

正交与回归正交 试验法的应用

朱伟勇 编

辽宁人民出版社

正交与回归正交 试验法的应用

朱伟勇 编

辽宁人民出版社

一九七八年·沈阳

正交与回归正交试验法的应用

朱伟男 编

辽宁人民出版社出版

(沈阳市南京街6段1里2号)

辽宁省新华书店发行

沈阳新华印刷厂印刷

字数: 114,000 开本: 787×1092 1/32 印张: 6 1/2

1978年2月第1版 1978年2月第1次印刷

统一书号: 15090·46 定价: 0.50 元

前 言

在毛主席的革命路线指引下，在英明领袖华主席提出的抓纲治国的战略决策鼓舞下，一个社会主义革命和社会主义建设的新高潮正在蓬勃兴起。辽宁省工业战线上的广大工人、干部、技术人员和数学工作者，以毛主席的光辉哲学思想为武器，在工业生产和科学实验中，在广泛应用“优选法”的基础上，应用“正交与回归正交试验法”取得了一定的成绩，在已试验成功的项目中，不同程度地收到了优质、高产、低消耗的效果，多快好省地为社会主义革命和建设作出应有的贡献。

伟大领袖毛主席教导我们：“人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。”为了不断地总结我省工业战线广大职工推广、应用“正交与回归正交试验法”的经验，并使这种新的数理统计方法能得到更广泛的应用，在东北工学院党委的亲切关怀和支持下编写了《正交与回归正交试验法的应用》这本书。

本书是从一九七四年以来，辽宁省科技局和省科学技术情报研究所组织的“正交试验法”推广小组，在丹东、营口、抚顺、红透山铜矿等市的厂、矿、研究所举办短训班所用讲稿的基础上，收集了东北工学院钢铁冶金系炼铁专业师生在鞍钢炼铁厂、黑龙江省双鸭山市炼铁厂、凌源钢铁厂、本钢钢研所等单位推广、应用“正交与回归正交试验法”所取得的成果，进行整理、补充、修改而写成的。

本书分四部分：（一）正交试验法简介，介绍“优选法”与“正交试验法”的关系，以及应用“正交试验法”的几个具体步骤；（二）正交试验法在工业生产中的应用，着重选择我省有关单位的一部分应用实例。通过这些实例，由浅入深地以直观的原理说明正交表的构造、计算和分析方法；

（三）正交试验法的灵活应用，通过实例说明“回归正交试验法”，这种方法就是把“回归分析方法”与“正交试验法”结合起来的一种新方法。它可以作为建立工业自动控制计算机数学模型的一种工具；（四）常用正交与回归正交表，收集了国内常用的四十二张正交表和七张回归正交表。

在编写过程中得到鞍钢炼铁厂、丹东市科技局情报科、丹东制药厂、丹东丝绸印染厂、丹东柞蚕丝绸科学研究所、丹东灯泡厂、丹东化学纤维厂、沈阳药学院、沈阳化工研究院、东北制药总厂、东北第六制药厂、抚顺化工局、营口轻化工局、营口萤光材料厂、本溪化工研究所、红透山铜矿、辽宁省石油化学工业局、辽宁省科技局和中国科学院数学研究所概率统计室等单位的领导和有关同志的大力帮助和热情支持，在此表示深切的感谢。

本书理论部分得到中国科学院数学研究所张里千、项可风等同志的指教，在此表示感谢。

封面由张玉华同志设计，在此表示感谢。

由于编者的水平有限，肯定有错误和不妥之处，恳切希望批评指正。

编 者

一九七七年三月

目 录

一 正交试验法简介.....	1
(一) 优选法与正交试验法的关系.....	1
(二) 什么是“正交试验法”?	2
(三) 什么是“正交表”?	3
(四) 怎样利用正交表安排多因素的试验.....	4
二 正交试验法在工业生产中的应用.....	7
(一) 在钢铁冶金中的应用.....	7
(二) 在钢铁分析中的应用.....	33
(三) 在采矿工业中的应用.....	45
(四) 在制药工业中的应用.....	56
(五) 在丝纺工业中的应用.....	66
三 正交试验法的灵活应用.....	76
(一) 多指标试验的分析方法.....	76
(二) 回归正交试验法.....	84
(三) 调优正交试验法.....	110
四 常用正交与回归正交表.....	128
(一) 常用回归正交表.....	128
(二) 常用正交表.....	146
参考资料.....	192

