



附：电力系统微型计算机继电保护自学考试大纲

电力系统微型计算机继电保护

组编 / 全国高等教育自学考试指导委员会
主编 / 张宇辉

全国高等教育自学考试指定教材

电力系统及其自动化专业

(独立本科段)

中国电

M77
232

TM77

Z232

全国高等教育自学考试指定教材
电力系统及其自动化专业(独立本科段)

电力系统微型计算机继电保护

(附：电力系统微型计算机继电保护自学考试大纲)

全国高等教育自学考试指导委员会 组编

张宇辉 主编

中国电力出版社

内 容 提 要

本书是根据高等教育自学考试电力系统及其自动化专业(独立本科段)电力系统微型计算机继电保护自学考试大纲编写的。全书共分八章。主要内容包括:电力系统微型机继电保护的发展历史,离散控制系统,微型机继电保护的硬件原理,数字滤波器,微型机继电保护算法,微型机距离保护,微型机纵差保护,提高微型机继电保护装置可靠性的措施。书中各章后均有习题。

本书是高等教育自学考试电力类专业的教材,也可作为高等成人教育相关专业的参考教材,并可供从事电力系统自动化工作的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电力系统微型计算机继电保护/张宇辉主编. -北京:中国电力出版社, 2000.9

全国高等教育自学考试指定教材

ISBN 7-5083-0405-5

I. 电… II. 张… III. 计算机应用-电力系统-继电保护-高等教育-自学考试-教材 IV. TM77

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 41220 号

中国电力出版社出版

(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>)

责任编辑:姜丽敏 责任校对:黄 蓓 版式设计:王 群

河北省香河县印刷厂印刷

*

2000 年 9 月第一版 2000 年 9 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12.25 印张 277 千字

组 编 前 言

当您开始阅读本书时，人类已经迈入了 21 世纪。

这是一个变幻难测的世纪，这是一个催人奋进的时代。科学技术飞速发展，知识更替日新月异。希望、困惑、机遇、挑战，随时随地都有可能出现在每一个社会成员的生活之中。抓住机遇，寻求发展，迎接挑战，适应变化的制胜法宝就是学习——依靠自己学习、终生学习。

作为我国高等教育组成部分的自学考试，其职责就是在高等教育这个水平上倡导自学、鼓励自学、帮助自学、推动自学，为每一个自学者铺就成才之路。组织编写供读者学习的教材就是履行这个职责的重要环节。毫无疑问，这种教材应当适合自学，应当有利于学习者掌握、了解新知识、新信息，有利于学习者增强创新意识、培养实践能力、形成自学能力，也有利于学习者学以致用、解决实际工作中所遇到的问题。具有如此特点的书，我们虽然沿用了“教材”这个概念，但它与那种仅供教师讲、学生听，教师不讲、学生不懂，以“教”为中心的教科书相比，已经在内容安排、形式体例、行文风格等方面都大不相同了。希望读者对此有所了解，以便从一开始就树立起依靠自己学习的坚定信念，不断探索适合自己的学习方法，充分利用已有的知识基础和实际工作经验，最大限度地发挥自己的潜能达到学习的目标。

欢迎读者提出意见和建议。

祝每一位读者自学成功。

全国高等教育自学考试指导委员会

1999 年 7 月

编 者 的 话

《电力系统微型计算机继电保护》是根据全国高等教育自学考试指导委员会制定的“电力系统微型计算机继电保护自学考试大纲”而编写的。

全书内容的自学时数大约为 200 小时。共分八章。第一章概述,介绍电力系统微型计算机(本书中“微型计算机”全部简称“微型机”)继电保护的发展过程及微型机继电保护的基本构成和特点;第二章离散控制系统,介绍计算机控制系统的基本概念及分析方法;第三章微型机继电保护的硬件原理,主要介绍微型机继电保护的硬件系统的组成及工作原理;第四章数字滤波器,主要介绍数字滤波器的工作原理和设计方法;第五章微型机继电保护算法,主要介绍在微型机继电保护中采用的继电保护计算方法的算法原理;第六章微型机距离保护,主要介绍微型机距离保护的软件组成原理,针对运行中的有关问题采取的对策;第七章微型机纵差保护,主要介绍利用微型机实现电气元件的纵差保护原理,并根据电气元件的工作特点,介绍了微型机发电机、变压器纵差保护原理;第八章提高微型机继电保护装置可靠性的措施,主要介绍了微型机继电保护装置在运行过程中可能遇到的干扰及干扰引起的问题,微型机继电保护装置在硬件和软件方面采取的抗干扰措施。

