O, A, B, C, D 为如 1153 题所述之点, 直线 OE 上之正方形等于矩形 $OA \cdot OD$, 以 O 为中心, OE 为半径作圆, P 为圆周上之任意点, 则角 APB, CPD 相等. 1206
- 在有限直线 AB 上取一点 C , 令 AC 为 AB, BC 之比例中项, 则 $3\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 1274
- 设 A, B, C, D 成调和点列, 则 $\frac{2}{AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AD}$. 又其逆定理如何? 1275
- 一线分之中点唯一. 358
- 二有限直线上正方形之和, 等于此二直线和之半分以上正方形及其差之半分以上正方形之和之二倍; 试由几何学证之. 又将一有限直线分为二分, 则其二分上正方形之和, 等于此直线半分以上正方形之二倍, 及分点与此直线中点间部分上正方形之二倍之和; 试亦用几何学证之. 846
- 设线分 AB 二等分于 C , 又分为不等之二分于 D , 如图作半圆, 则 $P+S=Q+R$, 但 P 为半圆之罅隙. ... 1248
- 在定角 XOY 之二等分线上取一点 P , 命过二点 O, P 之任意圆周与角之二边 OX, OY 之交点分别为 A, B , 则线分 OA, OB 之和, 一定不易. 705
- 设分线分 AB 于 C , 而 $\overline{AC}^2 = 2\overline{CB}^2$, 则 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2AB \cdot AC$.
... .. 864
- 设 O, B, C 为在一直线上之三点, OB, OC 之中点分别为 B', C' , 按 $m:n$ 内分或外分 BC 之点为 M , 又 OM 之中点为 N , 则 N 按同比内分或外分 $B'C'$ 1010
- 设 S 为含调和点列 A, C, B, D 之直线外一点, 过 C 引 SD 之平行线, 命其与 SA, SB 之交点分别为 G, H , 则 GC, CH 相等. 1138
- 设 P 及 P' 内分及外分线分 AB 于中末比, 求证 (1) 以 BP [或 BP'] 为底边, 作矩形 $BPCD[BP'C'D']$, 令其宽等于 $AP[AP']$, 则 $AD[AD']$ 垂直于 $BC[BC']$; (2) 以 PP' 为直径之圆, 过以 AB 为对角线之正方形之二角顶. 1270
- 设二线分 AB, CD 在一直线上, 则过 A, B 之圆与过 C, D 之圆之根轴, 过一定点. 1271

3. 角

- 凡周角皆相等。... 1
- 由同一之点，引若干直线，则各直线与其下一直线所成各角之和，等于四直角。... 2
- 凡平角皆相等。... 3
- 同一之二边 AB, AC 所夹之二平角相等。... 4
- 等角之余角亦等。... 7
- 等角之补角亦等。... 8
- 一直线立于他一直线上，其所成邻角之和，等于二直角。... 9
- 由一直线上之一点，就其一侧引若干直线，则其依次所成各邻角之和，等于二直角。... 10
- 一直线与他二直线所成邻角之和，若等于二直角，则后二直线成一直线。... 11
- 二直线相交，其对顶角相等，及其逆定理。... 12, 32
- 四直线交于一点，若不两两成一直线，则其二双相对之角不等。... 32
- 一点之周围，有 A, B, C, D 四角： B^2 倍于 A ， C^2 倍于 B ， D 等于 C ，则各角为直角之几分之几？... 13
- 过角之顶点，与此角之二等分线成直角之直线，与角之二边成等角。... 14
- 会于一点之四直线，设其所成之角皆为直角，则四直线成二直线。... 17
- 一直线与他直线成二邻角，各角之二等分线互为垂线。... 18
- 二邻角之二等分线，若互相垂直，则其所不共之二边，成一直线。... 20
- 前题中 $\widehat{EBC}$ 与 $\widehat{FBD}$ 互为余角， $\widehat{ABE}$ 与 $\widehat{DBE}$ 互为补角。... 21
- 六直线会于一点，成六等角，则各角为一直角之三分之一。... 22
- 二角 $\angle AOB, \angle COD$ 公有一顶点 O ，边 AO 与边 BO 分别垂直于边 CO 与边 DO ，则 $\widehat{AOB}$ 或等于 $\widehat{COD}$ ，或为其补角。... 23
- 二对顶角之二等分线，成一直线。... 24
- 相交二直线所成之四角，其二等分线成互相垂直之二直线。... 25
- 四直线会于一点，若不相邻之角相等，则此等直线，两两成一直线。... 26

