

非线性振动理论中的 解析方法及工程应用

闻邦椿 李以农 韩清凯 编著



NEUPRESS
东北大学出版社

O322

7

非线性振动理论中的 解析方法及工程应用

闻邦椿 李以农 韩清凯 编著

东北大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

非线性振动理论中的解析方法及工程应用/闻邦椿, 李以农, 韩清凯编著. —沈阳: 东北大学出版社, 2001. 10

ISBN 7-81054-497-7

I. 非… II. ①闻… ②李… ③韩… III. 非线性-振动-理论-解析-应用 IV. TB123

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 032042 号

内 容 提 要

本书从工程实际出发, 系统地讲述了非线性振动问题的几种主要解析方法: 精确解法、传统小参数法、多尺度法、平均法和渐近法等。讨论了非线性系统周期解的稳定性问题, 并对非线性振动系统的图解方法、数值方法做了扼要介绍, 从基本原理和应用的角度出发叙述了分岔与混沌, 最后讨论了非线性振动的控制和利用的若干结果。

本书可作为工程专业的研究生和高年级本科生及从事振动研究和设计的工程技术人员的参考书。

©东北大学出版社出版

(沈阳市和平区文化路3号巷11号 邮政编码 110004)

电话:(024)23890881(社务室) (024)23892538(传 真)

83687331(发行部) 83687332(出版部)

网址:<http://www.neupress.com> E-mail:neuph@neupress.com

北宁市印刷厂印刷

东北大学出版社发行

开本:787mm×1092mm 1/16 字数:568千字 印张:22.75 插页:2

印数:1~1000册

2001年10月第1版

2001年10月第1次印刷

责任编辑:李毓兴 刘淑芳

责任校对:米 戎

封面设计:唐敏智

责任出版:杨华宁

定价:38.00元

作者简介



闻邦椿 原籍浙江温岭，1930年9月生于杭州市，现为东北大学机械工程与自动化学院教授，机械电子工程研究所所长。现任中国振动工程学会理事长，IFTToMM（国际机器理论与机构学联合会）中国委员会委员，国际转子动力学技术委员会委员，曾任及现任第六、七、八、九届全国政协委员，国务院学位委员会第二、三、四届机械工程学科评议组成员；亚太振动会议指导委员会委员，目前担任《振动工程学报》主编，《机械工程学报》、《非线性动力学学报》等多种杂志编委及顾问。还兼任上海交通大学“振动、冲击、

噪声”国家重点实验室和大连理工大学“工业装备结构分析”国家重点实验室学术委员会主任，浙江大学“液压传动与控制”国家重点实验室学术委员会委员、浙江经济管理专修学院院长等，曾任及现任同济大学、浙江工业大学、吉林工业大学、南京航空航天大学、南京理工大学、合肥工业大学、西南交通大学、青岛海洋大学、广东工业大学等二十余所大学的兼职教授、顾问教授或名誉教授。1984年被评为全国第一批有突出贡献的中青年专家，并享受国家特殊津贴。1991年当选为中国科学院院士。

他系统地研究和发展了振动学与机器学相结合的新学科“振动利用工程学”。还研究了转子动力学、机械系统非线性振动理论及应用、机械故障的振动诊断、机电一体化以及工程机械理论的某些问题。曾发表论文360篇，专著和主编的论文集10余种：专著《振动机械的理论及应用》于1983年获全国优秀科技图书二等奖，参加编写和主编的著作、教材和论文集有《振动筛、振动给料机、振动输送机设计与调试》、《高等转子动力学》、《机械振动学》、《Proceedings of International Conference on Vibration Engineering'1998》和《Proceedings of International Conference on Mechanical Dynamics'1987》等。

他曾和教研组同志一起研制成功十多种新型振动机械和工程机械，曾获国际奖两项，国家级奖4项，省、部、委级奖10项。所研制的“惯性共振式概率筛”获国家发明三等奖和国际发明博览会“尤里卡”金奖，他还获该博览会的“骑士”奖章一枚；所研制的“激振器偏转式大型冷矿振动筛”获国家科技进步三等奖；有多项成果达到国际先进水平，取得了重大经济效益和社会效益。目前正在从事国家自然科学基金重大项目“大型旋转机械非线性动力学问题”、973和863项目以及其他自然科学基金项目和横向科研等10余个项目的研究工作。

他指导和联合指导的80余名研究生，有50名取得了硕士学位，有26名取得了博士学位。他还曾指导博士后4名，俄罗斯和哈萨克斯坦访问学者各1名。

曾组织三次国际学术会议，并担任该国际会议的学术委员会主席，主编国际学术会议论文集三种。曾应邀去日、澳、德等国讲学，做过20余次学术报告。还曾参加在前苏联、英国、美国、日本、澳大利亚、意大利、加拿大、芬兰、捷克、保加利亚、匈牙利、西班牙、马来西亚、新加坡等10多个国家召开的国际学术会议20余次，宣读论文40余篇，曾在国际学术会议上多次作大会特邀报告，还曾访问瑞士、瑞典、韩国、泰国、波兰、拉脱维亚、乌克兰等国。他还曾多次被评为辽宁省劳动模范和沈阳市特等劳动模范。