一 正交试验法简介

(一) 优选法与正交试验法的关系

在生产斗争和科学实验中，人们为了达到优质、高产、低消耗等目的，需要对有关因素的最佳点进行选择。所有这些选择最佳点的问题，都称之为选优问题。例如，单因素优选法，有0.618法、分数法、对半法等；双因素优选法，有平行线法、交替法、调优法，这些方法在工农业生产上已取得很大的成果。但三因素乃至更多因素的问题，用什么方法安排试验，既要减少试验次数，又能找到比较满意的结果呢？大量的实践证明，“正交试验法”是安排多因素试验问题比较有效的一种数学方法，因而在推广优选法的同时，很有必要推广“正交试验法”。它们两者都是我们在进行生产斗争和科学实验中，合理地安排试验点，以求迅速找到最佳点的科学的试验方法。这两种方法的区别在于：优选法就是利用数学上最迅速求出某一函数在特定区间的最大值或最小值的原理，用最少的试验次数，找到解决生产科研问题最好方案的一种方法；“正交试验法”就是利用数理统计学观点，应用正交性原理，从大量的试验点中挑选适量的具有代表性、典型性的试验点，用“正交表”来合理安排试验的一种方法。

(二) 什么是“正交试验法”？

我们在推广、普及和应用“正交试验法”的过程中，由于优选法与正交试验法关系很密切，为了使二者区别开来，许多工人师傅习惯地称它为“多因素的优选法”，或形象化地比喻它为“大面积撒网法”、“多因素筛选法”等。总之，“正交试验法”就是处理多因素试验的一种科学方法。它能帮助我们在某个工艺过程中，为了试制新产品、新配方、新流程，就会遇到所谓的“三多”现象，即多因素、多水平、多指标的问题，若沿用旧方法“孤立变量法”（固定其它因素单独让一个因素变化）作试验，就会出现试验次数特别多、周期长、误差大和消耗大量人力、物力，往往会造成“少、慢、差、费”；若应用新方法“综合变量法”——“正交试验法”，在试验前借助于事先制好的正交表，科学地有计划、有目的地安排试验方案，试验后，再经过简单的表格运算，正确地分析试验结果，这样通过较少的试验次数就能分清各因素在试验中的主次作用以及各因素对指标所起的作用大小，从而找出较好的生产条件，达到“多、快、好、省”的目的。

红透山铜矿的工人师傅在学习正交试验法后，结合炸药生产工艺，找出了提高炸药威力的新配方，非常高兴，他们写了一首诗，用生动地语言概括了正交试验法的优越性，现在抄录如下：

正交试验好，好象月份表；

“分散”又“整齐”，取名叫“正交”；

按表作试验，次数特别少；

多快加好省，效果十分好。

(三) 什么是“正交表”？

正交表就是利用“均衡分散性”和“整齐可比性”这两条正交性原理，从大量的试验点中挑选适量的具有代表性、典型性的试验点，按照有规律的顺序排列成现成的表格，这种表格特称“正交表”。

下面我们把正交表简单介绍一下：

我们用下面的 $L_8(2^7)$ 正交表作为例子来说明，其它的正交表都和它相类似。下表共有七列、八行，表中只出现“1”、“2”两种数字。七列说明用这张表最多只能安排七个因素；八行说明这张表只作八次试验；“1”、“2”两个数字说明用这张表安排试验，每个因素只能考虑二个水平。以后我们把这张表简记为 $L_8(2^7)$ 。“L”表示正交表，括弧中的“2”表示表中只有“1”、“2”两个数字，2上的指数“7”表示表中只有七列，L右下角的“8”表示表中只有八行。

