

陶瓷材料断裂力学

Fracture Mechanics of Ceramics

龚江宏 著

Gong Jianghong

清华大学出版社

Tsinghua University Press

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

断裂是各类工程材料在设计、生产、使用过程中都必须加以慎重考虑的基本问题。本书主要讨论陶瓷材料的断裂问题,全面介绍适用于陶瓷材料力学行为研究的断裂力学基本理论、测试方法以及陶瓷材料中具体的断裂行为。全书共分六章,前三章重点介绍了与陶瓷材料断裂行为有关的断裂力学理论及测试技术,后三章主要讨论材料的断裂力学行为。内容包括:基本概念、基本理论、断裂韧性测试方法、陶瓷材料的压痕微开裂行为、断裂强度及其统计性质、裂纹缓慢扩展及寿命预测、显微结构对裂纹扩展行为的影响等。

全书共计约 28 万字。

书 名: 陶瓷材料断裂力学

作 者: 龚江宏 著

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学学研大厦,邮编 100084)

[http:// www. tup. tsinghua. edu. cn](http://www.tup.tsinghua.edu.cn)

印刷者: 清华大学印刷厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 787×1092 1/16 印张: 18.75 字数: 315 千字

版 次: 2001 年 9 月第 1 版 2001 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-04851-7/TB·36

印 数: 0001~3000

定 价: 60.00 元

引言

正如书名所指出的那样，本书讨论的是陶瓷材料的断裂问题。

断裂是所有工程材料在设计和使用过程中都必须加以慎重考虑的基本问题。这是因为在受力超过一定限度之后，大多数工程材料都倾向于发生断裂。根据不同材料的断裂试验结果，可以将材料的断裂粗略地分为三种类型：脆性断裂、准脆性断裂和延性断裂。这三种断裂类型的主要差别在于断裂发生之前材料所产生的残余应变的相对大小：如果材料在断裂之前所发生的残余应变极不明显，则断裂是脆性的；反之，如果材料在断裂之前发生了显著的残余应变，则断裂是延性的；介于脆性和延性之间的断裂，我们习惯地称之为准脆性断裂。

众所周知，陶瓷材料最本质的力学特性便是其固有的脆性。这是由这类材料的结构特点所决定的。陶瓷材料中的化学键以共价键和离子键为主，这两类化学键都具有较强的方向性和较高的结合强度，这就使得结构中难以发生显著的位错运动。事实上，到目前为止，我们还没有发现任何一种具有实际工程应用价值的陶瓷材料在室温下表现出明显的塑性行为；即使在高温下，位错运动变得相对较为容易了，材料中晶界玻璃相也开始软化，大多数陶瓷材料在断裂之前所发生的不可逆形变（如塑性形变、粘性流动、蠕变等）也并不十分明显。也就是说，陶瓷材料的断裂过程基本上是一个脆性断裂过程；在断裂之前，材料几乎完全处于弹性形变状态。

研究材料断裂问题的主要理论工具是断裂力学。这门新兴学科的发展历史对陶瓷材料力学工作者来说无疑具有十分强烈的挑战性：它起源于Griffith在20世纪20年代初提出的脆性断裂理论，却首先在以延性断裂为主要断裂方式的金属材料领域得到了成功的应用；而在金属材料领域中经过了近20年的发展之后再度回到脆性陶瓷材料领域时，已经较为成熟的断裂力学理论就显得不那么适用了。也许Griffith这位天才的学者当初

用陶瓷材料来检验他的经典性理论是一种迫于无奈或出于偶然的选 择,但这一无奈或偶然的选 择却使得今天的陶瓷材料力学工作者多多少少有了一些压力,有了一种神圣的使命感。因此,在过去的几十年里,世界各国的陶瓷材料力学工作者为发展一套适用于陶瓷材料的断裂力学理论而付出了十分艰辛的努力,并取得了相当显著的进展。于是今天的我们终于可以说:陶瓷材料断裂力学的框架已经初步建立了。

本书的编写便是全方位地描述陶瓷材料断裂力学理论框架的一次尝试。

本书共六章,大致可以分为两大部分。前三章为第一部分——理论,后三章为第二部分——材料力学行为。理论部分除了详细地介绍与陶瓷材料断裂问题研究有关的标准断裂力学理论(第1章)以及断裂力学试验技术(第2章)之外,几乎与陶瓷材料断裂问题研究得到同步发展的一个研究脆性断裂问题的有效理论工具——压痕断裂力学也得到了全面的总结(第3章)。在材料力学行为部分,本书首先围绕陶瓷材料作为工程零部件使用所亟待解决的两大障碍——陶瓷材料的可靠性问题(第4章)及耐久性问题(第5章)展开了分析,而后集中回顾了近年来学者们为从根本上解决这两大障碍而在陶瓷材料的增韧设计方面所进行的大量有益的探索(第6章)。出于一些主观的原因,在陶瓷材料的应用中较为常见的一类断裂现象——热震断裂在本书中未能得到反映,这是令作者感到遗憾的;又出于一些客观的原因,与陶瓷材料断裂形貌学研究有关的所有成果也未能收入本书,这一点可能更会令读者感到遗憾。对于这两点遗憾,作者真心地希望将来能有条件有机会予以一定程度的弥补。