- 二直线 OB , OD 与一直线 AC 会于同一点 O , 若在 AC 异侧之二角 $\angle AOB$, $\angle COD$ 相等, 则 BOD 成一直线. ... 27
- 二等分对顶角之一之直线, 亦二等分他一对顶角. ... 28
- 二直线 AO , BO , 在他直线 CD 之两侧, 而与 CD 交于同点 O , 其所成角 $\angle AOC$, $\angle COB$ 之和等于二直角. 引过 O 点之直线 EOF , 则 $\angle AOF$ 等于 $\angle BOE$ 29
- 相邻二角若互为余角, 则各角二等分线间之角, 等于直角之半. ... 30
- 设 $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ 为依次相邻之角, 而其度数则 $\angle AOB = 105^\circ 30'$, $\angle BOC = 15^\circ 20'$, $\angle COD = 69^\circ 10'$, 问 AO , OD 成一直线否? ... 31
- 角之二边, 与其二等分线之延长线成等角. ... 33
- 设 $\angle AOB$ 之二等分线为 OM , ON 为角内之一直线, 则 $\angle MON = \frac{1}{2}(\angle AON + \angle BON)$. 又设 ON' 为 $\angle AOB$ 外之一直线, 则 $\angle MON = \frac{1}{2}(\angle AON' + \angle BON')$ 35
- 二邻角之度数, 分别为 160° 及 20° , 则其二等分线所夹角之度数如何? ... 37
- 一直线与他二直线交, 若其所成之一组错角相等, 或一组同位角相等, 或在前一直线同侧之二内角互为补角, 则二组错角相等, 四组同位角相等, 二组同侧内角互为补角. ... 39
- 设顶点为 A 之角, 其一边上有二点 B , C , 他边上有二点 D , E , 而 AB 等于 AD ; AC 等于 AE , 则 BE 等于 CD . 试证之. ... 83
- 过角 $\angle ABC$ 之二等分线上之任意点 O , 作 CB 之平行线, 与 AB 交于 M , 则 $\triangle MBO$ 为二等边三角形. ... 113
- 由角 $\angle BAC$ 之二等分线上, 取任意点 D , 且令 AB 等于 AC , 则 $\angle ADB = \angle ADC$ 114
- 由一角之二等分线上之一点, 向各边引平行于他边之直线, 则此二直线相等. ... 115
- 设 O 为钝角 $\angle BAC$ 之二边等远之点, 则 OA 为角 $\angle BAC$ 之二等分线, 及其逆定理. ... 116, 117
- 通过角之二等分线上之一点, 且与此线成等角之二直线, 与角之二边交, 则其夹于二边间之部分相等. ... 116
- 一角之二边, 分别垂直于他角之二边, 则两角或相等, 或互为补角. ... 126
- 设 A , B 为所设直线上之二定点, C , D 为所设他直线上之二定点, 则 $\angle ADC$ 及 $\angle CSA$ 之二等分线所成之角, 等于 $\angle DAB$ 与 $\angle BCD$ 之和之半. ... 150, 183

- 二边分别互相垂直之二角，其二等分线或互相垂直，或平行。... 168
- 设两角 $\angle ACB$, $\angle DCE$ 公有顶点 C ，且各角二等分线所成角之二等分线 CO ，将 $\angle ACE$ 或 $\angle BCD$ 二等分，则 $\angle ACB = \angle DCE$ 。... 386
- 设二角之二边，分别平行，则二角之二等分线或平行，或垂直。... 389
- 角内之某点上有一弹，击之使顺次触于二边，而返至原点，则此弹所经之路径如何？... 391
- 位于角内一点上之弹，欲击之使顺次触及二边，反射至角内之他点，则弹之路径如何？... 392
- 设 AD 及 BC 为二平行线， AB 为其间之斜线， AC 为 BC 之垂线，引直线 BE ，截 AC 于 E ，令 $ED = 2AB$ ，则 $\angle BDC = \frac{1}{2} \times \angle ABC$ 。... 399
- 设角之顶点在圆外，其一边为割线，他边为切线，则此角与其二边所夹弧之中心角间，有若何之关系？又设二边皆为切线，则如何？... 583
- 在直线 AB 上取二点 C , D ，令 AB , AC , AD 成连比例，由 A 至任意方向引直线 AE ，令等于 AC ，则 BC 及 CD 张等角于 E 。... 1075
- 一角之二等分线唯一。... 358
- 在角 A 之一边 AB 上任取一点 M ，由 M 至他边 AC 引垂线 MP ，则 $MP:AP, MP:AM, AP:AM$ 之值恒一定。1003