全书由华北电力大学刘万顺教授、上海电力学院鲍道良教授、华北电力大学张举教授、东北电力学院曹国臣教授审稿,刘万顺教授担任主审。在审稿过程中,四位教授对本书内容的组织安排、有关概念的阐述等提出了宝贵的意见,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不足之处,敬请读者批评指正。

编 者

2000 年 6 月

目 录

第一章 概述	1
第一节 微型机继电保护的发展过程	1
第二节 微型机继电保护的基本构成	2
第三节 微型机继电保护的特点	3
习题	5
第二章 离散控制系统	6
第一节 采样过程及其数学描述	7
第二节 采样信号的恢复	10
第三节 Z 变换	13
第四节 离散控制系统的数学描述	22
第五节 离散控制系统的分析	30
本章小结	34
习题	35
第三章 微型机继电保护的硬件原理	36
第一节 概述	36
第二节 数据采集系统	37
第三节 开关量输入输出电路	53
第四节 人机对话微型机系统的硬件原理	56
本章小结	61
习题	62
第四章 数字滤波器	63
第一节 概述	63
第二节 数字滤波器的基础知识	64
第三节 数字滤波器的工作原理及其主要性能指标	69
第四节 数字滤波器的设计方法	72
本章小结	91
习题	93
第五章 微型机继电保护算法	94
第一节 概述	94
第二节 正弦函数模型算法	94

第三节	周期函数模型算法——傅立叶算法	101
第四节	解微分方程算法	113
第五节	随机函数模型算法	119
第六节	基于继电器动作特性的采样值算法	123
本章小结		126
习题		128
第六章	微型机距离保护	130
第一节	概述	130
第二节	微型机距离保护软件流程图	130
第三节	阻抗元件	136
第四节	故障类型和故障相别的判断	138
第五节	过渡电阻对微型机距离保护的影响和对策	143
第六节	系统振荡对微型机距离保护的影响和振荡闭锁	145
本章小结		146
习题		147
第七章	微型机纵差保护	148
第一节	纵差保护原理	148
第二节	微型机发电机纵差保护	152
第三节	微型机变压器纵差保护	155
本章小结		163
习题		164
第八章	提高微型机继电保护装置可靠性的措施	165
第一节	概述	165
第二节	干扰和干扰源	166
第三节	微型机继电保护装置的抗干扰措施	168
第四节	微型机继电保护装置的自动检测技术	172
本章小结		175
习题		175
参考文献		176
附：《电力系统微型计算机继电保护》自学考试大纲		177

第一章 概 述

第一节 微型机继电保护的发展过程

自 20 世纪初,第一台机电型感应式过电流继电器在电力系统应用以来,电力系统继电保护的发展已经经历了一个世纪。在最初的 20 多年时间里,各种继电保护原理相继出现。主要有:电流保护,差动保护,距离保护,高频保护等等。这些保护在原理上都是利用故障后的电气量来检测故障的。基于上述原理的继电保护装置,在实现手段上,经历了机电型、电磁型、整流型、晶体管型、集成电路型和微型机型的发展过程,但保护原理尚未发生质的改变。常规继电保护的基本原理,仍主导着电力系统的继电保护领域。