李以农 1961年7月生，籍贯河南新野。工学博士，现为重庆大学机械传动国家重点实验室副教授。

1983年7月毕业于西安公路交通大学汽车工程系，获学士学位。1993年3月在重庆大学汽车系获工学硕士学位。1999年3月在东北大学机械工程与自动化学院获博士学位。

主要从事非线性振动的理论及应用、振动的利用与控制、汽车系统动力学等方面的研究工作。曾参加及主持国家和省、市等科研项目8项。在国内外学术期刊和国际学术会议上发表论文50余篇。1997年9月至1998年9月赴日本东北大学工学部机械电子工学科参加国际合作项目研究。



韩清凯 1969年3月生，原籍山东济宁。工学博士，现为东北大学机械工程与自动化学院副教授，并任副院长职务。1990年在鞍山钢铁学院机械工程系获学士学位。毕业后被推荐免试攻读硕士，1993年3月获硕士学位，1996年在东北大学机械工程与自动化学院获博士学位。

主要从事非线性振动理论与应用、动力有限元分析、机械动态设计及工程机械设计理论的研究工作，曾参加多项国家自然科学基金科研课题的研究，发表论文30余篇，参加编写教材与著作多种。2001年5月至9月在德国莫尼黑大学作访问学者。

前 言

在物质世界里到处存在着各种形式的振动（包括波动）。人类自身的各种器官每时每刻都处在振动之中，例如，心脏的搏动、血液的循环、肺部的张缩呼吸、脑的思维以及耳膜和声带的振动等，离开振动人类将无法生存。从人类的生产活动和生活的周围环境来说，振动也是无处不有，例如汽车、火车、飞机及机械设备的振动；家用电器、钟表的振动；地震以及声、电、磁、光的波动等等。从广义的角度来看，在社会经济生活中，经济的增长与衰减、股市的升跌和振荡等，都可以归纳为不同形式的振动；在自然界及宇宙中，振动和波动的例子也不胜枚举，例如月亮的圆缺、潮汐的涨落、一些植物年复一年的生长与枯萎等等。

振动可分为有害的振动和有用的振动两大类。例如，运载工具的振动会使乘客感到不舒适；环境噪声使人烦躁不安；共振及次谐波共振会引起机械设备、桥梁结构及飞机的破坏。地震使人民生命财产遭受巨大损失，对于这些有害振动，科技工作者已付出了很大努力，设法采取有效措施加以限制以至完全消除。振动也有广泛的用途，合理地利用振动也能给人类造福，改善人民的生活条件。例如，拨动琴弦能发出美妙动人的音乐；在医疗方面，利用超声波能诊断、治疗疾病；在工程建筑中，广泛采用振动沉桩、振动拔桩，以及混凝土灌注时的振动捣固等；在电子和通讯工程方面，录音机、电视机、收音机、程控电话等诸多电子器件以及电子计时装置和通讯系统使用的谐振器等都是由于振动才得以有效地工作；在工程地质方面，利用振动进行检测和地质勘探；在原油开采上，还可利用振动提高原油产量；在海洋工程方面，海浪波动的能量可以用来发电；在工矿企业，利用振动设备可完成许多工艺过程，或提高某些机器的工作效率。最近三十多年来，应用振动原理而工作的机器（振动机械）得到了迅速发展。据不完全统计，目前已用于工业生产的振动机有数百种之多，如振动压路机、振动给料机和振动成型机等。

为了最大限度地抑制那些有害的振动，或者有效地利用那些有用的振动，首要的任务是弄清振动的机理，揭示和了解振动的内在规律及其外部影响因素。因此，对振动的机理进行研究是一项十分迫切的任务。

振动按其特性可分为线性和非线性振动两类。严格地说，绝大多数振动系统都是非线性的，在非线性因素较弱的情况下，非线性振动系统可按线性振动系统来近似处理。但是，工程中的不少非线性振动问题在忽略非线性因素的情况下进行分析与计算，所得结果与实际相比会有很大的误差，甚至会得出错误的结论。这是因为在非线性振动与线性振动之间存在着许多本质的区别，因此只有利用非线性振动的理论和方法，才能弄清那些非线性振动问题。国内外的许多科学工作者曾致力于非线性振动理论的研究，力图提出较完善的方法来处理这些非线性振动问题，非线性振动的研究工作得到了较大的发展，无论是关于定量研究或是定性研究都提出了一些新的方法，关于非线性振动的控制和利用也取得了很大的发展。特别是对混沌现象的揭示及对其研究得到了一些结果，被认为是 20 世纪科学领域的重大发现和重要成就之一。再由于近 30 年来计算机技术的迅速发展，许多非线