使读者通过阅读本书了解如何应用现有的断裂力学理论分析陶瓷材料的断裂问题,以及如何在这一分析过程中进一步完善和发展陶瓷材料断裂力学理论,是编写本书的主要目的之一。因此,本书一开始就大量地引用了一些权威性参考文献中所报道的丰富的研究成果,着重介绍了在这些成果中所表现出来的活跃的学术思路以及据此而导出的基本结论和基本原理;在适当的地方,本书还对一些研究所引起的不同学术观点之间的争论进行了较为详尽的评述。诚然,这样做的目的并不是有意贬低权威性参考文献在读者心目中的权威性;相反,对争论的具体细节的评述,却有助于读者进一步理解蕴含在这些研究中的基本原理,因为这些基本原理正是在激烈的争论中日趋严谨、日趋成熟的。事实上,在陶瓷材料断裂力学短短几十年的发展历史中,任何一项被公认为取得了突破性进展的研究成果的

诞生,几乎都伴随有不同程度的争论。从一定意义上讲,争论本身就是理论发展的推动力。

需要指出的是,由于陶瓷材料断裂力学目前正处在一个向发展的鼎盛时期过渡的特殊阶段,关于一些具体问题的争论迄今为止尚未结束,一些新的观点、新的思想甚至还没来得及引起争论。因此,本书所反映的内容中有些可能就需要等待进一步的实验研究加以证实或者证伪。这是读者在阅读本书时必须加以注意的。此外,由于作者的水平有限,即使相对于本书编写期间国内外关于陶瓷材料断裂力学问题的研究状态而言,本书也难免存在有一定的错误或不妥之处,敬请读者理解和谅解,并不吝赐教。

本书的讨论自始至终是围绕着大量的文献资料报道的研究成果展开的。这些文献资料中的一部分是研究相关问题的原始资料,另一部分则是在相关问题的研究中较有代表性的工作。为了使读者能更全面地了解陶瓷材料断裂力学的发展历史,深化对某些具体问题的理解,在每一章的最后,我们都将把这些文献资料罗列出来,供读者们有目的地选择阅读。需要说明的是,这绝不是一份详尽无遗的参考文献目录,它至少或多或少地受到了作者阅历和兴趣的限制。同时列在这份清单中的还有近几十年来出现的一些优秀的综述性文章以及少量的相关学术专著。这些综述性文献和学术专著同时也是作者编写本书期间主要的参考资料,在此谨向它们的作者们表示诚挚的感谢。

作者对在本书编写期间给予协助的许多同行、同事及研究生表示感谢。特别值得提出的是天津大学先进陶瓷研究所袁启明教授和清华大学材料系关振铎教授。袁启明教授是国际知名的陶瓷专家,他最早鼓励作者撰写本书,并在本书的撰写过程中为作者提供了许多宝贵资料并提出了许多建设性的意见。关振铎教授是国内最早从事陶瓷材料断裂力学研究的知名学者之一,作者有幸蒙关教授教诲七年有余,受益匪浅。在本书初稿完成之后,年近七旬的关教授还在百忙之中仔细审阅了全部书稿。在此,作者谨向两位恩师致以崇高的敬意和衷心的感谢。最后,作者还要感谢天津大学先进陶瓷研究所和清华大学材料系在本书的编写期间从各个方面为作者创造的良好条件,感谢清华大学材料系黄勇教授在百忙之中为本书作序。

第 1 章

基本概念和基本理论

至今我们仍然被陶瓷材料固有的脆性所深深困扰。

在许多场合,陶瓷材料的脆性阻碍了它的应用,尽管与其他材料相比,它具有许多潜在的应用优势。比如在电子工业中,陶瓷电容器、陶瓷封装基片、压电陶瓷和电致伸缩陶瓷等已经得到了迅速的发展,但是这些元器件在实际工作过程中与金属部件的热膨胀匹配问题一直令学者们忧虑,因为一个较低的热应力就足以使陶瓷元器件发生脆断而影响整个部件的正常工作。同样,尽管可以畅想将一些陶瓷部件用在发动机中取代金属部件以大幅度地提高热效率,但是在真正实施这一想法的过程中,人们却变得十分谨慎起来了,因为脆性的陶瓷材料能否经受得住发动机工作时经常出现的急冷急热现象的考验目前仍然是一个令人忐忑不安的问题。