利用计算机实现继电保护的设想,早在 20 世纪 60 年代就已提了出来,但是,由于当时的技术和经济条件的限制,把计算机用于继电保护领域的研究,主要是做理论探索,着重于继电保护算法的研究、数字滤波器的设计和实验室样机的实验。例如,英国剑桥大学的 P.G.Mclaren 等人在 1965 年发表了《采样技术在输电线路距离保护中的应用技术》,澳大利亚新南威尔士大学的 I.F.Morrison 在 1966 年发表了《输配电系统在线计算机控制的前景》,美国西屋公司的 G.D.Rockeffdler 在 1969 年开始研制具体的微型机继电保护装置,并于 1972 年发表了试运样机的原理结构和现场试验结果。在这一阶段,虽然没有使计算机继电保护得以实现,但是,大量的研究成果都为计算机继电保护的进一步发展奠定了坚实的基础。到了 70 年代初期,计算机的制造技术出现了重大的突破,大规模集成电路的制造技术的飞速发展和应用,使得以微处理器为核心的微型计算机进入了实用阶段,具体表现在体积缩小、价格大幅度下降,工作可靠性和计算速度等多方面有了大幅度的提高,带来了微型机继电保护的研究高潮。在性能价格比方面,微型机继电保护装置与常规模拟式继电保护装置相比较,有无可比拟的优点。因此,它的出现很快得到接受和欢迎。在国内外学者的辛勤努力下,电力系统微型机继电保护得到了迅速的发展,进入了实用化阶段。到 90 年代的中后期,微型机继电保护装置已经在电力系统中得到广泛的应用。

我国的计算机继电保护的研究起步较晚,直到 90 年代末期,才开始从事这方面的研究和探索。起初是由华北电力大学、华中理工大学等高等院校和原电力部南京自动化研究所的继电保护科研人员在吸取国外先进研究成果的基础上,经过几年的努力,逐步进入实用化阶段。自从 1984 年,由华北电力大学杨奇逊教授研制的第一代微型机高压输电线路继电保护装置投入现场运行起,我国的电力系统微型机继电保护的研制得到了迅速地发展。在输电线路保护、元件保护、变电站综合自动化、故障录波器和故障测距等领域,微型机继电保护都取得了引人瞩目的成果,最新研制的具有高可靠性、抗干扰水平和网络通信能力的第三代微型机继电保护装置现已在电力系统投入使用,我国的微型机继电保护装置的制造和研究都已经达到国际水平。

第二节 微型机继电保护的基本构成

微型机继电保护是以微型机为核心,利用微型机的智能化信息处理功能,对检测到的反映电力系统运行状态的电气量进行分析和计算,根据结果来实现对输电线路或电气元件的继电保护。因此,为了使微型机获取电力系统运行的信息,必须配置反映电力系统运行的有关电气量运行状态的数据采集系统,开关量输入电路和发出控制命令的开关量输出电路。此外,还需要配置人机对话微型机系统,向微型机继电保护装置送入有关的计算和操作程序、继电保护整定值、输出有关记录保护动作的信息,便于技术人员进行事故分析和输入整定值校验。在此,我们仅介绍微型机继电保护装置硬件电路的一般构成原则。

通常,微型机继电保护装置的硬件电路由五个功能单元构成,即数据采集系统、微型机系统、开关量输入输出电路、工作电源和人机对话微型机系统,见图 1-1 所示。

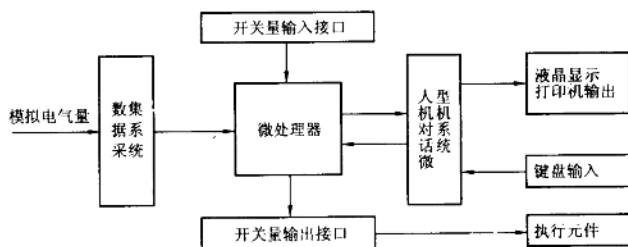


图 1-1 微型机继电保护构成框图

一、数据采集系统

微型机只能接受数字量,对于来自电气设备电流互感器或电压互感器二次侧的模拟电气量无法接受。因此,必须配置相应的硬件电路——数据采集系统,将模拟电气量转换成对应的数字量,把反映电气设备的运行模拟电气量以数字量的形式送入微型机,供继电保护功能程序使用,实现对电气设备的继电保护。

将模拟电气量转换数字量的硬件设备称为微型继电保护的数据采集系统。

二、微型机系统

微型计算机是微型机继电保护的核心部分。目前,在微型机继电保护中,微型机系统有多种配置方式。

用一片微处理器(CPU)配备存放工作程序的只读存储器 ROM,存放数据的随机存储器 RAM,接口芯片——并行接口芯片和串行接口芯片、定时/计算芯片等构成的微型机系统称为单微型机系统或称单 CPU 系统。

