



研究生教材

计算方法

(第2版)

邓建中 刘之行

西安交通大学出版社

研究生教材

计 算 方 法
(第 2 版)

邓建中 刘之行

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书内容包括电子计算机上常用的各种数值计算方法,如插值法、最小二乘法、最佳一致逼近、数值微积分、方程求根法、线性与非线性代数方程组解法、矩阵特征值与特征向量求法、常微分方程初值问题的解法、求解数理方程定解问题的差分法、有限元法等.还包含同类书中未见的一些内容,如广义佩亚诺定理、外推法及其在某些问题中的应用.书中重点讨论了各种计算方法的构造原理和使用,对稳定性、收敛性、误差估计和优缺点等也作了适当的介绍.

本书内容丰富,取材精炼;重点突出,推导详细,数值计算例子较多;内容安排由浅入深,每章都有概述、小结、复习题等,便于教学.本书可作理工院校非计算数学专业研究生或高年级学生教材,也可供从事数值计算的科技工作者阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

计算方法/邓建中,刘之行编著. —2版. —西安:
西安交通大学出版社,2001.8
ISBN 7-5605-1445-6

I. 计… II. ①邓… ②刘… III. 电子计算机—数
值计算—计算方法 IV. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001) 第 053500 号

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市兴庆南路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)

陕西省轻工印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本:850 mm×1 168 mm 1/32 印张:12.25 字数:304 千字

2001 年 8 月第 2 版 2001 年 8 月第 1 次印刷

印数:0 001~5 000 定价:18.00 元

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题,请去当地销售
部门调换或与我社发行科联系调换.发行科电话:(029)2668357,2667874

序 言

在现代科学研究与工程设计中,电子计算机已成为不可缺少的有力工具.学习计算机常用数值计算方法的知识,已构成现代科学教育的一部分.出版一批相应的教材,是十分必要的.

数值计算的领域极其广泛,求解各类问题的计算方法又多种多样.纷繁的内容一度使“计算方法”成为本校和兄弟院校的头痛课程.本书旨在解决这一问题,并获得了初步成效.目前,“计算方法”已成为本校工科研究生和高年级学生中颇受欢迎的一门课程.

本书的作者们都具有 20 多年的教学经验,还是一些科研论文、科学专著和教材的作者.本书内容广泛,取材适当;重点突出,强调算法的构造和应用;推导详细,数值计算例题较多;注意教学法,讲述由浅入深,每章有概述和小结.书中还包含了作者们的科研成果,这些成果的引入,有助于简化推导,提高计算效果.

我们向现在和未来的广大科技工作者,推荐这本书.

游兆永

1985.2.15

第 1 版 前 言

在科学研究与工程设计中,电子计算机的应用日益广泛.面对一个数值计算课题,怎样选择与使用适当的计算方法,怎样估计计算结果的误差,怎样解释计算过程中的异常现象,自然成为广大科技工作者迫切需要解决的问题.由于这一原因,现在各大专院校非计算数学专业的研究生和高年级学生,已普遍学习“计算方法”课程.本书就是在本校工科研究生和应用数学、力学、计算机、软件等专业学生中讲授此课程的基础上形成的.本书初稿已在本校和兄弟院校中使用过多遍,教学效果良好.

本书的读者对象是高等学校非计算数学专业高年级学生、研究生和相当程度的科技人员.读者学习“计算方法”的目的,主要是为了掌握科学研究与工程设计的一种有力工具.他们不可能花费过多的学习时间,然而计算方法的内容却又十分丰富:它所研究的数值计算问题种类繁多;一类问题的解法多种多样;对一种解法,为保证其可靠性,又需进行一系列的理论性讨论.因此,本书力求全面系统地介绍各类数值计算问题的解法,同时又不得不有所取舍,只介绍那些常见问题的最常用而且最基本的计算方法.我们认为,只要牢固掌握了计算方法的基础,便不难阅读专门著作,学习更新、更广、更深的内容.