当然,在脆性面前我们并不是束手无策的。事实上,近几十年来,我们已经为改善陶瓷材料的脆性付出了相当的努力,并且在脆性断裂的物理和化学本质的认识方面取得了显著的进展,这些进展反过来也为我们研制新型陶瓷材料以适应日益增长的实际应用要求提供了越来越有效的指导作用。可以说,我们现在已经具备了向陶瓷的脆性挑战的理论基础,这个理论基础就是正在得到发展的陶瓷材料断裂力学。

在本章中,我们试图系统地把这个理论中一些最基本的概念和最基本的原理描述出来,以便以此为基础在后续章节中对陶瓷材料表现出来的丰富多彩的断裂行为一一加以不同程度的分析。

我们将从估算固体材料的理论断裂强度开始讨论,从断裂强度的理论值与实际值之间存在的显著偏差引出 20 世纪初 Inglis 和 Griffith 为认识材料断裂本质而先后完成的两项经典性工作;接下来是对 Irwin 为当代断裂力学所做的贡献的评述。尽管 Irwin 的理论更多地倾斜到金属材料领域,但他采用的方法和思路对于理解脆性断裂现象也应该是适用的。当然,我

们也不会忽略 Barenblatt 在裂纹尖端附近区域所做的杰出工作,它对于指导我们进行陶瓷材料增韧设计将是十分有用的。本章的最后是对 J 积分的简要介绍,尽管是“简要”的介绍,但是这一主要应用于塑性断裂问题研究的数学工具开始在陶瓷断裂问题中得到应用,本身就似乎预示着脆性的陶瓷材料已经开始一点点地向“脆性”告别。应该说,这种告别绝对不是幻想。

1.1 断裂强度的微裂纹理论

强度是工程材料最基本的力学性能参数之一,它规定了材料在外力作用下抵抗破坏的能力。在断裂力学出现之前,控制构件不发生破坏而能安全工作的传统设计思想就称为“强度理论”。这一设计思想的基本要求是保证构件的工作应力不超过某一极限允许使用应力,而后者便与材料强度密切相关。强度理论对于确保构件的安全工作曾经发挥过积极的作用;而即使在断裂力学已经在工程设计中发挥了重要作用的今天,强度理论对于构件设计也仍然是必不可少的理论依据之一。

我国国家标准 GB10623—89《金属材料力学性能试验术语》中对金属材料的强度下了一个完整而准确的定义,即金属材料“抵抗永久形变或断裂的能力”。从这一定义中可以看出,评价材料是否发生了破坏有两个基本准则,即材料在外力作用下是否发生了显著的不可逆形变或者断裂。一般说来,由不可逆形变导致的破坏称为材料的屈服破坏,由断裂引起的破坏则称为材料的断裂破坏。相应地,材料抵抗屈服破坏的能力就称为材料的屈服强度,而材料抵抗断裂的能力则称为材料的断裂强度。

对金属材料强度的定义同样适用于陶瓷材料。但是,正如本书引言中所指出的那样,陶瓷材料最本质的力学特征就是其固有的脆性。陶瓷材料在断裂之前几乎不发生任何形式的不可逆形变,因而对陶瓷材料强度特性的研究就主要集中于研究其断裂强度。

强度的量纲是[力][长度]⁻²,国际单位是 N/m²。在实际应用中,通常习惯地采用 MPa 或 GPa 作为强度的单位,这两个单位与 N/m²之间的换算关系为:

$$1 \text{ GPa} = 10^3 \text{ MPa} = 10^9 \text{ N/m}^2$$

1.1.1 固体材料的理论断裂强度

所谓固体材料的理论断裂强度,就是固体材料断裂强度在理论上可能

达到的最高值。计算固体材料理论断裂强度应该从原子间结合力入手,因为只有克服了原子间结合力,材料才有可能发生断裂。

材料结构中任何两个相邻原子之间都同时存在着斥力和引力的作用,斥力和引力的大小都随原子间距离变化而变化。图 1.1 示出了这一变化关系的一般情况。斥力和引力并不是时时处处都相等的,二者间相互消涨的结果便得到如图 1.1 中实线所示的原子间净约束力随原子间距离的变化关系曲线。注意到原子间净约束力在 $r=r_0$ 时为零。我们称 r_0 为原子间的平衡距离。当 $r < r_0$ 时,原子间净约束力表现为斥力,而当 $r > r_0$ 时,原子间净约束力则表现为引力。这说明,欲使处于平衡状态的一对原子之间的距离减小,外界必须提供一个压应力作用;而欲使处于平衡状态的一对原子之间的距离增大,外界则必须提供一个拉应力。特别是,图 1.1 所示的实线在 $r > r_0$ 的区域内存在一个极大值,即随着 r 的增大,原子间净约束力在达到了一个极大值之后便开始呈逐渐降低趋势。这是建立研究固体材料理论断裂强度普适模型的关键。