性振动问题可以借助数值计算与数值模拟方法予以解决，这就使得对非线性振动问题的求解向前推进了一大步。

本书主要讨论非线性振动理论中的解析方法。但为使读者较全面了解非线性振动的其他方法及非线性振动的最新发展，书中还扼要介绍非线性振动系统的图解方法、数值方法及分岔与混沌。虽然直到现在，求解多自由度非线性振动系统还没有精确的解析方法，但近似的解析方法在研究多数弱非线性振动系统时仍然是十分有效的，而且也是科技工作者必须掌握的方法。

本书是作者在从事非线性振动的教学与科研 30 多年的基础上编写而成的。编写的出发点是工程应用为目的，因此本书以讲述非线性系统定量计算方法为重点，并介绍如何运用这些方法，举出了一些应用实例。有关定性方面的问题只讲述一些必要的基本知识。

本书力图从以下几个方面突出它的特点：

1. 从工程实际问题出发，讨论各种非线性振动问题的求解方法。
2. 为使读者较全面地掌握非线性振动系统的定量求解方法，本书力图较系统地讲述非线性振动问题的各种解法。
3. 提出含有非线性惯性力的非线性振动系统的求解方法。
4. 讨论了工程中常用的多种对称和不对称的分段线性的非线性系统和滞回系统的求解方法。
5. 提出用平均线性化系统代替非线性方程的派生系统，可使求解过程加速对实际工况的逼近。
6. 研究工程中常见的慢变参数系统的分析方法及工程实例。
7. 在“非线性振动方程的解的物理性质”一章中，举出了工程中的频率俘获的例子；在“运动稳定性”一章中，举出若干判别周期运动稳定性的实例。
8. 随着工业自动化的发展，工程非线性振动的控制技术也得到了突飞猛进的发展。本书包括了非线性振动系统控制的内容。
9. 鉴于振动利用工程学的发展，本书还叙述了非线性振动与波动利用技术的一些实际问题。

本书共分十六章，第一章介绍工程中的非线性振动实例及常见的非线性振动方程；第二章讲述非线性振动方程的精确解法；第三章讨论几种传统的近似解法；第四章至第七章讲述单自由度系统传统小参数法，多尺度法，平均法和渐近法；第八章介绍多自由度系统的渐近方法；第九章讨论慢变参数系统的渐近方法；第十章介绍强非线性系统的求解方法；第十一章叙述非线性方程解的物理性质；第十二章讨论周期解的稳定性；第十三章介绍非线性振动的图解方法和数值方法；第十四章介绍分岔和混沌；第十五章和第十六章分别叙述非线性振动系统的控制和利用。

本书第一至第九章、第十一、十二和第十三、十六章的部分内容由闻邦椿编写，第十三章、十四章部分内容由文成秀编写，第十五章及第十六章的部分内容由李以农编写，第十章及本书多数章节的计算与思考由韩清凯编写，第十二章部分内容和第十四章分岔部分及混沌实例由袁惠群编写，本书附录 A 由徐培民编写。在编写本书的过程中，我们曾得到同行专家们的大力帮助，他们对本书的内容提出了不少宝贵的修改意见。这些专家是黄文虎院士、陈予恕教授、徐建学教授、关立章教授、胡海岩教授、金基铎教授等。在完成书稿过程中还得到我的博士后和博士研究生曹宗杰、袁惠群、李鸿光、何劭、徐培民、杨

积东、罗跃纲、金志浩、曾海泉、鲍文博、李振平和陈亚东等的热情帮助。此外，东北大学出版社李毓兴社长及全社同志为本书的出版付出了大量辛勤的劳动。在此一并向他们致以衷心的感谢。

本书可作为大学本科生及研究生的教学参考书或教学用书，还可供从事机械振动和非线性振动研究、设计和实际操作的科技工作者参考。由于水平所限，书中会有许多不妥之处，甚至有错误的地方，希望读者给以指正。

闻邦椿

2000年9月18日

目 录

第一章 工程非线性振动实例	1
1.1 研究非线性振动问题的工程意义	1
1.2 非线性振动实例	3
1.3 一些典型的非线性振动微分方程式.....	17
1.4 非线性振动问题的常用求解方法.....	21
第二章 精确求解法	23
2.1 直接积分法.....	23
2.2 分段积分法.....	26
2.3 应用举例.....	30
第三章 等价线性化法、谐波平衡法、迦辽金-里兹法与迭代法	33
3.1 等价线性化法.....	33
3.2 谐波平衡法.....	37
3.3 迦辽金法与里兹法.....	39
3.4 迭代法.....	43
3.5 应用举例.....	45
第四章 传统小参数法	48
4.1 一般弱非线性自治系统.....	48
4.2 无强迫力作用的杜芬方程的传统小参数法求解.....	50
4.3 弱非线性的非自治系统.....	53
4.4 应用举例.....	55
第五章 多尺度法	59
5.1 多尺度法的基本思想.....	59
5.2 含非线性弹性力的自治系统的多尺度法.....	60
5.3 含非线性弹性力的非自治系统的多尺度法.....	62
5.4 应用举例.....	69
第六章 平均法	79
6.1 平均法的由来.....	79
6.2 含非线性弹性力和阻尼力的自治系统.....	81
6.3 含非线性惯性力的自治系统.....	83
6.4 含非线性弹性力与阻尼力的非自治系统.....	85
6.5 含非线性惯性力的非自治系统.....	88
6.6 应用举例.....	89

