

小学生数学

开放题

教练



车文胜主编

上海远东出版社

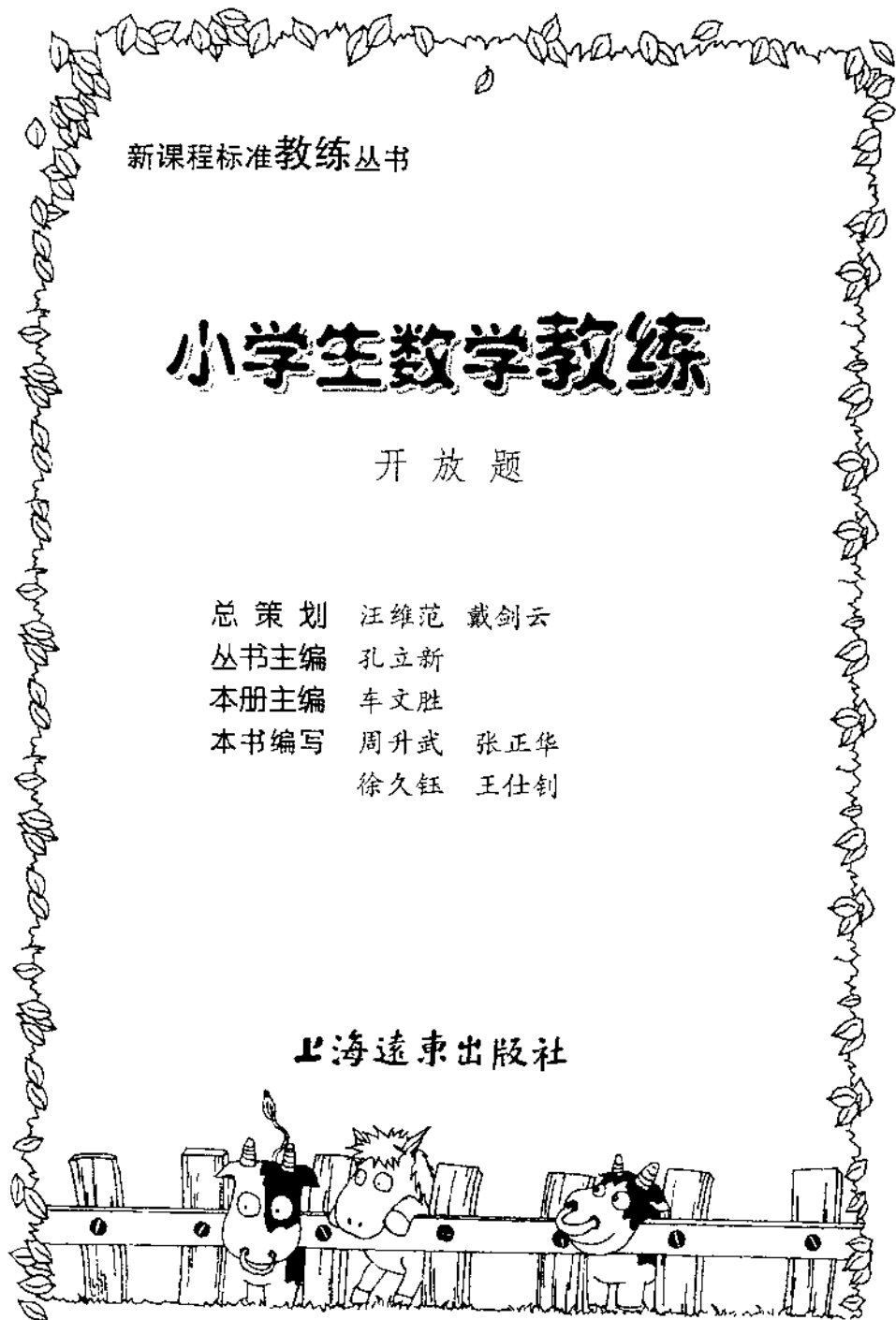
新课标标准**教练**丛书

小学生数学教练

开 放 题

总 策 划 汪维范 戴剑云
丛书主编 孔立新
本册主编 车文胜
本书编写 周升武 张正华
徐久钰 王仕制

上海遠東出版社



新课程标准教练丛书
小学生数学教练 开放题

丛书主编/ 孔立新

本册主编/ 车文胜

总 策 划/ 汪维范 戴剑云

责任编辑/ 丁是玲

封面设计/ 张晶灵

责任制作/ 李 昕

出 版/ 上海远东出版社

(200336) 中国上海市仙霞路 357 号

<http://www.ydbook.com>

发 行/ 新华书店 上海发行所

上海远东出版社

制 版/ 南京展望照排印刷有限公司

印 刷/ 上海市印刷三厂

装 订/ 上海虎林装订厂

版 次/ 2003 年 1 月第 1 版

印 次/ 2003 年 1 月第 1 次印刷

开 本/ 890×1240 1/32

字 数/ 192 千字

印 张/ 9

印 数/ 1--11 000

ISBN 7 - 80661 - 632 - 2

G · 328 定价: 13.00 元

图书在版编目(CIP)数据

小学生数学教练. 开放题 / 孔立新, 车文胜主编.
上海: 上海远东出版社, 2002
ISBN 7-80661-632-2

I. 小... II. ①孔... ②车... III. 数学课—小学—
习题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 093929 号



一、数与代数	1
(一) 数的认识 I	1
(二) 数的认识 II	7
(三) 数的认识 III	17
(四) 数的运算 I	22
(五) 数的运算 II	33
(六) 常用的计算	42
(七) 探索规律 I	46
(八) 探索规律 II	52
二、空间与图形	63
(一) 图形的认识	63
(二) 测量	71
(三) 图形与变换	79
(四) 图形与位置	84
三、统计与概率	95
(一) 简单数据统计	95
(二) 可能性	105

四、实践与综合运用	112
(一) 典型应用题	112
(二) 生活中的数学问题	130
(三) 分数、百分数(利率、利息)	144
(四) 行程与工程问题	161
(五) 数学趣题	177
参考答案	184



(一) 数的认识 I

1



老师告诉你

在小学阶段里,我们学习了整数、分数、小数和百分数,会比较整数、小数、分数和百分数的大小,知道了能被2, 3, 5整除的数的特征,及会区分奇数和偶数、质数和合数。

通过学习开放题,可以进一步加深对整数、分数、小数和百分数的认识,进一步掌握比较小数、分数和百分数大小的多种方法,能灵活运用奇数和偶数、质数和合数概念来解决一些实际问题,从而提高解决现实生活中简单问题的能力。