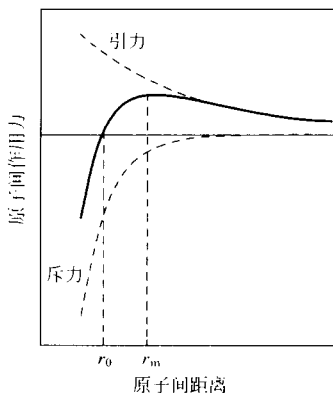


图 1.1 原子间约束力随原子间距离的变化关系曲线

设想对材料施加一个逐渐增大的拉应力作用,则材料内部原子间距离将随着外加应力 σ_a 的增大而增大,而原子间净约束力也相应增大;在原子间距离增大至某一特征值 r_m 之前,外加应力与材料内部原子间净约束力始终保持平衡;而当 r 增大至 r_m ,原子间净约束力相应达到峰值 σ_{th} 之后,外加应力的进一步增大势必破坏这一平衡关系,从而使原子间距离可以无限制地增大,在这种情况下,原子键就破裂了。根据这一分析可以看出,所谓固体材料的理论断裂强度 σ_{th} 实质上就是材料内部原子间净约束力可能达到

的峰值。

对固体材料理论断裂强度进行定量计算在理论上是可行的,因为任何一种确定的固体材料都具有确定的化学组成、确定的结构和确定的键合方式,因而其结构中原子间净约束力的细节也就完全确定了。然而,无论是从实验上还是从理论上对如图 1.1 所示的应力-应变关系作出足够精确的描述都将面临可想而知的困难。当然,这样做似乎也没有什么必要。在讨论固体材料的理论断裂强度问题时,学者们采取的是一种更为实际的方法,即在原子尺度上建立一个简单的、普适的模型,从而导出一个简单的、普适的用于估算各种固体材料理论断裂强度的近似公式。在过去的几十年中,这样的模型出现了许多种,其中 Orowan 模型(Orowan, 1949)是迄今为止被引用得最为频繁的一个。

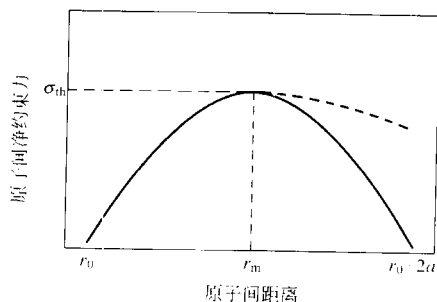


图 1.2 Orowan 模型示意图

同其他学者提出的模型相似,Orowan 模型也是对如图 1.1 所示的原子间净约束力随原子间距离的变化关系曲线进行的一种简化处理。在 Orowan 模型中,上述变化关系曲线被近似地处理为如图 1.2 所示的形式。考虑到材料在受力之前,结构中的原子处于平衡状态, $r = r_0$,因而 Orowan 忽略了 $r < r_0$ 这一区域;又考虑到当 $r > r_m$ 时,材料实际上已经发生断裂,这一区域中曲线的形状对于理论断裂强度的计算不会产生任何影响,因而 Orowan 对这一区域作了一定的改动;最后为方便起见,图中纵坐标改用了应力作为变量。这样的近似处理使得 Orowan 可以采用一个周期为 $2a$ 的正弦函数来定量描述原子间净约束力 σ_a (注意:在 $r \leq r_m$ 的区域内,它在数值上应该等于外加应力)与原子间距离 r 之间的关系:

$$\sigma_a = \sigma_{th} \sin \left[\frac{\pi}{2a} (r - r_0) \right] \quad (1.1)$$

根据前面的讨论可以知道,这一正弦函数的极大值就是材料的理论断裂强度 σ_{th} 。

接下来,Orowan 便试图借助于一些可以通过实验手段获得的材料参数来表示 σ_{th} 。首先,注意到在原子稍稍离开其平衡位置,即 $(r-r_0)$ 很小的情况下,材料的应力-应变关系满足 Hooke 定律:

$$\sigma_a = E\varepsilon = E\left(\frac{r-r_0}{r_0}\right) \quad (1.2)$$

式中, E 为材料的弹性模量, ε 为材料在外加应力 σ_a 作用下所产生的应变。

将式(1.2) 两边同时对 r 求导数得到

$$\frac{d\sigma_a}{dr} = \frac{E}{r_0} \quad (1.3)$$

另一方面,式(1.1) 两边同时对原子间距离 r 求导数,并考虑到当 $(r-r_0) \rightarrow 0$ 时,有 $\cos\left[\frac{\pi}{2a}(r-r_0)\right] \rightarrow 0$,从而得到

$$\frac{d\sigma_a}{dr} = \frac{\sigma_{th}\pi}{2a} \quad (1.4)$$

结合式(1.3) 和式(1.4) 解出 σ_{th} :

$$\sigma_{th} = \frac{2E}{\pi}\left(\frac{a}{r_0}\right) \quad (1.5)$$

其次,假定在材料断裂过程中,外加应力 σ_a 所做的功 W 应该等于材料形成两个新表面所消耗的能量,即:

$$W = \int_{r_0}^{r_0+a} \sigma_a dr = 2\gamma_s \quad (1.6)$$

式中, γ_s 为材料的自由表面能。

将式(1.1) 代入式(1.6) 积分并整理得到

$$a = \frac{\pi\gamma_s}{\sigma_{th}} \quad (1.7)$$

将式(1.7) 代入式(1.5),Orowan 便给出了一个估算固体材料理论断裂强度 σ_{th} 的近似公式:

$$\sigma_{th} = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{r_0}} \quad (1.8)$$