第七章	单自由度非线性振动系统的渐近法	92
7.1	渐近法的基本思想	92
7.2	含非线性弹性力与阻尼力的自治系统的渐近法	93
7.3	含非线性惯性力的自治系统的渐近法	97
7.4	含非线性弹性力与阻尼力的非自治系统的渐近法	100
7.5	含非线性惯性力的非自治系统的渐近法	106
7.6	简谐力作用下的非线性系统的渐近法	110
7.7	应用举例	115
第八章	弱非线性多自由度振动系统的渐近法	123
8.1	弱非线性多自由度自治系统的渐近法	123
8.2	弱非线性多自由度非自治系统的渐近法	127
8.3	应用举例	132
第九章	慢变参数振动系统的渐近法	143
9.1	慢变参数自治系统的渐近法	143
9.2	慢变参数非自治系统的渐近法	146
9.3	应用举例	150
第十章	强非线性振动系统的定量分析方法	154
10.1	用推广的渐近法求解强非线性拟保守系统	159
10.2	强非线性自治拟保守系统的能量法	157
10.3	一般强非线性非自治系统的能量法	158
10.4	应用举例	160
第十一章	非线性方程解的某些物理性质	164
第十二章	非线性系统周期解的稳定性	170
12.1	研究周期解稳定性的意义及主要方法	170
12.2	常系数线性系统的稳定性	171
12.3	非线性系统稳定性的一次近似判别法	173
12.4	线性周期系数系统的稳定性	176
12.5	里雅普诺夫直接方法	177
12.6	中心流形判别法	179
10.7	应用举例	180
第十三章	图解方法与数值方法	183
13.1	图解方法	183
13.2	点映射与胞映射作图法	189
13.3	非线性振动系统的数值解法	199
第十四章	分岔与混沌	208
14.1	分岔概述	208
14.2	静态分岔与动态分岔	212

14.3	分岔问题的研究方法	215
14.4	应用举例 (分岔部分)	221
14.5	混沌概述	224
14.6	耗散系统与奇怪吸引子	227
14.7	分析混沌的方法	230
14.8	应用举例 (混沌部分)	236
第十五章	非线性振动的控制	245
15.1	概述	245
15.2	非线性振动控制的基本原理与方法	246
15.3	非线性振动主动控制的控制策略	254
15.4	非线性转子振动系统的主动控制	266
15.5	高层土木结构非线性振动的主动控制	271
15.6	海洋平台非线性振动的主动控制	273
15.7	车辆的主动悬架与非线性控制半主动悬架	277
15.8	混沌的控制	280
第十六章	非线性振动的利用	288
16.1	振动的工程应用及其发展	288
16.2	利用复摆测定摩擦系数	288
16.3	硬式光滑非线性振动系统的利用	292
16.4	分段线性非线性振动系统的工程应用	294
16.5	含滞回非线性作用力的振动系统的利用	303
16.6	自激振动系统的应用	306
16.7	带有冲击的非线性振动系统的工程应用	308
16.8	非线性波与波能的利用	310
16.9	频率俘获原理的工业应用	311
16.10	分岔解与混沌的利用	314
	参考文献	316
	附录 A 非线性动力系统数值分析演示程序	328

第一章 工程非线性振动实例

1.1 研究非线性振动问题的工程意义

人类生活在到处存在着振动(包括波动)的物质世界里,这不只是说人的周围环境存在着振动,而且人体自身的许多器官及循环系统也都处在不间断的振动之中。人类从有智慧时起,就开始和那些有害的振动展开了百折不挠的斗争,总是设法预防和限制以至消除它带来的危害,例如对待地震就是如此;另一方面,人类也设法利用那些有用的振动,使它更好地为人民服务,为人类造福。

振动的种类繁多,形式各异,它们存在于各个角落、各种场所、各个部门。例如,建筑物和机器的振动,地震,声和光的波动,无线电技术和电工学中的振动,磁系中的振动,控制系统的振动,同步加速器与火箭发动机中的振动。此外,还有生物力学及生态学中的振动,化学反应过程中的振动,以及社会经济领域中的振动等。自然界与工程技术各部门中存在的振动可分为线性振动与非线性振动两大类。就机械振动而言,线性振动是指该系统中的恢复力、阻尼力和惯性力分别是位移、速度和加速度的线性函数,即在直角坐标中它们之间的关系呈直线变化的形式,不具备上述线性关系的振动则称为非线性振动,自然界与工程技术各部门中的振动,绝大多数都属于非线性振动这一类。