用两片或两片以上的微处理器配备相应的内存和接口芯片构成的微型机系统称为多微型机系统或称多 CPU 系统。

在用一片微处理器构成的微型机继电保护装置中,整套装置的所有继电保护功能都是在一个微处理器的管理下,通过继电保护程序来实现的。各种保护功能程序以串行的方式

依次执行；而用多片微处理器构成的微型机继电保护装置中，由于有多片微处理，可以将保护功能程序分配给不同的微处理器，各微处理器之间以并行方式执行继电保护功能程序，这样，缩短了保护功能程序执行时间，提高了保护动作的速动性。用多片微处理器构成的微型机继电保护装置是电力系统微型机继电保护发展的必然趋势。

三、开关量输入/输出接口电路

开关量输入输出接口电路是微型机继电保护装置与外部设备的联系部件。这些部件主要用来接收来自外部设备和向外部设备发送的开关量信号，用来实现微型机继电保护装置与外部设备之间的控制逻辑。

通常，在输入接口电路上所遇到的开关量信号主要有：保护功能投入/退出的连接片、保护屏上的切换开关、其他保护元件工作的触点等信息，这些信息以开关量信号的方波输出接口电路输送出去，驱动一些执行元件，如起动继电器、中间继电器、跳闸继电器和信号继电器等等。

四、电源

微型机继电保护装置的工作电源是微型机继电保护装置的重要组成部分。电源工作的可靠性将直接影响到整个微型机继电保护装置在线运行的可靠性。电源要求具有独立性，不能受系统电压变化的影响。微型机继电保护装置不仅要求电源的电压等级多，而且要求电源的性能好，抗干扰能力强。

在微型机继电保护装置中的工作电源，通常采用逆变稳压电源。根据需要的直流电压有 +5V、 $\pm 15V$ 、+24V 等几个电压等级，同时各级电压之间不共地，防止损坏芯片及避免相互干扰。

五、人机对话微型机系统

人机对话微型机系统作为人机联系的主要手段，利用键盘操作，可输入各种保护命令、继电保护整定值的存放地址等。利用打印机，液晶显示器作为人机联系的输出设备。同时，利用人机对话微型机系统，一方面可以实现对各执行保护功能程序的微型机系统进行自检，有利于提高微型机继电保护装置在线运行的可靠性。另一方面还可以把系统的故障类型和继电保护整定值、保护动作行为等信息量，通过专用的接口输送到计算机互联网，为电力系统自动化提供所需的继电保护信息，实现对整个电力系统继电保护的在线网络化管理。

第三节 微型机继电保护的特点

与常规模拟式继电保护相比，微型机继电保护具有以下特点：

一、逻辑判断清楚、正确

在复杂的保护中，要对若干相关继电器的动作进行逻辑判断后，才能决定保护是否动作。机电型保护由触点构成逻辑回路，保护装置工作的可靠性差；模拟式静态保护则由门电路构成逻辑电路，保护装置的结构复杂；而微型机继电保护中主要是由程序实现逻辑判断，在微型机继电保护中，不论逻辑关系如何复杂，都可以按照人的思维逻辑编写程序，

十分灵活不会出错（但要注意设置的标志要在适当的时候清除，否则在下一执行程序时会出现错误）。所以，不论保护功能如何复杂，这些功能之间复杂逻辑关系都编制在一个程序之中，都能正确反映出设计的思路，不易出错，并且程序被正确地复制在成批生产的微型继电保护装置之中。所以与常规继电保护装置相比较，微型机继电保护的应用，使复杂的继电保护原理，在实现的手段得到了简化，继电保护的正确动作率得到了显著提高。

二、微型机继电保护可以实现常规模拟式继电保护无法实现的优良保护性能

微型机继电保护既能对以瞬时值也能对以相量表达的等动作判据进行计算，不仅能计算交流输入量，也能计算出其对时间的导数和积分值。微型机可以方便地储存故障前和故障后的系统运行数据，利用相关的算法可以计算出反映故障的特征量，为采用故障分量法和其他新的科学方法实现保护原理提供所需的故障电气量的采样数据。所以，微型机继电保护可以实现常规模拟式继电保护无法实现的优良性能。