表 1

列 行	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

类似的 $L_9(3^4)$ ，表示这样的一张表：它有九行、四列，表中只有“1”、“2”、“3”三种数字。用这张表安排试验，要作九次试验，最多只能安排四个因素，每个因素只考虑三个水平。

需要说明的是后面附表中的 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ ，这张表称“混合正交表”，它有十八行、八列，其中一列只有二种数字“1”、“2”，其它七列有三种数字，“1”、“2”和“3”。用这张表安排试验，要作十八次试验，最多安排八个因素，其中有一个因素可以考虑二个水平，其它的七个因素可以考虑三个水平。

每个正交表中都有如下两个特点：

1. 每一列中各种数字出现相同的次数。例如上表中每一列“1”出现四次，“2”也出现四次。
2. 每两列中各种数字对出现相同的次数。例如上表中第1、2两列每种数字对(1, 1)，(1, 2)，(2, 1)，(2, 2)都出现两次，其它任意两列都如此。

正交表中的这两个特点恰好是“均衡分散性”与“整齐可比性”这两条正交性原理的体现。所以，能使我们利用正交表安排试验时，试验点安排得比较均匀而有代表性，从而能用较少的试验得出正确的结果。

(四) 怎样利用正交表安排多因素的试验

每个试验方案的设计需要作如下几方面的工作：

1. 挑因素，选水平，确定因素水平表

在一项试验中所要考虑的各种条件称为“因素”，各种

因素对试验结果都可能产生影响，如果我们不加挑选，因素越多势必造成试验次数增加，这就要求我们在试验前，根据平时的经验和生产中的需要，在多种因素中挑出较主要的因素，科学地安排试验。

在安排试验时，需要对挑出的每个因素在其试验范围内选择几个不同状态的试验点，称这个因素的“水平”。在某项试验中各个因素到底选多少个水平，要根据生产和试验的目的来确定。

2. 选择合适的正交表

根据挑选的因素，选取的水平的多少来选择合适的正交表。但是，挑选因素和水平具有很大的灵活性，试验的成功与否往往取决于因素水平是否选得合适。因此，因素和水平的选择成为正交试验法中极为重要的课题。

在某项试验中根据以下原则来选用正交表：

(1) 根据试验的目的，确定试验要考察的因素。如果对事物的变化规律了解不多，因素可以多取一些；如果对其规律已有相当了解，可以准确地断定较主要的因素，这时可少取一些。

(2) 确定每个因素的水平。每个因素的水平个数可以相等，也可以不相等。重要的因素，或者特别希望详细了解的因素，水平可多取一些，其余可少取一些。

(3) 综合上述两点选取合适的正交表。

3. 制定试验方案

根据挑选的因素及水平到附表中选择合适的正交表。一般先看是几个水平，若二个水平的话先找二水平的正交表，

例如： $L_4(2^3)$ ， $L_8(2^7)$ ， $L_{16}(2^{15})$ ， $L_{20}(2^{19})$ ， $L_{12}(2^{11})$ ， $L_{16}(4^3 \times 2^6)$ ， $L_{16}(4^2 \times 2^9)$ 等等。若三个水平的话先找三水平的正交表，例如： $L_9(3^4)$ ， $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ ， $L_{18}(3^7)$ ， $L_{27}(3^{13})$ 等等。若四个水平的话先找四水平的正交表，例如： $L_{16}(4^5)$ ， $L_{32}(4^9)$ ， $L_{32}(2^1 \times 4^9)$ ， $L_{32}(8^1 \times 4^4)$ ， $L_{64}(4^{21})$ 等等。然后再看有几个因素，试验条件的难易，最后综合各方面的意见，选择合适的正交表。有了合适的正交表后，只要将所挑选的因素分别安放在正交表的各列上，试验方案就算制定好了。