本书重点介绍电子计算机常用的基本计算方法的构造和使用;同时对计算方法的工作量、稳定性、收敛性、误差估计、适用范围及优缺点等也作适当的分析.前者是基础,懂得了它,才能分析,才会创新.分析的目的,是为了使用,是为了使读者面临具体问题时,能选择或创造最适宜的解法;并在使用一种解法时,能对计算

结果的可靠程度以及计算过程中可能产生的现象,预先有清醒的估计.为了保证重点,本书对各种解法作了比较详细的推导,列举了较多的数值计算实例,并在各章的开头和末尾,作了简要的概述和小结.本书没有涉及计算机程序或框图.我们认为,只要真正理解一种计算方法的实质,便不难自己编写计算机程序.我们的目标,是使读者对计算方法的构造和用法有较深切的体会.本书的叙述,采取了由简到繁、由个别到一般的方法,避免复杂化;例题与习题的选择,力求典型,数值计算简单,便于验证.

本书还包含了同类书中未见的一些内容,如广义佩亚诺定理、 B -样条函数、外推法及其在某些问题中的应用.这些内容取自作者的科研论文或专著,有助于简化推导,提高计算效果.

根据我们的教学实践,除 B -样条函数、QR 算法、波动方程差分格式稳定性的理论外,本书内容可在 72 学时内学完.根据不同专业的需要,删去部分内容,也可适用于 40~60 学时的教学需要.

本书第 1,8,9,10 章由邓建中编写,第 2,6,7 章由葛仁杰编写,第 3,4,5 章由程正兴编写.由于水平有限,缺点与错误在所难免,恳请读者批评指正.

本书由游兆永教授主审.在本书的编写、使用、修改过程中,游兆永教授和本校计算数学教研室的同志们提供了许多宝贵的意见,陕西科学技术出版社曾给予热情鼓励,本校研究生院和西安交通大学出版社给予了巨大的帮助和支持,在此谨表示衷心感谢.

编 者

1985 年 2 月

于西安交通大学

第 2 版 前 言

本书编写的初衷,是为了适应理工科研究生、本科生学习和掌握电子计算机常用、基本数值计算方法的迫切需要. 1985 年的初版,基本上达到了目标,1989 年获国家教委优秀教材二等奖. 此次改写,希望是突出其特点,弥补其不足.

1. 内容取舍: 鉴于初版前 8 章与后来制定的全国性数值分析教学大纲大体一致,后两章为很多专业所需要,本版基本保留了初版的内容. 但删去了大纲未列而且少用的矩阵求逆与 B -样条函数. 增添了大纲建议选学或常用的病态方程组解法,带导数的牛顿插值法,分段插值基函数,正交多项式的 Rodrique 公式,求解非线性方程组的 Broyden 算法,确定绝对稳定区域的边界轨迹法,判定差分格式稳定性的传播因子法. 还保留和增加了同类书中未见的一些内容,如广义佩亚诺定理,外推极限法,方程求根和加速收敛的若干算法. 这些内容都是编者的科研成果,其引入有利于简化推导,提高计算效果. 其中广义佩亚诺定理 1990 年已被列入全国工科研究生数值分析教学大纲,是列入大纲的唯一由中国人提出的定理.

2. 框架体系: 继续采用初版的讲述顺序. 这种顺序符合内容的自然发展. 例如方程求根,即求函数的零点,实质上是计算反函数在零点处的值,即插值问题. 所以先讲插值法后讲方程求根,便能轻而易举地利用插值的理论和方法,导出牛顿法、弦割法的误差公式与阶数,推广牛顿法、弦割法.