三、调试维护方便

目前，在系统运行的整流型和晶体管型继电保护装置的调试工作量大，尤其是一些复杂保护，调试项目多，周期较长，而且难以保证其调试质量。而微型机继电保护则不同，其动作是微型机直接按动作判据进行数学运算的结果。微型机继电保护中的保护功能是由软件实现的，保护功能元件的动作没有机械障碍。不同相别保护功能元件在性能上没有差别，批量生产的装置因程序相同，保护功能元件的性能及逻辑控制关系也一定完全相同。所以，在微型机继电保护装置中，没有必要像对待常规保护装置那样对逐个保护功能元件进行调试。

在微型机继电保护装置中都能显示出交流量的值。因而可以方便地通过校验来检验这些显示的值是否正确，据此确认各交流量的输入通道、模数转换器 A/D 及微型机运行的正确性。

对于开关量输入通道的检验，可采用先输入开关量信号，然后利用指示灯来显示并检验该通道是否正确工作，相关的保护功能是否被正确地投入或闭锁。

对于输出的开关量信号检验也同样必须是必须的。例如对于线路距离保护功能的检验，应该模拟在各种不同类型故障下，保护装置是否按整定的数值，正确发出单相或三相跳闸命令，在电压互感器断线时，装置是否被可靠地闭锁等等。

所以，对微型机继电保护装置的检验和调试的主要内容是检验各个模拟输入和开关量输入输出电路是否完好，确认各项保护功能是否达到设计要求。这些检验调试项目和内容与常规保护装置相比可大大地简化，检验周期可以延长。

四、在线运行的可靠性高

微型机继电保护装置可以利用软件实现在线自检，极大地提高了其在线运行工作的可靠性。在软件程序指挥下，微型机继电保护装置可以在线实时地对有关硬件电路中各个环节进行自检，多微处理器系统之间还可以实现互检。利用有关的硬件和软件相结合技术，可有效防止干扰进入微型机继电保护后可能造成的严重后果。实践证明，在保护装置运行的可靠性方面，微型机继电保护装置已经远远地超过了常规继电保护装置。

五、能够提供更多的系统运行的信息量

借助于人机联系的微型机系统，可以将有关的系统运行信息，通过打印机输出，例如，系统故障类型、故障发生的时间、保护动作时间、故障前后的电流波形、故障测距的结果等信息量，为事故分析和故障点的快速恢复提供所需的数据。此外，通过专用的计算机接口，实时地把继电保护整定值，保护动作行为的有关信息输送给电网调度互联网，为电力系统自动化提供所需的继电保护信息；同时，还可以接受电网调度发来的继电保护命令，所有这些，常规继电保护装置是无法做到的。

习 题

1. 绘出微型机继电保护的构成原理图。
2. 简要说明微型机继电保护的特点。

第二章 离散控制系统

数字计算机具有很高的计算速度、精确性、智能化分析与判断功能。计算机直接参与控制,形成计算机控制系统,是当今控制系统发展的主要方向和趋势。但是,由于数字计算机工作的特点,在计算机控制系统中既包含有连续时间的模拟信号,还包含有在时间上是离散的,幅值是数字的信号,这些信号与连续时间系统中的信号不同。因此,本章将主要讨论离散信号的特性、离散系统的分析方法及其在微型机继电保护中的应用。

由于计算机控制系统中信号的特性与连续时间系统不同,因此,在分析计算机控制系统时,为了分析问题方便起见,不能直接用拉氏变换作为数学工具在 S 平面上进行分析,而是采用拉氏变换的另一种表达形式 Z 变换,在 Z 平面上进行分析, Z 变换是分析计算机控制系统性能的一个重要的数学工具。所以,本章将介绍 Z 变换及其应用问题,并利用它来分析计算机控制系统的一些基本特性和分析问题的基本方法。

尽管计算机控制系统与连续时间系统不同,但是他们都具有控制系统的基本特征,所以在自动控制理论中所学习的有关连续时间系统的基本概念也完全适用于计算机控制系统。在学习本章时,请注意应重点了解计算机控制系统的一些特征。从控制系统中信号的特点来看,计算机控制系统也称之为采样控制系统,又称为离散控制系统,故此在以后的讨论中我们称计算机控制系统为离散控制系统。