二 正交试验法在工业生产中的应用

(一) 在钢铁冶金中的应用

实例1 利用 $L_4(2^3)$ 正交表考察小高炉适宜的操作制度

1. 试验的因素选择和方案确定

合理的装料制度、送风压力和炉顶煤气压力对高炉稳定顺行，高产、优质、低耗有着重要的影响。双鸭山炼铁厂高炉车间与东北工学院炼铁专业七四铁班的工农兵学员，应用 $L_4(2^3)$ 正交表对上述诸因素对高炉生产的影响进行了初步的工业试验。

根据鼓风机的能力（最大送风压力可达380毫米汞柱）、炉顶高压设备和以往常用的装料制度，在试验中考察三个因素：

装料制度（用焦炭K，矿石P，溶剂N和料线的距离米表示）简记为A；炉顶压力（毫米汞柱）简记为B；热风压力（毫米汞柱）简记为C。这是三因素的优选问题。怎样安排进行试验呢？我们对事物的认识是逐步深化的，因而作试验也就一批一批的进行。该单位根据实践经验及试验工作的能力，确定第一批试验中每个因素各取两个试验点。因此，我们说因素A、B和C各选取二个水平，这批试验叫三因素

二水平的试验，并列出如下的因素水平表：

表 2

因 素 水 平	A	B	C
1	4KPN + PKN ↓ 1.00	180	320
2	3KPN + 2PKN ↓ 0.80	220	360

从表 2 看到，要全部作完这批试验，共要多少个试验呢？即表 2 中的三因素二水平的试验，共能组成多少种不同的搭配方式呢？按照排列组合的方法三因素二水平共有 $2^3 = 8$ 种搭配，即表 2 中三因素的每个水平都要相碰一次，共能组成八个不同的水平组合，或者说八种不同的试验方法，详见表 3：

表 3

试 验 号	A	B	C
1	4KPN + PKN ↓ 1.00 (A_1)	180 (B_1)	320 (C_1)
2	4KPN + PKN ↓ 1.00 (A_1)	180 (B_1)	360 (C_2)
3	4KPN + PKN ↓ 1.00 (A_1)	220 (B_2)	320 (C_1)
4	4KPN + PKN ↓ 1.00 (A_1)	220 (B_2)	360 (C_2)
5	3KPN + 2PKN ↓ 0.80 (A_2)	180 (B_1)	320 (C_1)
6	3KPN + 2PKN ↓ 0.80 (A_2)	180 (B_1)	360 (C_2)
7	3KPN + 2PKN ↓ 0.80 (A_2)	220 (B_2)	320 (C_1)
8	3KPN + 2PKN ↓ 0.80 (A_2)	220 (B_2)	360 (C_2)

将表 3 中八个试验号都作完，这叫全部水平组合试验。全部水平组合试验对事物内部的客观规律剖析得比较清楚。

如哪种搭配对焦比或产量影响较好，哪种搭配方法较差。但当考察的因素个数或水平个数较多时，例如七个因素二个水平的试验，不再是 $2^7 = 8$ 个试验号，而是有 $2^7 = 128$ 个试验号；又如九个因素各取三个水平，共能组成 $3^9 = 19683$ 个试验号，可见要作完全部水平组合试验的工作量是相当大的。因此，为了节约人力、物力和时间，自然希望只作全部水平组合中的一部分。当然有实践经验的同志不一定将全部水平组合都一一作试验，而是凭自己的经验从中挑选一部分来作。但是，怎样使挑选到的一部分有较强的代表性呢？有没有这样的一种优选方法，根据它在表 3 中可以挑选出代表性相当强的一部分来作，既能达到找到相当好的搭配，降低焦比，提高产量，又能分析在这批试验中哪些因素是主要矛盾，从而寻找这批试验中可能最优的搭配方式，并展望下一批试验该如何作，更有利于提高高炉的技术经济指标。

我们利用正交试验法中的“正交性原理”，就能实现上述两点要求。为了说明这个原理的几何意义及具体应用，我们将表 3 中的八个试验号，用长方体内的八个顶点对应地表示出来，如图 1 所示。