请你读一读

例 1. 用 0, 0, 4, 5, 6 这五个数字按下面的要求写出五位数。

- (1) 所有的零都不读；
- (2) 读一个 0；
- (3) 读两个 0。

【分析与解答】 根据多位数的读写方法：

(1) 要求所有的零都不读。则应该把所有的 0 都必须写在各级的末尾。在这题中，则应该写在个位和十位上。因此，符合要求的数是：45600, 46500, 54600, 56400, 64500, 65400。

(2) 要求读一个 0。一般应该把零写在各级的中间或者把零分布在各级的中间或末尾。因此，符合要求的数是：

40056, 40065, 50046, 50064, 60045, 60054,
45006, 46005, 54006, 56004, 64005, 65004,
40560, 40650, 50460, 50640, 60450, 60540,
45060, 46050, 54060, 56040, 64050, 65040。

(3) 要求读两个 0。一般应该把零隔开写，且不能写在各级末尾的位置。因此，符合要求的数是：

40506, 40605, 50406, 50604, 60405, 60504。

例 2. 写出两位数，使得十位上的数与个位上的数相差 2。

【分析与解答】 由于十位上的数与个位上的数相差 2，因此可能十位上的数比个位上的数大 2，也可能个位上的数比十位上的数大 2。

(1) 十位上的数比个位上的数大 2 的两位数有:

97, 86, 75, 64, 53, 42, 31, 20;

(2) 个位上的数比十位上的数大 2 的两位数有:

79, 68, 57, 46, 35, 24, 13。

例 3. 一个小数部分是两位的小数,用四舍五入法把它精确到 0.1,它的近似值是 5.0,那么这个两位小数是多少?

【分析与解答】 把一个小数用四舍五入法精确到 0.1,关键是看百分位。有两种可能性:一种是百分位上的数小于 5,就把百分位上的数舍去,得到近似值 5.0。如果是属于这种情况,这时原数一定不小于 5.0,这个数可能是:

5.00, 5.01, 5.02, 5.03, 5.04;

另一种情况就是百分位上的数是 5 或者大于 5,那么把这个数百分位上的数去掉要在十分位上加 1,得到近似值 5.0,这时原数一定小于 5.0,且大于 4.9,这个数可能是:

4.95, 4.96, 4.97, 4.98, 4.99。

综合以上两种情况,可得所求的两位小数是 4.95, 4.96, 4.97, 4.98, 4.99, 5.00, 5.01, 5.02, 5.03, 5.04。

例 4. 一个大于 10 而又小于 100 的质数,十位数字与个位数字也都是质数,这样的数有哪些?