随着工农业生产与科学技术的迅速发展,在工程技术各部门中遇到的大量非线性振动问题亟待进行深入研究 and 解决。对这类问题的研究工作大致可以分为以下三方面的内容:(1)非线性振动的机理;(2)非线性振动的抑制和控制;(3)非线性振动的利用。

关于非线性振动的机理的研究国内外许多科技工作者进行了大量的卓有成效的研究^[1-132]。但在工程技术部门,仍然有许多非线性振动问题的机理研究得还很不充分。例如,对于一些在复杂非线性因素影响下的强非线性多自由度系统的精确求解、复杂时变过程的特性、复杂系统失稳的机理、复杂自激振动的起因和发展过程,一些重大机械设备产生重大事故和发生破坏的原因,亚谐分岔解的形成,混沌运动的产生等等。

在抑制与控制有害的非线性振动的研究工作方面,已取得了许多重要的研究成果^[1, 3, 7, 9, 10, 12, 25, 26, 27, 36, 38, 39, 43, 45, 55, 58, 90, 101, 109, 127, 131],但也存在大量的问题亟待解决。众所周知,地震会给人民生命财产造成重大损失。但目前有关地震的预报及预防还停留在有限的水平上,直到现在还没有一种较完善的和可靠的技术对地震进行准确的监测、预报和预防。在国内外,重大机械设备屡屡发生严重的破坏事故,每一事故的发生都会造成重大的经济损失,目前虽已研制出一些可进行在线监测和诊断的设备,但其准确性和可靠性还没有达到理想的地步。火箭发射失败多数也是由于振动或控制失灵所引起的,提高其工作可靠性仍是研究工作者一项迫切的任务。在水下航行的潜艇,由于噪声过大,极易暴露目标,如何降低噪声和对噪声进行控制自然是设计与开发潜艇的头等重要的课题。前述例子中的绝大多数是属于非线性振动问题,加强对非线性振动抑制和控制的研究是一项十分迫切的任务。

非线性振动的利用最近二十多年来得到了迅速的发展,无论是在实际应用方面的研究,

还是在理论方面的研究,都取得了许多重要成果^[29, 33, 34, 35, 37, 38, 45, 65, 97, 129, 130, 131, 132]。在人类生活与生产活动中,几乎任何时刻都离不开振动,目前,振动已成为人类生活与工农业生产等许多方面几乎是一种不可缺少的环节和必要的机制。例如,一些作物的种子采用射线适当处理,可以在一定程度上提高产量;在医疗方面,利用超声可治疗与诊断多种疾病;在工程地质领域,利用振动可以对地下资源进行勘探,在石油开采工作中利用振动可提高原油产量;在海洋工程方面,海浪波动的能量可以用来发电;在土建工程中也广泛利用了振动,例如,振动沉拔桩、振动夯土、修筑高速公路时路基与路面的振动压实(压路)与振动摊铺,以及浇灌混凝土时的振动捣实等;在冶金、煤炭、化工、机械、电力、食品加工等部门,广泛应用振动給料、振动输送、振动筛分、振动冷却、振动烘干、振动破碎、振动粉磨和振动脱水等作业过程;在电子仪器和仪表及通讯工程方面,如录音机、电视机、收音机、程控电话、电子计时装置和通讯设备中使用的谐振器等都是由于利用了振动才能有效地工作;人类借助于电磁波实现无线通讯,传递信息,成为当今信息时代人类相互联系不可缺少的桥梁和纽带;光在光导纤维中的传播也是一种特殊形式的波,利用光纤来代替通电的导线,其重大的应用价值是无法估量的。从前面举出的一些例子,不难看出,振动对人类的生活和生产是多么的重要!上述列举的问题绝大多数也都是属于非线性的范畴,这些问题的研究和解决将会大大地促进工农业生产和科学技术的发展,并造福于人类。

近二十多年来,我科研组在非线性的机理、非线性振动的抑制与控制以及非线性振动的利用等方面进行研究所取得的成果已发表在相关的著作及国内外的杂志与论文集中^[70, 71, 128-276]。

非线性振动的研究工作虽然已取得了许多重要的成果,但到目前为止,对多数非线性振动问题仍采用一些近似方法或在忽略非线性因素的情况下进行分析计算,因而在多数情况下所得结果与实际结果相比有较大的误差,甚至会得出错误的结论,这是因为线性振动和非线性振动有许多本质的区别。因此,在最近一个时期,科技工作者对许多非线性振动问题进行了深入研究,在定量研究或是定性研究方面都提出了一些新的有效的方法。特别是对混沌运动现象的揭示及对其开展的研究工作,被认为是当今科学领域的重大发现和重要成就之一。此外,由于近20多年来计算机技术的迅速发展,许多非线性振动问题可以借助数值计算与数值模拟方法予以解决,这就使得对非线性振动问题的求解向前推进了一大步。但是由于非线性振动问题的复杂性,许多非线性问题的彻底解决,在数学和力学上仍存在一定的难度,因而直到现在仍然有许多问题亟待进行深入研究 and 解决。这些问题包括:

1. 复杂非线性振动系统的建模、系统参数的识别方法与试验;
2. 由气流或其他非线性因素激发的复杂非线性系统振动的机理;
3. 多自由度强非线性振动问题的精确求解方法;
4. 多自由度非线性振动系统的各种类型的分岔;
5. 复杂非线性振动系统的混沌运动;
6. 非线性振动系统失稳机理及系统的局部和全局稳定性;
7. 时变(包括参变、慢变、时滞及瞬态过程)非线性振动系统的特性;
8. 复杂非线性振动系统的自激振动;
9. 带有冲击的非线性振动系统的振动机理与振动特性;
10. 非线性系统的振动及其稳定性的控制;
11. 有关非线性振动的动态过程的机理及利用;

12. 与非线性振动有关的设备或结构破坏的机理及故障的诊断方法;
13. 在复杂因素影响下的非线性波的产生机理及其控制与利用;
14. 板壳及复杂结构在大变形情况下的非线性振动的研究;
15. 复杂建筑结构和跨度桥梁在特殊载荷下的颤振与驰振;
16. 复杂非线性结构的解耦和数值计算及优化方法。

加强对上述问题的研究,无疑会在不同程度上取得相应的新的进展,并会促进工农业及科学技术进一步的发展,进而为国家创造重大的经济效益和社会效益。

1.2 非线性振动实例

工程中的振动问题可归纳为线性振动和非线性振动两大类。

线性振动可以由以下线性微分方程加以描述。一般机械系统的线性振动方程可表示为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1-1)$$

式中 m ——振动的质量;
 c ——阻力系数;
 k ——弹簧刚度;
 \ddot{x}, \dot{x}, x ——振动的加速度、速度和位移;
 $f(t)$ ——干扰力或激振力;
 t ——时间。

式(1-1)中的惯性力 $m\ddot{x}$ 、阻尼力 $c\dot{x}$ 及弹性力 kx 分别是加速度 \ddot{x} 、速度 \dot{x} 及位移 x 的线性函数,也就是说质量 m 、阻力系数 c 、弹簧刚度 k 为常数,所以式(1-1)是线性微分方程,用线性微分方程描述的振动系统称为线性系统。

非线性振动可以由非线性微分方程加以描述。多数机械系统的非线性方程可表示为

$$m\ddot{x} + f_c(\dot{x}) + f_k(x) = f(t) \quad (1-2a)$$

式中 $f_c(\dot{x}), f_k(x)$ ——分别为非线性阻尼力与弹性力。

当非线性作用力是加速度、速度和位移的函数时,其方程可写为

$$f_m(\ddot{x}, \dot{x}, x) + f_c(\ddot{x}, \dot{x}, x) + f_k(\ddot{x}, \dot{x}, x) = f(t) \quad (1-2b)$$

式中 $f_m(\ddot{x}, \dot{x}, x)$ ——非线性惯性力;
 $f_c(\ddot{x}, \dot{x}, x)$ ——非线性阻尼力;
 $f_k(\ddot{x}, \dot{x}, x)$ ——非线性弹性力。

在非线性振动的微分方程式中,非线性惯性力、非线性阻尼力或非线性弹性力不是加速度 \ddot{x} 、速度 \dot{x} 及位移 x 的线性函数,也就是说,惯性力、阻尼力或弹性力并不分别与加速度 \ddot{x} 、速度 \dot{x} 及位移 x 的一次方成正比。

在某些振动系统中,干扰力也是加速度 \ddot{x} 、速度 \dot{x} 及位移 x 的非线性函数,其表示式为 $f(\ddot{x}, \dot{x}, x, t)$ 。这类方程也是非线性方程,下面对含非线性惯性力的振动系统、含非线性阻尼力的振动系统、含光滑非线性恢复力的振动系统、含分段线性非线性恢复力的振动系统、含滞回恢复力的振动系统、自激振动系统、带有冲击的非线性振动系统、考虑涡动时转子系统的非线性振动、非线性弹性体的振动、非线性波动、含非线性作用力的多自由度的振动系统、慢变参数振动系统、参数激励的振动系统、时滞系统等 14 类振动问题分别举出应用实

例,并写出它们的运动微分方程式。

1.2.1 含非线性惯性力的非线性振动系统

工业中应用的振动机,如振动输送机、振动冷却机、振动离心脱水机、振动磨机、振动筛、振动给料机和振动落砂机等,都是通过振动对物料进行加工或处理的,在这些工艺过程中,物料有时与振动机体一起运动,有时离开机体,对机体作相对滑动或跳动。因此,在一个振动周期内,计及物料质量的系统是属于含有分段质量的非线性振动系统,该系统包含有非线性惯性力,下面举出两个例子^[129,131]。