3. 讲述重点: 仍强调算法的构造与应用. (1) 本书特别着力讲清原理,以提高学生数学素养,培养创新能力,所以初版的大部

分推导比较详细.但个别地方跳度较大,如线性代数方程组解的一般误差公式,高斯求积公式的系数公式,本版作了更详细的推导.初版中有些地方用到了高等数学、线性代数选学的知识,很多本科生没有学过.凡能用学过知识讲清楚的,本版均改用学过的知识来讲述.如矩阵三角分解的推导,初版采用消列变换,本版则采用消元变换,即线性代数中必学的一种初等变换——倍加变换.凡本书常用而讲述起来耗时不多的知识,本版则作了补充介绍.如因式定理,广义积分中值定理,多元函数的泰勒公式,镜射变换的几何意义与一般作用.当然初版中介绍的某些预备知识,如矩阵特征值性质、相似、二次型,由于属于线性代数必学内容,本版则予删除.(2)通过例子来掌握算法、加深对重要结论的理解,是学习的好方法.所以初版的例题、习题较多.本版又作了补充,如矩阵特征值的雅可比法与 QR 算法,本版补足了算例.当然,例题与习题的选择,力求典型、数值计算简单、便于验证.(3)本书主张读者应着重理解算法,自己动手编制计算机程序.但本书初版以来,始终发现学生的编程能力参差不齐.为培养编程能力,本版增添了很多典型算法的过程描述,甚至编写了 Fortran 程序.(4)为使读者熟悉现在流行的通用数值计算软件包,本版增添了一个附录,专门介绍常用的 Matlab 软件包.当然,掌握了这类软件包,以后常用基本算法不必自己再编程序.但是读者应注意,将来面临的数值计算问题可能很复杂,需要选择、串结现成的算法程序,创造、编写新算法.这就要求了解常用基本算法的构造原理、过程、优缺点、适用范围及收敛性、稳定性.

4. 讲述原则:便于教学.(1)每节有复习题,每章有概述和小结,引导学生把握要领.(2)文字通俗易懂,贴近学生基础.(3)叙述由简到繁,由个别到一般,避免复杂化,避免过于抽象.

本版 1~9 章由邓建中改写,第 10 章和附录由刘之行改写.目

的都是发扬初版的优点,使本书成为名符其实的优秀教材.但限于水平,缺点和错误仍在所难免,恳请读者批评指正.

本版由凌永祥教授主审.在本书改写、出版的过程中,本校研究生院和出版社给予了很大的支持和帮助,在此谨表示衷心的感谢.

编 者

2000 年 12 月

于西安交通大学



邓建中，重庆市人，1939年生，西安交通大学理学院教授。曾任计算数学教研室主任，陕西省计算数学学会常务理事兼秘书长。著有《外推法及其应用》、《计算方法》(第1版)、《线性代数》及《机械工程手册》(3章)，发表论文40余篇。提出的广义佩亚诺定理在1990年全国专业会议上被列入工科研究生数值分析大纲，是列入大纲的唯一由中国人提出的定理。曾获省部级奖四项和97年国务院特殊津贴。获学校与宝钢优秀教师奖。



刘之行，重庆市人，1945年生，硕士学位，现任西安交通大学理学院科学计算与应用软件系教授。多年来，一直担任本科生及研究生教学工作，科研方向为计算流体、偏微分方程数值方法。在国内外杂志上发表学术论文20余篇，所参与或主持的科研项目获教育部科技进步二等奖、陕西省科技进步一等奖、陕西省高教科技进步一等奖等共6项。

目 录

序言

第1版前言

第2版前言

第1章 计算方法的一般概念

1.1 算法	(1)
1.2 误差	(4)
1.2.1 误差的来源与分类	(4)
1.2.2 误差与准确数字	(4)
1.2.3 数据误差影响的估计	(6)
1.2.4 机器数与舍入误差	(7)
1.2.5 算法的稳定性	(10)
习题一	(12)
实习题一	(15)