【分析与解答】 如果我们从 11~99 逐一进行检验,那将是十分繁琐的。我们可以用排除法来进行思考。

(1) 十位数字是质数的两位数有 $2\square$ 、 $3\square$ 、 $5\square$ 、 $7\square$ 等。这里排除掉了 $1\square$ 、 $4\square$ 、 $6\square$ 、 $8\square$ 、 $9\square$ 等不符合条件的 49 个数。

(2) 对于 $2\square$ 的数,再排除个位数不是质数的 6 个数 (20, 21, 24, 26, 28, 29),那就只剩下了 22, 23, 25, 27 这四个数。

(3) 再根据这个数是质数的这个条件,又可以排除 22、25、27 这三个数,从而得到符合题意的数是 23。

(4) 对 $3\square$ 、 $5\square$ 、 $7\square$ 也分别照上面这样的方法筛选。

最后我们可以求得符合题意的数是 23、37、53、73 四个数。

例 5. 分子与分母互质的分数叫最简分数。在 2, 3, 4, 5, 6, 7 这六个数中,选出其中两个数组成最简分数,你能写出一些符合要求的分数吗?

【分析与解答】 只要我们找出两个数是互质数,就可以写出两个最简分数,一个是真分数,另一个是与之对应的假分数。

我们先考虑符合条件的真分数。

4

分母为 7 的有: $\frac{6}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}$;

分母为 6 的有: $\frac{5}{6}$;

分母为 5 的有: $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}$;

分母为 4 的有: $\frac{3}{4}$;

分母为 3 的有: $\frac{2}{3}$ 。

符合条件的真分数有 11 个。它们对应的假分数也有 11 个,分别是:

$$\frac{7}{6}, \frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}。$$

所以本题共有 22 个答案。

例 6. 请写出同时满足下列条件的分数:

(1) 大于 $\frac{1}{6}$, 并且小于 $\frac{1}{5}$;

(2) 分子是一位质数;

(3) 分母是两位质数。

【分析与解答】 由于满足条件的分数, 它的分子是一位质数, 而一位质数有 2, 3, 5, 7 这四个数, 我们分别考虑分子是这四个数的情况:

(1) 分子是 2。

设所求分数为 $\frac{2}{(\quad)}$, 括号中要填入一个两位素数, 且满足 $\frac{1}{6} < \frac{2}{(\quad)} < \frac{1}{5}$, 也就是满足 $\frac{2}{12} < \frac{2}{(\quad)} < \frac{2}{10}$, 由此得到所求的分数是 $\frac{2}{11}$ 。

(2) 分子是 3。

设所求分数为 $\frac{3}{(\quad)}$, 括号中要填入一个两位质数, 且满足 $\frac{1}{6} < \frac{3}{(\quad)} < \frac{1}{5}$, 也就是满足 $\frac{3}{18} < \frac{3}{(\quad)} < \frac{3}{15}$, 由此得到所求的分数是 $\frac{3}{17}$ 。

(3) 分子是 5。

类似于上面的分析可知: $\frac{1}{6} < \frac{5}{(\quad)} < \frac{1}{5}$, 也就是满足 $\frac{5}{30} < \frac{5}{(\quad)} < \frac{5}{25}$, 由此得到所求的分数是 $\frac{5}{29}$ 。

(4) 分子是 7。

类似于上面的分析可知: $\frac{1}{6} < \frac{7}{(\quad)} < \frac{1}{5}$, 也就是满足 $\frac{7}{42} < \frac{7}{(\quad)} < \frac{7}{35}$, 由此得到所求的分数有两个, 它们是 $\frac{7}{37}$, $\frac{7}{41}$ 。

综上所述,符合条件的分数有: $\frac{2}{11}, \frac{3}{17}, \frac{5}{29}, \frac{7}{37}, \frac{7}{41}$ 。



请你试一试

1. 桌子上有 20 张卡片,在这些卡片上分别写着 1, 2, 3, ..., 19, 20 这 20 个数。请你将这 20 个数加以分类。

2. 用 3、4、7 三张数字卡片,可以摆出哪些不同的三位数? 其中最小的三位数是多少? 最大的三位数是多少?