4. 直 角

- 凡直角皆相等。... 5
- 二直线相交，其所成之四角，若有一为直角，则他三角亦为直角。... 16
- 斜折书籍之一页，则其缘之二部分[由一缘所折成之二部分]所成角之二等分线，与折痕成直角。... 19

5. 垂线及斜线

- 于一所设直线上之一所设点，得引其线之一垂线，而以一为限。... 8
- 由一直线外之一点，至此线得引唯一之垂线。... 47, 67
- 一直线之垂线，与同直线之斜线交。... 51
- 与相交二直线分别垂直之二直线亦相交。... 52
- 由所设直线外之所设点，向此线所引之一切线中，垂线最短，而与垂线成等角之二线相等，与垂线成大角者，大于

- 与垂线成小角者. ... 73
- 由所设直线外之所设点, 向此线所引之等直线, 不多于二. ... 74
- 由直线外之一点 A , 引此线之垂线 AB , 及斜线 $AC, AD, AE, \dots$ 于垂线之同侧, 令 $\hat{BAC} = \hat{CAD} = \hat{DAE} = \dots$, 则 $BC < CD < DE < \dots$ 185

6. 平行直线

- 一直线与他二直线交, 若一组错角相等, 则后二直线平行. 及其逆定理. ... 38, 41
- 一直线与他二直线交, 若(1)一组同位角相等, 或(2)一组同侧内角互为补角, 则后二直线平行. 及其逆定理. ... 40, 44
- 一直线与二平行线交, 且为其中之一之垂线, 则亦必为他一之垂线. 及其逆定理. ... 42, 46
- 有多数直线, 任取其二, 皆相平行, 则其一之垂线, 亦必为其他之垂线. ... 43
- 平行于同一直线之各直线, 亦互相平行. ... 45
- 由某点向二平行线引垂线, 其二垂足与此点在一直线上. ... 48
- 与相交二直线之一平行之直线, 与他一直线交. ... 49
- 与相交二直线分别平行之直线, 亦必相交. ... 50
- 设二直线分别与他二直线平行, 则前一双直线所成之角, 等于后一双直线所成之角. ... 53
- 二直线平行, 则与其成同向[即角回转之同向]且相等之角之直线, 亦必平行. ... 54
- 设有限直线 AB, CD 交互二等分于 O , 则 AC, BD 平行. ... 119
- 过距二平行直线等远一点之二直线, 皆二等分于此点, 且由平行直线截取等长. ... 120
- 有全体平行之二组直线, 与他直线交, 设各组之二直线所截得之部分相等, 则更与他任意直线交, 各组所截得之部分亦相等. ... 229
- 三平行线与任意直线交, 若其所截得之二部相等, 则此三平行线与他任意直线交, 其所截得之二部分亦相等. ... 230
- 设二直线 AB, CD 交于 O , 其夹于二平行线间之部分 AB, CD 相等, 则 $OA = OC, OB = OD$ 264
- 设二平行线与他一直线交, 则切于此三直线之圆仅二, 且

- 此二圆相等。... 580
- 设任意二平行线公有一垂直二等分线，则此二平行线之
 四端，在一圆周上。... 721
 - 三平行线自任意直线截得之二分之比，等于此三直线自
 他任意直线所截得之二分之比。... 948
 - 二直线为诸平行直线所截，则一直线上二分之比，等于他
 直线上对应二分之比。... 947, 972
 - 过直线 AB 上之点 C ，引任意直线，则由 A, B 至此直线
 所引平行线之比一定。... 1058
 - 设由一点所引之三直线与二平行线交于点 A, B, C 及 $A',$
 B', C' ，则 $AB:BC = A'B':B'C'$ 。... 1079
 - 设两平行线 $AB, A'B'$ 分别按同比内分或外分于 C 及 C' ，
 则 AA', BB', CC' 或平行，或过同点。... 1080
 - 设三平行线 AA', BB', CC' 与不相交之二直线 $AC, A'C'$ 相
 交，且 $AB:BC$ ，或 $A'B':B'C'$ 等于所设比 $m:n$ ，则 $(m+n) \cdot$
 $\cdot BB' = nAA' + mCC'$ ，若 $AC, A'C'$ 相交，则如何？... 1183
 - 由圆外一点引二直线，令其一一切于圆，他一与圆交。由同
 点依任意方向引一直线，令其长等于切线，由此直线之
 端，至割线与圆周之交点引二直线，则此二直线所截弧之
 弦，与由 A 所引第三直线平行。... 1226
 - 试述同一平面上之二直线相关之位置。... 359
 - 二人相偕沿一直道步行，途中一人右折而成某角度，向前
 直行，若干时候，复作同前角度之左折，向前直行，此后二
 人无论步行若干时，决不相遇。其故安在？... 360
 - 一直线截二直线时，若在此横截线同侧之二内角之和，小
 于二直角，则以后此二直线交于是侧。... 361
 - 试述平行于同一直线之二直线相平行之逆定理，且证之。
 ... 362
 - 试证下定理之逆定理：与一组平行线交之二横截线，为是
 等平行线分成比例。... 1007

