

GRE

数学详解

应试秘诀及练习

戴畅等编

出国留学必读
GRE系列丛书

郑伟波主编

南京大学出版社

出国留学必读

GRE系列丛书

郑伟波 主编

GRE数学详解、 应试秘诀及练习

戴 畅 郑伟波 吴向东 编写

—— 刘志谟 审阅

南京大学出版社

1991·南京

(苏)新登字第 011 号

GRE 数学详解、应试秘诀及练习

郑伟波 主编

*

南京大学出版社出版

(南京大学校内)

江苏省新华书店发行 江苏丹阳新华印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 10.5 字数 264 千

1991 年 10 月第 1 版 1991 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—3000

ISBN7-305-00924-5

0·52 定价 5.10 元

责任编辑：李光中

前 言

GRE(Graduate Record Examination)测试是美国普林斯顿教育考试服务处主办的一种考试。其难度高于托福测试,分为普通测试(General Test)和专业测试(Subject Test)。它是美国各大学录取留学生、授予奖学金的主要参考标准,是到美国、加拿大等国留学、攻读学位的必考科目。为了帮助我国研究生、大学生和具有同等水平的青年报考 GRE,同时也为有志于按 GRE 测试标准提高英语水平的大、中学青年教师提供参考资料,我们特编写 GRE 系列丛书。这套丛书包括:《GRE 应试词汇双解及练习》(已出)、《GRE 数学详解、应试秘诀及练习》(已出)、《GRE 试题精选汇编及详解》(即出)、《GRE 逻辑详解、应试秘诀及练习》(即出)、《GRE 语文详解、应试秘诀及练习》(即出)、《GRE 阅读理解技巧及练习》(即出)。本书为丛书中的一种,共分七章:第一章为数学应试秘诀,只要熟练掌握灵活运用,应试者的成绩必将大幅度提高。第二章对 GRE 所涉及的数学范围、类型进行了详细论述。如果能熟练掌握这些内容,应试者将顺利通过 GRE 数学测试。第三章是综合练习,第四章是综合练习习题答案详解,第五章是模拟试题,第六章是历届试题选编,第七章是模拟试题及历届试题选编答案。最后几章主要是为应试者提供广泛的练习,同时也可检验应试者对数学知识及应试技巧掌握的情况。我们相信您使用此书后能稳拿 GRE 数学部分基本分 800 分。

本书的整个结构由郑伟波编定。具体分工如下:第一章、第四章和第二章的算术部分、代数部分及几何部分的 A 至 D 部分由戴畅编写;第三章、第五章、第六章、第七章由郑伟波编写;几何部

分中的 E 至 G 部分、表图部分、线图部分及数量比较部分由吴向东编写。然后由郑伟波通阅修改全书，最后由刘志谟教授审阅。郑伟军、郑伟丽也参加了本书的部分工作。

本书编写过程中承蒙南京大学外文系刘志谟教授，张柏然教授，河海大学外语系石高玉教授提出了很多指导意见，给我们很大帮助，特在此表示感谢。

本书虽经多次校对，恐仍有疏漏之处，望读者不吝指正，以便再版时修订。

郑伟波

1989年9月于南京沙塘园

目 录

前 言	1
第一章 GRE 数学应试技巧秘诀	1
第二章 GRE 应试数学范围及类型	20
I. 算术 (arithmetic)	20
II. 代数 (algebra)	49
III. 几何 (geometry)	93
IV. 表、图 (tables and graphs)	133
V. 数量的比较 (quantitative comparison)	146
第三章 综合练习	155
第四章 综合练习习题答案详解	186
第五章 模拟试题	201
第六章 历届试题选编	277
第七章 模拟试题及历届试题选编答案	329

第一章 GRE 数学应试技巧秘诀

GRE 考试中, 数学部分比较容易。其中, 除了图表问答题对我们比较陌生一些, 其他考题只要掌握了初中数学知识就能解答。但是, 要在 30 分钟内答完 30 题, 平均每题不得超过一分钟, 除了需要娴熟运用基本知识外, 还必须讲究解题技巧。我们这里研究的解题技巧在 GRE 考试中非常有用, 只要熟练掌握并灵活运用, 您的成绩将大幅度提高。记住我们的目标是取得高分, 而不是显示自己的数学知识。用初中数学老师教给我们的解题方法解答试题耗时太多, 而应试技巧将节约计算时间使你受益匪浅。