6 3. 请你写出一个两位数,使这个两位数个位上的数大于十位上的数。

4. 一个三位数,它十位上的数比个位上的数小 2,比百位上的数大 1,请写出这样的三位数。

5. 一个三位数,它的十位上的数是百位上的数的 3 倍,个位上的数是百位上的数的 2 倍,这个数可能是多少?

6. 有一个两位数,加上 54 以后,十位上的数字和个位上的数字正好互换位置,求这个两位数。

7. 有一个整数,用“四舍五入”法精确到百位,近似地等于 200,这个数是多少?

8. 用两个 1,一个 2,一个 3 可以组成种种不同的四位数,这些四位数一共有多少个?

9. 在括号里填上适当的数,使两个分数单位的和等于 $\frac{1}{6}$ 。这样的分数单位你能找出几对?

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}。$$

(二) 数的认识 II



请你读一读

例 1. 已知六位数 $A8919B$ 能被 33 整除, 求这个六位数。

7

【分析与解答】 因为 $33=3\times 11$, 3 与 11 是互质数, 所以这六位数能同时被 3 和 11 整除。

根据被 3 整除的数的特征, $A+8+9+1+9+B=27+A+B$, 应是 3 的倍数, 所以 $A+B$ 是 3 的倍数。

再根据被 11 整除的数的特征, $(9+9+A)-(B+1+8)\Rightarrow 9+(A-B)$ 应是 11 的倍数, 这样, A 、 B 必须同时满足两个条件: (1) $A+B$ 是 3 的倍数;

(2) $9+A-B$ 是 11 的倍数。

从(2)考虑, 符合题意的只有 $A-B=2$ 。

当 $A=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, 对应的 $B=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 。

要使(1)成立, $A=4, B=2$ 或 $A=7, B=5$ 。

所以符合条件的六位数有: 489192、789195。

例 2. 将 14、33、35、30、75、39、143、169 八个数平均分成两组, 使这两组数乘积相等, 可以怎样分?

【分析与解答】 把八个不同的数分成两组,使两组数的乘积相等,则两组数经分解质因数后,质因数应完全相同,因此先把各数分解质因数。

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 & 33 &= 3 \times 11 \\ 35 &= 5 \times 7 & 30 &= 2 \times 3 \times 5 \\ 75 &= 3 \times 5 \times 5 & 39 &= 3 \times 13 \\ 143 &= 11 \times 13 & 169 &= 13 \times 13 \end{aligned}$$

八个数的质因数及质因数的个数情况如下:

质 因 数	2	3	5	7	11	13
质因数个数	2	4	4	2	2	4

8

分组时,把相同的质因数分摊在两个组内,由于其中两个5、两个13属于同一个数,应先考虑,于是可得到以下两种结果:

(1) 75、14、169、33; 35、30、143、39。

(2) 75、14、143、39; 35、30、169、33。

例 3. 四位数 $8A1B$ (A 和 B 分别表示百位上、个位上的数)能同时被 2、3、5 整除,求出这个四位数。

【分析与解答】 要使 $8A1B$ 能被 2 和 5 整除,个位上的数字 B 必须是 0,要使 $8A1B$ 能被 3 整除,只要 $8+1+A$ 的和能被 3 整除, A 可取的数字是 0、3、6、9,所以,符合题目要求的四位数有: 8010、8310、8610、8910。

例 4. 六位数 $3ABABA$ 是 6 的倍数,求出这个六位数。

【分析与解答】 由于 2 和 3 是两个互质数,一个数能同时被 2 和 3 整除,则这个数能被 6 整除,即是 6 的倍数。

六位数 $3ABABA$ 能被 2 整除,则 A 可取 0、2、4、6、8

五个数。

六位数 $3ABABA$ 能被 3 整除, 只需 $3+A+B+A+B+A$ 的和能被 3 整除。 $3+A+B+A+B+A=3\times(A+1)+2\times B$, 则 B 可取 0、3、6、9 四个数。

得出符合条件的六位数共有 $5\times 4=20$ 个, 如下:

300000、303030、306060、309090
 320202、323232、326262、329292
 340404、343434、346464、349494
 360606、363636、366666、369696
 380808、383838、386868、389898

例 5. 有一个数除以 3 余 1, 除以 4 余 2, 除以 5 余 3, 这个数是多少?