式(1.8) 表明:欲使固体材料具有较高的理论断裂强度,就应该尽可能地减小结构中原子间的平衡距离 r_0 ,同时尽可能地提高材料的弹性模量 E 和自由表面能 γ_s 。

表 1.1 给出了根据式(1.8) 估算得到的一些典型材料的理论断裂强度

σ_{th} 值。对更大范围内的固体材料进行的分析表明(Kelly, 1973): 理论断裂强度 σ_{th} 一般处于材料弹性模量的 $1/20 \sim 1/10$ 之间。

表 1.1 一些典型材料的理论断裂强度

材 料	E/GPa	$\gamma_s/\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$	$r_0/\mu\text{m}$	σ_{th}/GPa	E/σ_{th}
α -铁	200	1.00	0.25	28.3	7.1
石英玻璃	70	0.58	0.16	15.9	4.4
NaCl	43	1.20	0.28	13.6	3.2
MgO	240	1.59	0.21	42.6	5.6
Al_2O_3	380	1.06	0.19	46.0	8.3

1.1.2 Inglis 应力集中理论

在 1.1.1 节中, 我们给出了固体材料理论断裂强度 σ_{th} 的一个近似值 $E/10$ 。但是, 在实际材料中, 只有少量的经过精心制作的极细的纤维或晶须的断裂强度能够达到或接近于这一理论估算结果。例如, 熔融石英纤维的断裂强度为 24.1 GPa, 约为弹性模量的 $1/4$; 碳化硅晶须的断裂强度为 6.5 GPa, 约为弹性模量的 $1/23$; 而氧化铝晶须的断裂强度为 15.2 GPa, 只有弹性模量的 $1/33$ 。金属材料中, 铁晶须的断裂强度 (13.1 GPa) 约为弹性模量的 $1/23$, 而制做琴弦用的钢丝其断裂强度 (2.75 GPa) 则仅为弹性模量的 $1/73$ 。尺寸较大的材料实际断裂强度总是比理论值低得多, 典型值一般在 $E/1000 \sim E/100$ 之间。断裂强度的实测结果与理论值之间存在的悬殊差异说明: 在 Orowan 模型以及其他类似的模型中, 一些对材料断裂强度产生显著影响的因素被忽略了。这些被忽略的因素中, 最为重要的便是材料内部存在的形形色色的缺陷。

缺陷对材料强度的影响是 20 世纪初才开始引起普遍关注的。1913 年 Inglis 通过对均匀受力平板中的椭圆孔进行的应力分析, 指出裂纹或缺陷附近存在应力集中效应, 证实裂纹或缺陷是导致材料断裂的主要祸根; 紧接着, 1921 年 Griffith 考虑了固体材料内部受应力作用的一条孤立的裂纹, 根据热力学和经典力学中的能量平衡理论, 提出了裂纹扩展判据, 建立了材料脆性断裂强度与材料中固有裂纹尺寸之间的关系式。Inglis 的工作是 Griffith 工作的重要起点, 而 Griffith 在他的这一创造性工作中所提出的原理以及据此而导出的内容, 则构成了当代断裂力学几乎所有领域的奠基石。

我们先来看看 Inglis 的工作。

Inglis 工作(Inglis, 1913) 的第一部分十分简单, 在今天看来就相当于线弹性力学中一道普通的习题: 如图 1.3 所示, 有一个在 oy 方向上受到均匀拉伸应力 σ_a 作用的无限大薄平板, 其中包含有一个半轴分别为 b 和 c 的椭圆孔; 假定 Hooke 定律在板中各点处都成立, 而且在椭圆孔边界处没有应力作用, 半轴 b, c 与板的尺度相比可以忽略不计。在这一条件下计算平板内部产生的最大拉应力。关于这一问题的求解过程以及标准解答在今天几乎所有的弹性力学教科书中都可以很方便地查找到。