试 题 介 绍

GRE 数学试题每一部分前都有一整页 ETS* 试题说明, 其中包括四个解出的数量比较例题。这类比较大小的题目是 4 选 1 的题目, ETS 答案不可能是 E。它要求比较 A、B 两栏中变量或数字的数值大小, 如果 A 栏数值较大, 则 ETS 答案为 A, 如果 B 栏数值较大, 则 ETS 答案为 B, 如果两栏中数值相等, 则 ETS 答案为 C, 如果无法判断两栏数值大小, 则 ETS 答案为 D。ETS 试题说明适用于所有类型的数学试题, 在参加考试前就该熟记这些说明, 考场上就不需再阅读, 以节约时间。试题说明如下:

* ETS 是美国教育考试服务处的英文缩写, GRE 由它主办。

试题中所有数都是实数

点、线、面的位置如图中所示的顺序，角的大小都是正值。

图中表示为直线的线段可以认为是直线。

没有特别说明，所有的图都是平面图。

题中的插图有助于解题。但是，除非有特别说明，插图都不按比例，一般情况都不能靠观察和测量来估计大小，而必须用数学知识来确定这些值。

试题说明起什么作用

ETS 声明考试中所有数都是实数，所有角都是正角。这番说明仅仅是为了避免在具体问题上产生争论而闹出数学笑话，对此不必多费心思。

GRE 数学试题中的插图和图表一般都不按比例。也就是说，不能通过观察来决定是否一边大于另一边，不能从图上估计角的大小，但还是能从图中得到一些有益信息。通常，题中各点位置顺序都与图中所示一致，图中直线确实说明该线段是一条直线。因此，除了线段长度、角的大小、面积的大小外，图中所表示的都是很精确的。

GRE 数学试题综述

GRE 数学试题有两部分，每部分有三十题，其中有十道普通算术、代数、几何题，十五道数值比较题和五道图表回答题。十道普通数学题分为二组，每组各有五题。前五题(16—20题)出现在数值比较题之后，图表问答题之前。这五道题中，前三题较容易，后两题难度中等。后五道普通数学题在图表回答题之后(26—30题)。这五题中，前二题难度中等，后三题难度很大。

GRE 数学满分为 800 分，底分为 200 分。一般必须答对 12

题以上才能得分,答错不倒扣分。另外,只要答对 57 题,便能得到满分。也就是说,不一定要全部作答才能拿满分。因此,有些难题可以放弃一两题,节省时间来检查错误,保证应得的分数。一般说来,检查一遍可以改对 4~5 题。根据 ETS 数学试题分配原则,每部分前几题较简单,越往后越难,特别是最后几题难度很大。虽然题目难易程度不同,但每题得分一样,所以解答时从头开始挑简单的题目先做,保证基本分数。

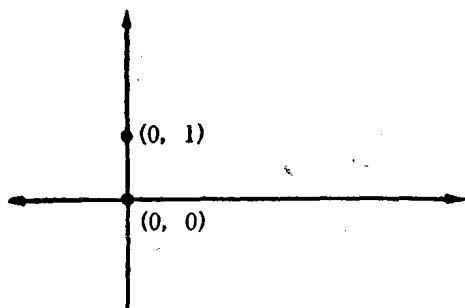
GRE 数学试题类型包括算术、代数、几何、定义、图表及应用题。其中,算术相当容易,主要是四则运算的灵活运用,约占全部题目的 10%;代数约占 10%;几何主要是平面图形的角度、长度、面积等计算,约占 20%;定义、公式及由定义来求解的题目,约 15%。图表问答题是根据统计图表分析、计算解答问题,约占 20%;应用题是用文字叙述的数学题。这类题看上去冗长,实际上有些是很简单的。此类题目的出题率逐年上升,现已升至大约 25%。

一般应试者能正确地解答较容易的题目。对那些难度中等的试题成绩平平,而在难题上出现明显的失误。这就是说,你可以完全相信简单题目中自选的答案,对难度中等的题目要倍加注意,难度大的题目决不能轻易选择答案以致上当。

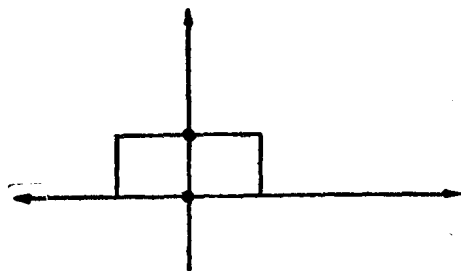
难题难答

解答难度大的问题时,一般应试者往往容易运用自己熟知的方法运算,选择简单答案。可是,经验告诉我们:难题难答。例如:

1. How many different positions can there be for a square that must have corners at both $(0, 1)$ and $(0, 0)$?
(A) One (B) Two (C) Three
(D) Four (E) Five.