第2章 解线性代数方程组的直接法

2.1 高斯消去法	(17)
2.1.1 高斯消去法的基本步骤	(17)
2.1.2 高斯消去法的运算量	(20)
2.1.3 选主元技术	(22)
2.2 三角分解法	(25)
2.2.1 杜里特尔分解法	(25)
2.2.2 克洛特分解法	(30)

2.2.3 追赶法·····	(32)
2.2.4 平方根法·····	(33)
2.3 舍入误差对解的影响·····	(35)
2.3.1 向量与矩阵的范数·····	(35)
2.3.2 舍入误差对解的影响·····	(39)
习题二·····	(44)
实习题二·····	(46)

第3章 插值法

3.1 插值多项式的概念·····	(48)
3.1.1 插值多项式的定义·····	(48)
3.1.2 插值多项式的存在与唯一性·····	(49)
3.1.3 插值多项式的截断误差·····	(51)
3.2 拉格朗日插值法·····	(54)
3.2.1 拉格朗日插值多项式·····	(54)
3.2.2 截断误差的实用估计法·····	(58)
3.3 逐次线性插值法·····	(59)
3.4 牛顿插值法·····	(64)
3.4.1 牛顿插值多项式·····	(65)
3.4.2 差商的性质·····	(68)
3.5 带导数的插值多项式·····	(70)
3.5.1 推广牛顿插值法·····	(70)
3.5.2 构造基函数法·····	(71)
3.6 分段插值法与样条函数插值法·····	(73)
3.6.1 高次插值多项式的缺陷·····	(73)
3.6.2 分段低次插值法·····	(75)
3.6.3 三次样条函数·····	(78)
3.6.4 三次样条插值·····	(79)

习题三	(84)
实习题三	(88)
第4章 函数最优逼近法	
4.1 最优平方逼近法	(90)
4.1.1 最优平方逼近函数	(90)
4.1.2 正规方程组	(93)
4.2 正交多项式	(100)
4.2.1 正交函数系	(100)
4.2.2 正交多项式性质	(105)
4.3 最优一致逼近法	(108)
4.3.1 最优一致逼近的概念	(108)
4.3.2 切比雪夫多项式的性质	(110)
4.3.3 近似最优一致逼近多项式的求法	(112)
4.3.4 函数值的计算方法	(115)
习题四	(118)
实习题四	(120)
第5章 数值微积分	
5.1 牛顿-柯特斯求积公式	(121)
5.1.1 牛顿-柯特斯求积公式	(121)
5.1.2 复化求积公式	(123)
5.1.3 变步长积分法	(125)
5.1.4 龙贝格积分法	(128)
5.2 待定系数法与高斯型求积公式	(131)
5.2.1 代数精度与待定系数法	(131)
5.2.2 广义佩亚诺定理	(133)
5.2.3 高斯型求积公式	(135)
5.2.4 常用高斯型求积公式	(140)

5.2.5 求积公式的舍入误差	(143)
5.3 数值微分法	(144)
5.3.1 近似替代法	(144)
5.3.2 待定系数法与广义佩亚诺定理	(148)
5.3.3 外推极限法	(149)
习题五	(151)
实习题五	(152)

第6章 方程与方程组的迭代解法

6.1 方程求根法	(153)
6.1.1 试探法与二分法	(153)
6.1.2 迭代法及其收敛条件	(154)
6.1.3 迭代法收敛速度	(158)
6.1.4 加速收敛技术	(159)
6.1.5 牛顿迭代法的导出	(162)
6.1.6 牛顿迭代法的收敛性	(164)
6.1.7 弦割法	(167)
6.2 线性代数方程组迭代解法	(170)
6.2.1 基本迭代法	(170)
6.2.2 基本迭代法收敛条件	(174)
6.3 非线性代数方程组的迭代解法	(180)
6.3.1 简单迭代法	(180)
6.3.2 牛顿迭代法	(182)
6.3.3 布洛顿算法	(185)
习题六	(187)
实习题六	(190)