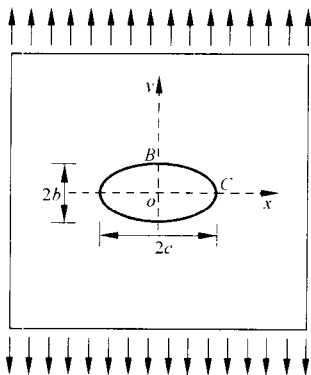


图 1.3 无限大薄平板中的椭圆孔

这里我们直接给出计算的结果。平板内部最大拉应力出现在椭圆孔长轴端点 C 处, 与外加应力作用方向一致, 其值为

$$(\sigma_{yy})_{\max} = \sigma_a \left(1 + \frac{2c}{b} \right) \quad (1.9)$$

将椭圆孔长轴端点处的曲率半径 $\rho = b^2/c$ 代入式(1.9) 得到

$$\frac{(\sigma_{yy})_{\max}}{\sigma_a} = 1 + \frac{2c}{b} = 1 + 2\sqrt{\frac{c}{\rho}} \quad (1.10)$$

注意到式(1.10) 中有 $(\sigma_{yy})_{\max} > \sigma_a$, 即当平板中存在有一个椭圆孔时, 在椭圆孔附近区域材料所受的应力在数值上将超出外加应力, 这就是所谓的“应力集中效应”。式(1.10) 中的比值通常称为应力集中系数。对于一个狭长的椭圆孔, 这一系数显然比 1 大得多。例如对于一个 $c/b = 20$ 的椭圆孔, 这一系数可高达 41; 也就是说, 在椭圆孔长轴方向与椭圆孔边界相切的位置处作用的拉应力 $(\sigma_{yy})_{\max}$ 将是外加应力 σ_a 的 41 倍。

分析局部应力沿 ox 方向变化情况也是很有意义的。图 1.4 给出了对

应于 $c/b = 3$ 这一特殊情况时的计算结果。从图中可以看出, σ_{yy} 在椭圆孔端点处取得最大值, 随着与椭圆孔端点处距离 x 的增大而迅速降低, 在 x 很大的地方逐渐趋近于 σ_a ; 而 σ_{xx} 在离椭圆孔端点处很近的地方很快达到最大值; 之后, 随着 x 的增大, 与 σ_{yy} 的变化趋势也是一致的。这一结果表明应力集中只发生在大约距离椭圆孔边界为 c 的局部区域内, 而最大拉应力梯度则发生在更加局部的区域, 这个区域围绕着应力集中最大处, 其尺度约为 ρ 。

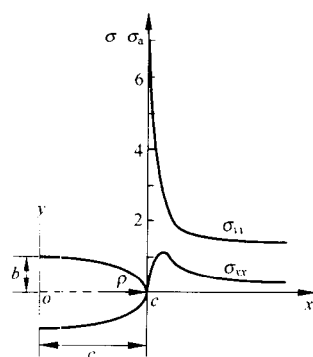


图 1.4 椭圆孔 ($c=3b$) 端点处的应力集中效应

在导出了式(1.10)之后, Inglis 继续考虑了其他一些情况下的应力集中问题, 其基本结论是: 对于应力集中有明显影响的仅仅是那些具有高度弯曲几何形状的区域; 具有这些几何形状的区域本身就构成了一个应力集中源; 式(1.10)同样可以用来计算这些区域的应力集中系数。例如, 对于如图 1.5 所示的具有表面切口或表面台阶的试样, 就可以把 ρ 看成是切口或台阶处最小的曲率半径, 而 c 则可以处理为切口或台阶的特征尺寸。

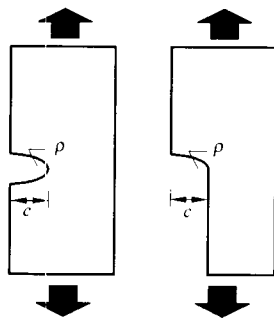


图 1.5 表面台阶与表面切口

在实际材料中总是存在着各种各样的结构缺陷,如材料内部的气孔、夹杂、晶界以及材料表面的机加工划痕等。根据 Inglis 的应力集中理论,这些缺陷附近区域将产生显著的应力集中效应;当这些区域中最大拉应力 $(\sigma_{yy})_{\max}$ 在数值上达到或超过了材料的理论断裂强度 σ_{th} 时,材料便发生断裂,而此时外加应力 σ_a 在数值上则可能远远低于材料的理论断裂强度 σ_{th} 。

Inglis 的工作使得我们在理解材料断裂的物理本质方面前进了一大步。这一工作第一次明确指出了材料内部存在的缺陷及其应力集中效应是导致材料在低应力水平(相对于原子键结合强度而言)下发生断裂的主要因素。更为重要的是,Inglis 的工作第一次为断裂力学提供了一条实际的思路:一个无限狭长的椭圆孔的极限情况就可以模拟一条裂纹。