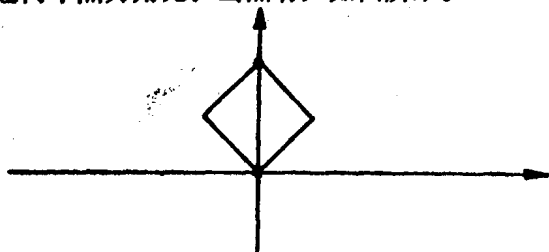


我们的突破方法：这个难题的简单答案是哪个呢？一般应试者很容易看到如下图所示的以已知两个黑点为角的两个正方形。



很多应试者都选择 B 为正确答案。这是 ETS 答案吗？当然不是。很多应试者往往由于疏忽而丢分。先排除答案 B，当然也可排除答案 A，因为我们已知至少能找出两个正方形。这个问题很难解，只有 8% 的应试者能够答对。但是在排除 (A)、(B) 后，我们答对的概率就是 $1/3$ 了。

这道题很难，ETS 答案决非举手之劳。其它形式的正方形是否也能以这两个点为角呢？当然有，如图所示。



现在我们总共发现有三种正方形，因此答案是C。这正是ETS的答案。

发现并排除一般容易使人上当的陷阱并不困难，我们所应做的是找到解答此类难题简单而迅速的方法。先将明显不正确的答案排除掉后，再找ETS答案就相对容易多了。

遇到难题时，一般应试者喜欢运用熟知的简单算术知识来寻找答案。通常这种方法找到的答案都应排除掉。比如，

2. A suit is selling for \$100 after a 20 percent discount,
What was the original selling price?

(A) \$200 (B) \$125 (C) \$120 (D) \$80 (E) \$75

我们的突破方法：一般应试者看到“\$100”和“20%的折扣”后就选择了C。当然，120美元比100美元多百分之20，但这并非题意。答案C应排除掉。

D可以排除掉，因为它比100美元少百分之20。C、D排除后，B就是唯一可能正确的答案。答案A 200美元的数额太大，答案E也容易被排除，因为折扣前的价格不可能低于折扣后的价格。

谨防重复题中数字的答案

碰到难题，很多人感到束手无策。选择答案时喜欢选那些得来全不费工夫的答案，喜欢选那些提示问题本身的答案，倾向于选择重复原题数字或包含原题数字的答案。解答难题时，一般应排除重复题中数字的答案。例如：

3. After 6 gallons of water are transferred from container A to container B, there are 10 gallons more water in container A than in container B, container A originally had how many more gallons than container B?

(A) 0 (B) 6 (C) 10 (D) 16 (E) 22

我们的突破方法：此题有重复题中的数字吗？很多应试者被答案 B 和 C 所迷惑，因为它们都再现了题中的数字。因此，应将其排除。这样我们回答的正确率一下提高到 $1/3$ 。由于 $6 + 10 = 16$ ，所以 D 也是迷惑人的答案，将其排除掉。那么 ETS 答案肯定是 E。

遇到“答案不能推出”时怎么办？

ETS 常常出类似“答案不能从已知信息中推出”的选择答案。（这里我们所说的不是数量比较问题，在数量比较问题中，选择答案 D 都是“答案不能推出”）。当这一选择答案出现在简单或难易程度中等的试题中时，它很可能是 ETS 的答案。

当它出现在难题中时，它几乎从来不是 ETS 的答案。为什么？因为在难题中，很多应试者算不出答案时，就可能选择“答案不能推出。”

当 ETS 在同一分数学题中两次出现“答案不能推出”时，你必须谨慎。因为在这样情况下，其中一个肯定是 ETS 答案。

倒 推 法

倒推法是解答数学题最有效的技巧之一。办法很简单：不列方程式，而是将其中的选择答案代入演算。如果等式成立，那该选择答案就是 ETS 答案；如果不成立，再代入另一个选择答案。每道数学题都有五个选择答案，其中之一肯定是 ETS 答案。一般没有必要代入所有的选择答案，只要代入一、二个选择答案就能找到 ETS 答案。这样可以快速求解，避免冗长的计算过程。例如：