9

【分析与解答】 如果这个数加上 2, 那么这个数除以 3, 除以 4, 除以 5 都正好能整除, 也就是说, 这个数加上 2 以后正好是 3、4、5 的公倍数。3、4、5 的最小公倍数是 60, 3、4、5 的其他公倍数有 120、180、240、300, …… , 所以这个数可能是 $(60-2=)58$ 、 $(120-2=)118$ 、 $(180-2=)178$ 、 $(240-2=)238$ 、 $(300-2=)298$ 、…… 这是一个多解题, 只要是 3、4、5 的公倍数与 2 的差都符合题意。如果题目的问题改为: “这个数至少是几?”, 那么答案只有一个, 就是 3、4、5 的最小公倍数与 2 的差, 即 58。

这道题的答案是: 58、118、178、238、…。

例 6. 1 至 9 九个数字, 按图 1-1 所示的次序排成一个圆圈。请你在某两个数字之间剪开, 分别按顺时针和逆时针次序形成

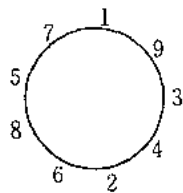


图 1-1

两个九位数(如在 1 和 7 之间剪开,得到两个数是 193426857 和 758624391)。如果要求剪后所得到的两个九位数的差能被 396 整除,那么剪开处左、右两个数字的乘积是多少?

【分析与解答】 因为 $396 = 11 \times 9 \times 4$, 所以考虑能被 396 整除, 只要分别考虑能被 11、9、4 整除就可以了。

由于 1 至 9 九个数字之和 45 可被 9 整除, 所以, 由 1 至 9 九个数字组成的任何九位数, 一定能被 9 整除, 它们的差当然也能被 9 整除。

又因为题中考虑的两个九位数, 一个恰好是另一个数字顺序颠倒而得, 它们的差一定是 11 的倍数。

因此, 我们只需考虑两个九位数之差能否被 4 整除。当在某两个数之间剪开, 只需考虑“剪开处左面两个数字组成的两位数与右面两个数字颠倒顺序后组成的两位数之差能否被 4 整除”。

在 1 与 9 之间剪开, $71 - 39 = 32$ 能被 4 整除, 所以, 两个九位数之差能被 4 整除, 也能被 396 整除。

类似地:

在 9 与 3 之间剪开, $43 - 19 = 24$;

在 3 与 4 之间剪开, $93 - 24 = 69$;

在 4 与 2 之间剪开, $62 - 34 = 28$;

在 2 与 6 之间剪开, $86 - 42 = 44$;

在 6 与 8 之间剪开, $58 - 26 = 32$;

在 8 与 5 之间剪开, $75 - 68 = 7$;

在 5 与 7 之间剪开, $85 - 17 = 68$;

在 7 与 1 之间剪开, $91 - 57 = 34$ 。

其中差 24、28、44、32、68 能被 4 整除, 因此本题有六解:

$1 \times 9 = 9$, $9 \times 3 = 27$, $4 \times 2 = 8$, $2 \times 6 = 12$, $6 \times 8 = 48$,
 $5 \times 7 = 35$ 。

例 7. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这十个数字中选出 5 个不同的数字组成一个五位数, 使它能被 3, 5, 7, 13 整除, 这个数是多少?

【分析与解答】 这个数被 3, 5, 7, 13 整除, 一定能被它们的最小公倍数 $3 \times 5 \times 7 \times 13 = 1365$ 整除。

这个数一定是 1365 的倍数。通过试算, 在五位数中, 99645 是 1365 的最大倍数。($73 \times 1365 = 99645$)

但 99645 有两个 9, 不合题意。依法算出: $69 \times 1365 = 94185$, $64 \times 1365 = 87360$, $62 \times 1365 = 84630$, ……

这个数可以是: 94185、87360、84630、……

11

例 8. 如果六位数 1998 □□ 能被 56 整除, 那么它的末两位数字是多少?

【分析与解答】

解法一: 把末两位数字都先看作 0, 199800 除以 56 可以得到一个余数, 由余数入手就可以确定出 199800 再加上多少能够变成整除。

$199800 \div 56 = 3567 \cdots 48$, 可见 199800 加上 $56 - 48 = 8$ 或 $8 + 56 = 64$ 后, 所得的数都能被 56 整除, 所以原数的末两位数字是 08 或 64。

解法二: 原六位数最小是 199800, 最大是 199899, $199800 \div 56 = 3567 \cdots 48$, $199899 \div 56 = 3569 \cdots 35$, 所以 56 的 3567 倍小于 199800, 原六位数是 56 的 3568 倍或 3569 倍, 这就可求出原数。

$199800 \div 56 = 3567 \cdots 48$, $199899 \div 56 = 3569 \cdots 35$,
 $3568 \times 56 - 199800 = 8$, $3569 \times 56 - 199800 = 64$, 所以