1. 考虑物料断续滑动的弹性连杆式振动输送机的系统

参考图 1-1,当考虑物料沿机体断续滑动时,弹性连杆式振动输送机的运动方程式为

$$m_p \ddot{S} + f_s \dot{S} + m_m \ddot{S} \sin^2 \delta + F_m(\ddot{x}, \dot{x}, x) \cos \delta + kS = k_0(r \sin \nu t - S)$$

$$F_m(\ddot{x}, \dot{x}, x) = \begin{cases} m_m \ddot{S} \cos \delta & \varphi_m - 2\pi \leq \varphi \leq \varphi_k \\ f m_m (g + \dot{S} \sin \delta) & \varphi_k \leq \varphi \leq \varphi_m \end{cases} \quad (1-3)$$

式中

m_p, m_m ——工作机体质量与物料质量;

f_s ——阻力系数;

k, k_0 ——主振弹簧刚度和连杆弹簧刚度;

S, \dot{S}, \ddot{S} ——机体沿振动方向的位移、速度和加速度;

$x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}$ ——机体沿 x 和 y 方向的位移、速度和加速度, $x = S \cos \delta, y = S \sin \delta$;

δ ——振动方向角;

$F_m(\ddot{x}, \dot{x}, x)$ —— x 方向物料的非线性作用力;

ν ——振动频率;

t ——时间;

f ——物料对机体的动摩擦系数;

φ_k, φ_m ——物料正向滑动开

始和终止的相位角。

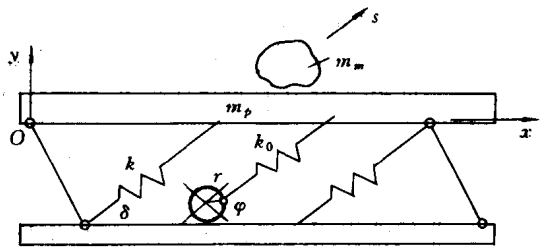


图 1-1 弹性连杆式振动输送机的振动系统

2. 被清理的铸件与振动落砂机的机体所组成的振动系统

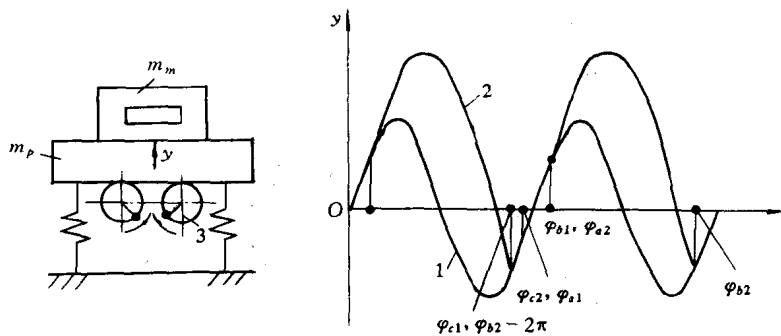
振动落砂机是铸造厂常用的一种振动机械(图 1-2(a)),它利用机体的振动对铸件进行清砂。假如该落砂机上的铸件处在轻微抛掷的情况下工作,则在机体振动的每一周期内,铸件有时与机体接触,在铸件与机体彼此接触的时间内,它们的加速度是相等的;而当振动机体的加速度大于某一定值时,铸件便离开机体作抛掷运动;经过一定时间后它又落到机体上,并与机体产生冲击;然后,又与机体一起运动。因此铸件在机体上的运动可分为三个阶段(如图 1-2(b)):

符合运动(铸件与机体一起运动)阶段(振动相位角由 $\varphi_{a1} \rightarrow \varphi_{a2}$);

抛掷运动(铸件被抛起)阶段(振动相位角由 $\varphi_{b1} \rightarrow \varphi_{b2}$);

冲击运动(铸件落下时与机体产生冲击)阶段(振动相位角由 $\varphi_{c1} \rightarrow \varphi_{c2}$)。

在这三个阶段中,机体的惯性力及铸件对机体冲击作用力的综合表示式为



(a) 振动落砂机机构图

(b) 机体与铸件运动位移图

图 1-2 铸件在振动落砂机上运动图

$$f_m(\ddot{y}, \dot{y}, y) = \begin{cases} (m_p + m_m)\ddot{y} & \varphi_{a1} \leq \varphi \leq \varphi_{a2}, t_{a1} \leq t \leq t_{a2} \\ m_p\ddot{y} & \varphi_{b1} \leq \varphi \leq \varphi_{b2}, t_{b1} \leq t \leq t_{b2} \\ m_p\ddot{y} + F_c(t) & \varphi_{c1} \leq \varphi \leq \varphi_{c2}, t_{c1} \leq t \leq t_{c2} \end{cases} \quad (1-4)$$

式中

m_p, m_m ——振动机体的质量及铸件的质量；

$F_c(t)$ ——冲击作用力；

$t_{a1}, t_{a2}, t_{b1}, t_{b2}, t_{c1}, t_{c2}$ ——符合运动阶段、抛掷运动阶段和冲击阶段的初始瞬时和终结瞬时；

$\varphi_{a1}, \varphi_{a2}, \varphi_{b1}, \varphi_{b2}, \varphi_{c1}, \varphi_{c2}$ ——符合运动阶段、抛掷运动阶段和冲击阶段的初始振动相位角和终结振动相位角。