根据“均衡分散性”原理，我们从图 1 中八个试验点挑选出①、④、⑥和⑦这四个点在长方体内分布很均匀而且分散到各个角落，表现为：从六个平面来看，每个面上的四个点中挑到二个点；从十二条边来看，每条边上的二个点中挑到一个点。按同样道理，我们也可以挑选②、③、⑤和⑧这四个点。由此可见，挑选出的①、④、⑥和⑦或②、③、⑤和⑧这四个点在长方体内均衡分散，因而使得这四个试验号

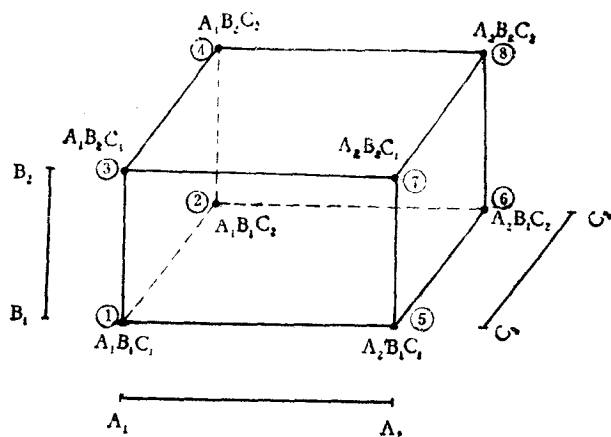


图 1

基本上反映了八个试验号的情况，把这四个试验号用表 4 排列出，得到附表中的 $L_4(2^3)$ 正交表。

表 4

水 \ 列 试 平 号 验 号	1	2	3
1 ①	1	1	1
2 ⑥	2	1	2
3 ④	1	2	2
4 ⑦	2	2	1

再看正交表 $L_4(2^3)$ ，与前面所述的 $L_8(2^7)$ 一样，它也有两个特征：每个列号中各数字出现的次数一样多，如“1”及“2”各出现二次，反映在表 4 上若把 A、B 和 C 放到列号 1、2 和 3 上，得表 5。

从表 5 上看出，每个因素的各个水平参加试验的次数一

表 5

因素 试验号	A	B	C
1	1 (4KPN + PKN ↓ 1.00)	1 (180)	1 (320)
2	2 (3KPN + 2PKN ↓ 0.80)	1 (180)	2 (360)
3	1 (4KPN + PKN ↓ 1.00)	2 (220)	2 (360)
4	2 (3KPN + 2PKN ↓ 0.80)	2 (220)	1 (320)

样多,都是二次;各横行数字对出现的次数一样多,如(1,1)、(1,2)、(2,1)、(2,2)各出现一次,也就是每两个因素间的各个水平之间的搭配齐全,而且各种搭配参加试验的次数一样多,都是一次。

根据“整齐可比性”原理,按表 5 进行试验后,对试验结果的数据进行分析计算时,有的同志可能会提出疑问,认为表 5 中的四组试验号,每个试验号都不一样,都有变化,在这种变化的情况下得出的数据,它们相互之间是否还存在比较的基础,是否还能分清每个因素单独起的作用?我们的回答是肯定的,因为“整齐可比性”原理,就是让 A、B、C 三个因素在试验中整齐地有规则地变化,在变化中比较各因素和水平间的差异和联系,这是辩证唯物论观点在正交表中的体现。例如:

$$A_1 \text{ 装料制度 } (4\text{KPN} + \text{PKN} \downarrow 1.00): \begin{cases} B_1(180) & C_1(320) \\ B_2(220) & C_2(360) \end{cases}$$

$$A_2 \text{ 装料制度 } (3\text{KPN} + 2\text{PKN} \downarrow 0.80): \begin{cases} B_1(180) & C_2(360) \\ B_2(220) & C_1(320) \end{cases}$$

由上可知,当 A 因素取 $A_1(4\text{KPN} + \text{PKN} \downarrow 1.00)$ 时, B 和 C 因素的两种水平都变到了;当 A 因素取 $A_2(3\text{KPN} + 2\text{PKN} \downarrow 0.80)$ 时, B 和 C 因素的两种水平也都变到了。正