7. 二等边三角形

[$\triangle ABC$ 中，假定 $AB = AC$].

- 若 $b = c$ 则 $\hat{B} = \hat{C}$ ，及其逆定理。57, 59, 86, 98, 103
- 延长 AB, AC ，则其外角相等。... 87
- 底之外角，大于任何内角。... 88
- 设 AC 之延线为 CD ，则 $\hat{BCD} + \hat{B} = 2\hat{A}$ 。... 89
- 设 A 之外角之二等分线为 AE ，则 $AE \parallel BC$ 。... 90
- 由 A 向 BC 所引之垂线，将 $\hat{A}$ 及 BC 二等分，及其逆定理。

- 91, 93, 94, 95, 102
- $\hat{A}$ 之二等分线上之各点, 距 B, C 等远. 92
- $\triangle ABC$ 中, B , 及 C 之外角之二等分线之交点为 M , 而 $\triangle MBC$ 为二等边三角形, 则 $\triangle ABC$ 亦为二等边三角形. 98
- 由二等边三角形 ABC 之底 BC 上之任意点 X , 引 BC 之垂线, 与边 AB, AC 或其延线交于 Y, Z , 则 $\triangle XYZ$ 为二等边. 97
- AC, BC 上之任意点分别为 D, E , 则 $BD > DE$ 99
- 二等边三角形顶角内之一点, 若不在顶角之二等分线上, 则距离底之两端非等远. 100
- 二等边三角形之各底角为锐角. 101
- 二等边三角形底边邻角之两二等分线与底边, 亦成二等边三角形. 104
- 由二等边三角形底边之两端, 分别向其对边之中点所引之直线相等, 及其逆定理. 105, 258
- 二等边三角形 ABC 中, 设底边 BC 之邻角 B, C 之二等分线, 分别与其对边交于 E 及 D , 则 BE 等于 CD 106
- 由二等边三角形底边之端, 向其对边所引之垂线, 与底边所成之角, 等于顶角之半. 107
- 设二等边三角形之顶角 A , 为底角 B 或 C 之二倍, 则 $\hat{A}$ 为直角. 108
- 设二等边三角形之顶角 A , 为底角 B 或 C 之半, 则此角等于直角之五分之二, 此三角形之两底角之二等分线所成之角为若干? 109
- 就二等边三角形 ABC 之等边 AB, AC 上, 分别取 D 及 E 点, 命 $AD=AE$, 且 BE, CD 之交点为 F , 则三角形 FBC, FDE , 皆为二等边. 110
- 由二等边三角形之顶点, 向各底角之二等分线所引之垂线相等. 111
- 设二等边三角形 ABC 之顶点为 A , 底 BC 之中点为 D , 取 AM 等于 AD , 则 BM 小于 CD 112
- 设 I 为二等边三角形 ABC 之底边 BC 之中点, M 为 AC 边上之任意点, 则 IB, IM 之差, 小于 AB, AM 之差. ... 121
- 由二等边三角形底之两端向对边所引之垂线相等. 129
- 二等边三角形 ABC 中, 平行于底 BC , 引一直线, 命其与等边之交点为 D 及 E , 则得二边及一角相等之两三角形 CDE, DCB , 又此两三角形全等否? 191