4. Which of the following values of a does not satisfy $5a - 3 < 3a + 5$?

(A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 3 (E) 4

我们的突破方法：这是一个变量的不等式。该变量有五个可能的数值，要求我们找出使不等式不能成立的变量。解答此题是否需要改写不等式，比如将 a 移到不等式的一边？不需要，只需按上述倒推法即可。

在运用倒推法时，最好从选择答案的中间开始，即从答案 C 开始。为什么从中间开始呢？因为 GRE 的选择答案几乎总是按数字的大小排列，不是由小到大排列就是由大到小排列。倒推时，不仅能知道具体的选择答案是否正确，而且还可知比 ETS 答案的数值是大还是小。从中间开始，可以节约时间，将数值过大或过小的数值排除。假如答案是由大到小排列时，代入 C 发现仍然太小，就代入比较大的数值 B，如果 B 仍然太小，就可断定 ETS 答案是 A。如此，至多需代两次就足够了。例如：

(C) 将 2 代入得 $10 - 3 < 6 + 5$ ，即 $7 < 11$ 。不等式成立，所以可以排除。

(B) $0 - 3 < 0 + 5$ ，即 $-3 < 5$ ，不等式成立，可排除

(D) $15 - 3 < 9 + 5$ ，即 $12 < 14$ ，不等式成立，可排除

(A) $-10 - 3 < -6 + 5$ ，即 $-13 < -1$ ，不等式成立，可排除。

因此可以断定 ETS 答案是选择答案 E。 $20 - 3 < 12 + 5$ ，即 $17 < 17$ ，不等式不成立。

当然，如果代入 C 后你已意识到 ETS 答案肯定大于 2，那就可以直接代入 E 或 D。

再看一例。

5. The units digit of a 2-digit number is 3 times the tens digit. If the digits are reversed, the resulting number is 36 more than the original number. what is the original number?

(A) 13 (B) 26 (C) 36 (D) 62 (E) 93

我们的突破方法：二位数共有 90 个，ETS 已经排除了 85 个

二位数，现在我们需要做的就是再排除 4 个。列方程解吗？当然不，我们挑选可能正确的答案。

题目给出两个已知条件，一是已知个位数是十位数的 3 倍，第二个已知条件是将两位数字交换后的数值比原数值大 36。因为 ETS 答案必须同时满足这二个条件，所以只要不满足一个条件的选择就可排除。下面我们把选择答案一一代入到一个已知条件中演算。

(C) 6 是 3 的 3 倍吗？不是，可排除该答案。

(B) 6 是 2 的 3 倍吗？是，该答案有可能是 ETS 答案。

(D) 2 是 6 的 3 倍吗？不是，可排除该答案。

(A) 3 是 1 的 3 倍吗？是，该答案有可能是 ETS 的答案。

(E) 3 是 9 的 3 倍吗？不是，可排除该答案。

现在只剩下 A、B 两选择答案有可能正确，再用第二个已知条件检验。

(A) 31 比 13 大 36 吗？不，排除选择答案 A，所以 ETS 答案肯定是 B。62 确实比 26 大 36。

倒推法也常用于应用题中，特别是数学老师要求列方程的那些题目中。

警惕不相关信息

ETS 有时将不相关信息加入试题使简单问题复杂化。例如：

6. A restaurant owner sold 2 dishes to each of his customers at \$4 per dish. At the end of the day, he had taken in \$180, which included \$20 in tips. How many customers did he serve?

(A) 18 (B) 20 (C) 22 (D) 40 (E) 44

我们的突破方法：小费是不相关信息，其目的是让你粗心大意以致丢分。解题前一定要先排除陷阱，将 20 元小费从总收入中

减去，不再考虑它。

这样问题就变明朗了。如果每个顾客买 2 盆 4 美元的菜，那么每个人要付 8 美元。用 8 除 160 得 20 个顾客，这就是 ETS 答案。

另外，有些应用题看上去冗长，似乎不易求解，但实际上多半无需花多少时间，是很容易的。只要沉着应战就能拿分。

代 入 法

使用倒推法时，必须先将选择答案代入到问题中去，但是许多问题的选择答案中含有变量，遇到这类问题时，可先假设一个数值，然后代入计算，即用代入法。代入法步骤：

1. 给每个变量赋值，
2. 用赋的值进行解题运算，
3. 将赋值代入选择答案，其中和解题运算得出的答案一致的选择答案就是 ETS 答案，

4. 代入时，一般先从外向里进行，即先代入 A, E, 再代入 B, D 和 C。例如，

7. If $x + y = z$, and $x = y$, then all of the following are true EXCEPT.

- (A) $2x + 2y = 2z$
- (B) $x - y = 0$
- (C) $x - z = y - z$
- (D) $x = z/2$
- (E) $z - x = 2y$