当然,Inglis 的工作中也存在有一定的缺陷。由式(1.10)可以看出,应力集中系数与椭圆孔的绝对尺寸无关,而仅仅取决于椭圆孔的形状参数 c/b 。这就意味着无论薄平板中的椭圆孔有多么大,为了能使在椭圆孔长轴端点处的最大拉应力 $(\sigma_{yy})_{\max}$ 达到原子键结合强度,从而导致原子键破裂,所施加的外加应力 σ_a 都应该是一样的。这显然与事实不符。此外,当椭圆孔趋于无限狭长时,由于 $\rho \rightarrow 0$,由式(1.10)可以看出,应力集中系数将趋于无穷大,这就意味着只要所考虑的薄平板一开始承受外加应力作用,椭圆孔长轴端点处的拉应力就一定会超过原子键的结合强度;也就是说,材料内部一旦含有了一条理想的尖锐裂纹,就不再具有强度了。这也是与事实相悖的。这些都是由 Inglis 方法过渡到基本断裂准则的障碍。

1.1.3 Griffith 能量平衡理论

1921 年,英国学者 Griffith 发表了一篇论文(Griffith,1921),第一次对固体材料的基本断裂准则进行了系统的论述。这篇经典性论文的一个重要组成部分便是关于固体材料断裂过程的能量平衡分析。Griffith 的观点非常简单:对于一个特定的含裂纹系统,如果考虑了该系统发生微小变化时所有能量项的变化,根据热力学和经典力学中的能量守恒定律,就可以相应地写出描述裂纹扩展条件的基本方程。

说明 Griffith 这一能量平衡观点的方法有几种,这里我们考虑如图 1.6 所示的一种普遍的情况。在图 1.6(a)中,弹性体在外边界上受到外加荷载 P 的作用,此时系统的总内能为 U_A ;图 1.6(b)所示情况与图 1.6(a)相似,只是在弹性体中引进了一条长为 $2c$ 的内部裂纹。由于裂纹的引进,弹性体的机械柔顺性降低,因而在外加荷载 P 作用下,弹性体形状将发生微小变

化。现在我们来研究图 1.6(b)与图 1.6(a) 这两种状态下系统总内能的变化情况;首先,裂纹引进了新的表面,使系统的表面能增大了 U_s ;其次,由于弹性体形状发生了微小变化,荷载的作用位置相应改变,这就相当于荷载对弹性体做了总量为 W 的功;最后,由于裂纹的引进,弹性体中储存的弹性应变能将增加 U_E 。由此,我们便得到了状态(b)下系统总内能的表达式:

$$U_B = U_A + (U_E - W) + U_s \quad (1.11)$$

式中,荷载功 W 取负值是因为对于真正可逆的热力学系统,外加荷载做功相当于系统势能的减小。

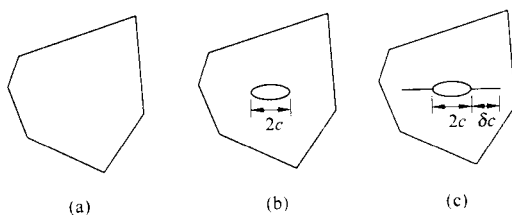


图 1.6 Griffith 裂纹扩展条件的导出

式(1.11) 右边括号中的物理量 $(U_E - W)$ 通常称为系统的机械能。

现在假定在外加荷载 P 作用下,图 1.6(b)中的裂纹扩展了一段微小的距离 δc ,成为如图 1.6(c)所示的状态。此时系统的总内能为

$$U_C = U_B + \frac{dU_B}{dc} \delta c \quad (1.12)$$

由热力学理论可知,裂纹的扩展不可能导致系统内能的增加,因而我们就得到了在外力作用下裂纹扩展微小距离 δc 的必要条件

$$\frac{dU_B}{dc} \leq 0 \quad (1.13)$$

同时,热力学理论又指出:能够使系统总能量降低的过程可以自发地发生,因而,式(1.13)同时又是裂纹扩展的充分条件。

式(1.13)就是预测材料断裂行为的能量平衡准则。因为在上面的分析过程中并没有引进任何的假设前提条件,所以式(1.13)应该具有普遍的适用性。从理论上讲,只要给出式(1.11)中各个能量项的具体表达式,就可以获得相应的裂纹扩展基本方程式(1.13)。

式(1.13)中等号成立时所对应的状态称为含裂纹体的平衡状态,或称为裂纹的平衡状态。

Griffith 的能量平衡理论是讨论所有断裂问题的基本出发点。为了验

证这一理论,Griffith 设计了一个实验:首先,为了能方便地计算出式(1.11)中的各个能量项,他需要一个实用的裂纹模型。Griffith 考虑了在无限均匀拉应力场中狭窄的椭圆“裂纹”的情况(图 1.3 中 $b \rightarrow 0$ 的极限情况),根据 Inglis 给出的椭圆孔端点附近区域应力场及位移场的标准解,很容易算出裂纹周围各体积单元的应变能密度。在比裂纹尺寸大得多的范围内进行积分,在平面应力条件下可以得到具有单位厚度的弹性体的弹性应变能表达式:

$$U_E = \frac{\pi \sigma_a^2 c^2}{E} \quad (1.14)$$

式中, σ_a 为外加应力; E 为弹性模量; c 为平板内贯穿性椭圆“裂纹”的半长。

对于线弹性材料,在外加荷载恒定的条件下,加载系统所做的功等于系统弹性应变能的两倍,即

$$W = 2U_E \quad (1.15)$$

式(1.11)中的表面能项则可以由裂纹表面积与材料的自由表面能 γ_s 的乘积决定。对于单位宽度的裂纹,有

$$U_s = 4c\gamma_s \quad (1.16)$$

将式(1.14)、(1.15)及(1.16)代入式(1.11),并对 c 微分,由于 $dU_A/dc = 0$,由式(1.13)得到

$$\frac{dU_B}{dc} = -\frac{2\pi c \sigma_a^2}{E} + 4\gamma_s \quad (1.17)$$

即,欲使如图 1.3 所示的椭圆孔形裂纹发生扩展,所施加的外加应力必须满足:

$$(\sigma_a)_c \geq \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi c}} \quad (1.18)$$

顺便说明一点,式(1.14)~(1.18)所描述的都是平面应力条件下的计算结果。在这些式子中,只要将弹性模量 E 简单地用 $E/(1-\nu^2)$ (其中 ν 为材料的泊松比)来代替,就可以得到平面应变条件下的相应结果。

接下来,Griffith 便开始着手进行实验。注意到在 Inglis 的工作中有一个重要的前提条件,即所考虑的材料必须是各向同性的均质材料,而且在外力作用下材料内部任意一点处的应力-应变关系都满足 Hooke 定律。因为玻璃能够较好地满足这一要求,而且又很容易找到,所以 Griffith 选用了玻璃作为实验用材料。用玻璃薄壁圆管和球形玻璃灯泡作为断裂样品,用玻璃刀分别在各个样品上刻了一条深度约为 4~23 mm 不等的裂纹;为了满

足裂纹表面上不受应力作用的要求(1.2.1节),实验前将样品退火以消除裂纹尖端处的残余应力;而后,向中空的玻璃管或玻璃灯泡中泵入液体使之爆裂,并由样品爆裂时所对应的液体压力确定材料的临界断裂应力 σ_f 的大小。注意到Griffith实验中所采用的裂纹构型与图1.3所示的内部裂纹有所不同,但根据Inglis的计算,对于如图1.5所示的长度为 c 的表面缺口的极限情况($b \rightarrow 0$),其系统能量是长度为 $2c$ 的内部裂纹系统能量的一半,因而式(1.18)对于表面缺口型裂纹系统同样适用。

Griffith的实验结果符合以下关系:

$$\sigma_f \sqrt{c_0} = 0.263 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$$

数据的离散系数为5%。这一结果很好地验证了式(1.18)所描述的重要结论。

Griffith验证实验说明:由式(1.18)所确定的 $(\sigma_a)_c$ 值的下限实际上就是材料的断裂强度 σ_f 。也就是说,对于如图1.3所示的裂纹系统,当外加应力满足式(1.18)之后,裂纹扩展将不受限制地自发发生,从而导致材料的断裂。这一点可以通过分析 U_B 的具体函数形式得到进一步的说明。将式(1.14)~(1.16)代入式(1.11)得到

$$\Delta U = U_B - U_A = -\frac{\pi c^2 \sigma_a^2}{E} + 4c\gamma_s \quad (1.19)$$

图1.7给出了不同外加应力水平下Griffith裂纹系统内能变化量 ΔU 随裂纹尺寸 c 的变化关系曲线。对应于每一个外加应力水平, ΔU 随 c 的变化关系曲线都存在一个极大值点,此极大值点处所对应的裂纹尺寸 c^* 随外加应力 σ_a 的增大而减小。考虑到对含裂纹体的加载是连续进行的,即外加应力 σ_a 由零开始逐渐增大。在 σ_a 增大至 $(\sigma_a)_c$ 的下限值 σ_f 之前,由于 $c^* > c_0$,裂纹发生任何微小距离的扩展都可能导致系统总能量的增大,因而裂纹不可能扩展;而当 σ_a 增大至 σ_f 时, ΔU 的极大值出现在 $c^* = c_0$ 处,在这个应力水平下,裂纹的扩展会导致裂纹系统总能量的降低,故裂纹将扩展, σ_f 也就相应成为裂纹扩展的临界应力。注意到对应于外加应力 $\sigma_a = \sigma_f$, ΔU 随 c 的变化关系曲线在 $c \geq c_0$ 的区域内总是保持为负斜率,因而裂纹的扩展将是灾难性的。我们把这种情况下对应的裂纹的平衡状态称为不稳定的平衡状态。

在Griffith导出了式(1.18)之后的几十年里,在整个世界范围内,已经发表了数以千计的论文试图从各个侧面来验证Griffith的能量平衡理论。这些工作中所考虑的断裂情况大都或多或少地有点类似于Griffith实验中