- 设 ABC, DBC 为两二等边三角形, 其底同为 BC , 则 $A\hat{B}D = A\hat{C}D$ 192
- 立于同底边上之两二等边三角形, 联结其顶点之直线, 或此直线之延线, 将各顶角二等分, 且将底边垂直二等分. ... 193
- 由二等边三角形底边上之任意点, 引分别平行于他二边之直线, 令与他边相交, 则此有限直线之和一定. 若点在底边之延线上, 则如何? ... 290
- 二等边三角形底边上之任意点, 至他二边之距离之和为定长. 点在底边之延线上则如何? ... 293
- 设圆之直径为二等边三角形之一边, 则三角形之底为圆周所二等分. ... 475
- 于二等边三角形之各顶点, 引其外接圆之切线, 则此三直线成二等边三角形. 又设此两三角形皆非正三角形, 则其顶角不相等. ... 575
- 二等边三角形中, 其两个等傍切圆之半径, 等于由三角形之顶点至底边所引之垂线. ... 576
- 联结二等边三角形内切圆之切点而得之三角形为二等边. ... 652
- 过二等边三角形之顶点, 引平行于底边之直线, 切于三角形之外接圆. 并证其逆定理. ... 654
- 设二等边三角形之顶角, 等于正三角形之外角, 则其外接圆之半径, 等于等边. ... 656
- 二等边三角形 ABC 中, 于其底 BC 或其延线上取一点 D , 则 AB, AD 上正方形之差, 等于矩形 $BD \cdot DC$ 775
- 二等边三角形中, 底上之正方形, 等于底段于一边上之正射影与是边所包矩形之二倍. ... 793
- 过二等边三角形 OAB 之顶点 O , 引一直线, 命其交底 AB 于 P , 交外接圆于 Q , 则矩形 $OP \cdot OQ$ 一定. ... 898, 1209
- 两二等边三角形之顶角或底角相等, 则相似. ... 1033
- 设两二等边三角形之顶角相等, 则其高之比等于底之比. ... 1082
- 设以二等边三角形 ABC 之底 BC 为半径, B 为中心作圆, 令与 AC 交于 D , 则 BC 为 AC, CD 之比例中项. ... 1083
- 设 D 为二等边三角形 ABC 之底 BC 或其延线上之一点, 则三角形 ABD, ACD 之外接圆相等. ... 1084
- 设 OMN, OPQ 为二直线, MP, NQ 交于 R , 而 $OM:MP=ON:NQ$, 则三角形 PQR 为二等边. ... 1087

- 二等边三角形 ABC 中, 由底 BC 上之任意点 D , 至 AB, AC 分别引直线 DE, DF , 令与 BC 成等角, 交 AB, AC 于 E, F , 则三角形 BDF, CDE 相等. ... 1169
- 设 ABC 为二等边三角形, $AC=25BC$, 由 BA, AC 分别取 BD, EC , 令各等于 BC , 命 BE, CD 之交点为 F , 则 $AC=35 \cdot CF$ 1185
- 设二等边直角三角形 ABC 中, D 为斜边 BC 上之任意点, 则 $2AD^2 = BD^2 + CD^2$ 866
- 设 ABC 为二等边三角形, A 为顶点, CX 为 AB 之垂线, XP 为 BC 之垂线, 则 $AB^2 = PA^2 + PX^2$ 868
- 设二等边三角形 ABC 之两底角为顶角 A 之二倍, 则 $AB^2 = BC^2 + AB \cdot BC$ 1254

8. 正三角形

- $a=b=c$, 则 $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}$, 及其逆定理. ... 58, 60
- 等边三角形之各角, 为直角之三分之二. ... 128
- 由等边三角形之顶点向对边所引之三垂线相等. ... 130
- 由正三角形两底角之二等分线之交点, 所引平行于二边之二直线, 将底三等分. ... 131
- 两端在正三角形二边上之有限直线, 小于此三角形之一边. ... 133
- 于正三角形之各边上, 顺次取距其一端等远之一点, 联结之, 则得正三角形. ... 134
- 以共有顶点之正三角形, 填充此点之周围, 需正三角形若干? ... 158
- 由等边三角形一边上之任意点, 引他二边之平行线, 其所得之平行四边形之周一定. ... 291
- 由正三角形内之一点, 至三边之垂线之和, 恒相等. 若点在形外, 则三垂线间之关系如何? ... 294
- 由圆周上之一点 P , 至内接正三角形一顶点之距离 PA , 等于至他二顶点之距离 PB, PC 之和, 并证其逆定理. ... 508, 1197
- 圆之外切正三角形之边, 等于其内接正三角形之边之二倍. ... 653
- 于等边三角形 ABC 之外接圆周上, 取一点 M , 联结 M 与各边所对弧之中点, 则是等直线与各该边之交点, 在一直线上. 此直线与三角形 ABC 关于 M 点之 Simson 氏线平行. ... 723