我们的突破方法：不要用数学课本上的方法求解此题，而只需给 x 、 y 和 z 各赋一个满足已知两等式的数值，假设 x 和 y 均为 2，那么 z 就是 4。记住在试题卷上写下这些数值，以防忘记。

现在我们把这些数值分别代入选择答案中，得：

(A) $2(2) + 2(2) = 2(4)$, 即 $4 + 4 = 8$ 。正确, 可排除此选择答案(记住该题要求找出等式不成立的答案)。

(E) $4 - 2 = 2(2)$, 即 $4 - 2 = 4$, 不正确, 该选择肯定是 ETS 答案。

(B) $2 - 2 = 0$, 正确, 可排除。

(D) $2 = \frac{4}{2}$, 正确, 可排除。

(C) $2 - 4 = 2 - 4$, 正确, 可排除。

有时必须代入二次以上才能正确确定 ETS 答案, 例如:

8. The positive difference between the squares of any two consecutive integers is always,

(A) the square of an integer

(B) a multiple of 5

(C) an even integer

(D) an odd number

(E) a prime number

我们的突破方法: 问题中的 always (总是) 一词告诉我们应寻找并排除不能成立的表述。解此问题可随意找两个连续整数并将其平方, 例如 2 和 3 是两连续整数, 2 的平方是 4, 3 的平方是 9, 它们之间的绝对差值是 5。现在我们来考察一下选择答案:

(A) 5 是一个整数的平方吗? 不是, 可排除。

(E) 5 是质数吗? 是的, 可能是 ETS 答案。

(B) 5 是 5 的倍数吗? 是的, 可能是 ETS 答案。

(D) 5 是奇数吗? 是的。可能是 ETS 答案。

(C) 5 是偶数吗? 不是, 可排除。

经过一次代入已将 A 和 C 排除, 轻而易举地将选择范围由 5 缩小到 3。再取两个连续整数, 如 0 和 1, 0 的平方是 0, 1 的平方是 1, 两者绝对差值是 1, 最后再代入观察余下的 3 个选择:

(B) 1 是 5 的倍数吗? 不是, 排除。

(D) 1 是奇数吗? 是的, 可能是 ETS 答案。

(E) 1 是质数吗? 不是, 可排除。

所以, ETS 答案是 D。

ETS 有时会将表达式中的一个变量或一项的数值给出, 并要求整个表达式的数值。这是最容易的了, 只需将 ETS 给出的数值代入就行了。例如:

9. If $3x = -2$, then $(3x - 3)^2 = ?$

我们的突破方法: 不要考虑代数中求解 x 的方法, 只要将 -2 代入 $3x$ 中就行了:

$$(3x - 3)^2 = (-2 - 3)^2 = (-5)^2 = 25$$

考场上千方不要求 x 或 y 的值, 代入法简单、迅速, 而且不易弄错。

哪些数值应该代入?

代入的数值原则上说只要求符合题意就行, 但是, 恰当的数值有助于迅速找到 ETS 答案。

究竟哪些数值是恰当的呢? 这取决于问题本身。一般情况, 小数值比大数值容易些, 特别是需要平方和立方的问题, 代入小数值就更加方便, 如数值 2 和 3。(在这种情况下, 避免代入 0 和 1, 0 和 1 有特殊的性质)。

但是, 小数值并不总是最恰当的。例如, 含有百分比的问题, 数值 10 或 100 是比较简便的代入值, 含有分或秒的问题, 60 就是比较简便的代入值, 总之, 代入值因题目本身而异。例如:

9. A street vendor has just purchased a carton containing 250 hot dogs. If the carton cost x dollars, what is the cost in dollars of 10 of the hot dogs?

(A) $\frac{x}{25}$ (B) $\frac{x}{10}$ (C) $10x$ (D) $\frac{10}{x}$ (E) $\frac{25}{x}$