因此，振动落砂机的运动方程是非线性方程，并可由式(1-5)表示：

$$f_m(\ddot{y}, \dot{y}, y) + c\dot{y} + ky = F_0 \sin vt \quad (1-5)$$

假如铸件在机体上作轻微抛掷运动，冲击作用力可以忽略不计，这时变质量非线性惯性力可表示为：

$$f_m(\ddot{y}, \dot{y}, y) = \begin{cases} (m_p + m_m)\ddot{y} & \varphi_{a1} \leq \varphi \leq \varphi_{a2}, t_{a1} \leq t \leq t_{a2} \\ m_p\ddot{y} & \varphi_{b1} \leq \varphi \leq \varphi_{b2}, t_{b1} \leq t \leq t_{b2} \end{cases} \quad (1-6)$$

在这种情况下，非线性特性的产生来源于一个周期内铸件抛离工作机体表面而引起整个振动系统质量的变化。

铸件抛离工作机体的相位角 $\varphi_{b1}, \varphi_{b2}$ 可按照振动机上物料运动的理论进行计算^[131]，而铸件与机体接触的相位角 $\varphi_{a1}, \varphi_{a2}$ 可按式(1-7)算出：

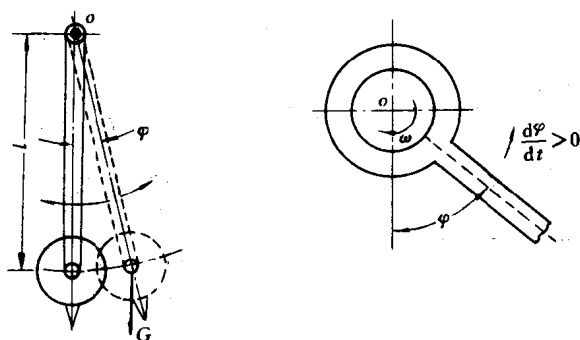
$$\varphi_{a2} = \varphi_{b1} \quad \varphi_{b2} = \varphi_{a1} + 2\pi \quad (1-7)$$

当振动落砂机的参数确定以后，便可求出 $\varphi_{a1}, \varphi_{a2}, \varphi_{b1}, \varphi_{b2}$ ，进而可求出非线性方程的解。

1.2.2 含非线性阻尼力的非线性振动系统

含非线性阻尼力的振动系统的工程实例很多，用于测量轴承与轴销之间干摩擦系数的摩擦摆；高速列车行驶时气体的阻力(其中包括平方阻尼或立方阻尼等)及材料产生弹性塑性变形时所包含的非线性阻尼等。

测量轴承与轴销之间干摩擦系数的摩擦摆是具有库仑阻尼与速度平方阻尼的振动系统。图 1-3a 表示了用于测量轴承与轴销之间干摩擦系数的摩擦摆的示意图。



(a)摩擦摆

(b)弗洛特摆

图 1-3 测量轴承与轴销之间摩擦系数的摩擦摆与弗洛特摆

摆的运动微分方程式可表示为

$$J \ddot{\varphi} + mgl \sin \varphi = mr (g \cos \varphi + l \dot{\varphi}^2) f \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|} \quad (1-8)$$

- 式中 J ——摆对悬挂点的转动惯量；
- m ——摆的质量；
- l ——摆的质心至悬挂点之距；
- r ——轴的半径；
- f ——轴承与轴销之间摩擦系数；
- φ ——摆的摆动角度。

在摆动角度不很大的情况下,上式中的 $\cos \varphi$ 和 $\sin \varphi$ 可展为

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= 1 - \frac{\varphi^2}{2} + \dots \\ \sin \varphi &= \varphi - \frac{\varphi^3}{6} + \dots \end{aligned} \quad (1-9)$$

在这种情况下,式(1-9)可写为

$$J \ddot{\varphi} + mgl \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6} \right) = mr \left[g \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \right) + l \dot{\varphi}^2 \right] \cdot f \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|} \quad (1-10)$$

或
$$J \ddot{\varphi} + mgl \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6} \right) + mgr \frac{\varphi^2}{2} f \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|} = mr [g + l \dot{\varphi}^2] \cdot f \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|}$$

上式中等号后第一项为干摩擦,第二项为速度平方阻尼。

1.2.3 含光滑非线性恢复力的振动系统

弗洛特摆是带光滑软式非线性恢复力的振动系统;为了增加电磁振动给料机振幅的稳定性,有时将该机中的板弹簧的支承夹紧装置制成曲线形,该系统属光滑硬式非线性振动系统;由板弹簧支承的卡车是带光滑不对称弹性力曲线的非线性振动系统;离心调速器是具有特殊型式的光滑恢复力的非线性系统;曲线船体在水中作垂直方向振动时具有不对称的曲线光滑的恢复力。

1. 利用弗洛特摆测量轴承的摩擦系数

文章[62, 63]对该摆测定了轴与内套之间的动摩擦系数,图 1-3b 为其力学模型,转动轴