第7章 矩阵特征值与特征向量的计算

7.1 乘幂法与反幂法	(191)
-------------------	-------

7.1.1	乘幂法	(191)
7.1.2	加速收敛技术	(195)
7.1.3	反幂法	(197)
7.2	雅可比法	(199)
7.2.1	雅可比法基本思想	(199)
7.2.2	旋转矩阵及其性质	(200)
7.2.3	雅可比法计算公式及收敛性	(201)
7.2.4	实用雅可比法	(205)
7.3	QR 方法	(206)
7.3.1	基本 QR 方法	(206)
7.3.2	一般矩阵的简化	(206)
7.3.3	拟上三角矩阵的 QR 算法	(210)
7.3.4	带位移的 QR 方法	(213)
	习题七	(216)
	实习题七	(217)

第 8 章 常微分方程初值问题数值解法

8.1	常用数值解法的导出与使用	(218)
8.1.1	数值微分法 局部截断误差	(218)
8.1.2	数值积分法 隐式公式的使用	(221)
8.1.3	泰勒级数法与龙格-库塔法	(224)
8.1.4	待定系数法 线性多步法	(230)
8.2	数值解中误差的积累	(235)
8.2.1	误差估计及其推论	(235)
8.2.2	绝对稳定性	(238)
8.2.3	常系数线性差分方程 多步法稳定性	(240)
8.3	外推极限法	(244)
8.4	微分方程组与高阶方程解法	(248)

8.4.1 一阶微分方程组	(248)
8.4.2 刚性问题	(249)
8.4.3 高阶微分方程	(251)
习题八	(253)
实习题八	(254)

第9章 差分法

9.1 常微分方程边值问题	(256)
9.1.1 差分方程的建立与求解	(256)
9.1.2 差分解的误差估计与收敛性	(258)
9.1.3 一般二阶微分方程边值问题	(260)
9.1.4 打靶法	(261)
9.2 椭圆型方程边值问题	(262)
9.2.1 差分方程的建立和解法	(262)
9.2.2 差分解的误差估计与收敛性	(266)
9.2.3 一般二阶椭圆型方程边值问题	(269)
9.3 抛物型方程初边值问题	(271)
9.3.1 差分方程的建立与解法	(271)
9.3.2 差分格式的稳定性	(275)
9.3.3 差分解的误差估计与收敛性	(277)
9.3.4 傅里叶稳定性判别法	(278)
9.3.5 直线法	(282)
9.4 双曲型方程混合问题	(283)
9.4.1 差分方程的建立	(283)
9.4.2 差分格式的稳定性	(285)
习题九	(286)
实习题九	(289)

第 10 章 有限元法

10.1 常微分方程边值问题·····	(290)
10.1.1 变分法基本引理·····	(290)
10.1.2 等价性定理·····	(291)
10.1.3 有限元法·····	(294)
10.2 椭圆型方程边值问题·····	(301)
10.2.1 等价性定理·····	(302)
10.2.2 剖分与插值·····	(305)
10.2.3 单元分析·····	(309)
10.2.4 总体合成·····	(313)
10.2.5 基本方程组·····	(315)
10.2.6 解题步骤与例题·····	(315)
10.2.7 误差估计与收敛性·····	(319)
10.2.8 有限元法与差分法的比较·····	(325)
习题十·····	(326)

附录 Matlab 软件包介绍

一、Matlab 的进入、退出与工作区 ·····	(329)
二、Matlab 基础知识介绍 ·····	(330)
1. Matlab 的变量 ·····	(330)
2. 数字及其运算 ·····	(330)
3. 矩阵的生成 ·····	(332)
4. Matlab 内置函数 ·····	(333)
5. 多项式及其运算 ·····	(334)
6. 运算符 ·····	(334)
7. 操作符 ·····	(335)
8. 关系运算符 ·····	(336)
9. M 文件与 M 函数 ·····	(337)