在一个控制系统中,只要有一处或几处的信号是离散信号时,称为离散控制系统。离散控制系统可用图 2-1 所示的方框图来表示。

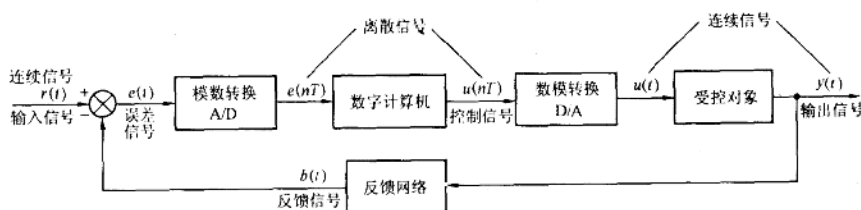


图 2-1 离散控制系统组成方框图

在图 2-1 中,模拟转换(A/D)的作用有两个:①对连续时间的误差信号 $e(t)$ 进行定时周期采样;②将采样值编制成数字码,即把连续时间的误差信号 $e(t)$ 转换成计算机能够接受的离散型数字信号。通常模数转换(A/D)的精度足够高,所产生的量化误差可以忽略不计,因此,把模数转换部分用周期为 T 的采样开关来代替。误差信号 $e(nT)$ 以二进制数码的形式送入数字计算机,按照预定的要求进行运算之后,以数字代码的形式输出控制信号 $u(nT)$ 。这样,计算机以采样周期 T 输出数字量,可以用一个周期为 T 的同步采样开关的输出量代替。由于受控对象的执行装置通常按连续时间的模拟量进行控制,所以应将计算机输出的数字代码先转换成对应的模拟控制量并加以保持后,再去作用

于被控对象的执行装置。这样由计算机作为控制器的采样数字控制系统可用图 2-2 等效成一个典型控制系统。

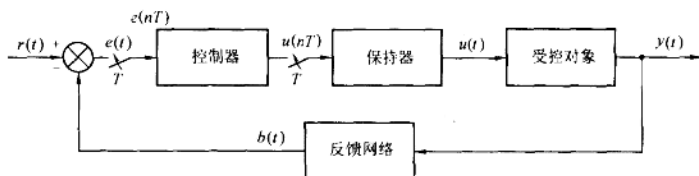


图 2-2 等效离散控制系统

电力系统的微型机继电保护装置则是以电压和电流等运行变量为输入量，以微型计算机作为控制器，以输电设备的断路器作为受控对象构成的一个开环控制的离散控制系统。为了能更好地理解微型机继电保护中有关的数字滤波器的设计与分析及实现的方法，本章介绍离散控制系统的分析方法，重点掌握离散系统两种的数学描述方法及其之间的转换关系，离散控制系统的稳定性分析方法和离散控制系统频率特性的求法及其物理意义。

第一节 采样过程及其数学描述

在一个控制系统中，如果有一处或几处信号是时间的离散函数，则称这样的系统为离散控制系统或称为采样控制系统，采样过程是设计离散控制系统的一个重要的环节，采样能否成功将直接影响离散控制系统的实际应用价值，这里，首先讨论采样过程及其数学描述的方法，这也是离散控制系统中最基本的概念。

一、连续时间信号的采样

对于一个连续时间的信号 $x(t)$ ，如果按等时间间隔 T 对其进行采样后，得到的采样脉冲序列就是采样信号。如果用 $x(t)$ 代表连续时间信号，则令 $x_s(t)$ 代表采样信号， s 符号表示经过采样后的函数是离散型函数，这样，我们可以把采样数据信号 $x_s(t)$ 看成是 $x(t)$ 与脉冲序列 $\delta_T(t)$ 的乘积，如图 2-3 所示。

$$x_s(t) = x(t) \cdot \delta_T(t) \quad (2-1)$$

采样器可看成是一个调制器，输入量 $x(t)$ 作为被调制信号，单位脉冲序列 $\delta_T(t)$ 则看成是载波，图 2-3 (b) 所示，可以将其写成

$$\delta_T(t) = \sum \delta(t - kT) \quad (k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-2)$$

式中， $\delta(t - kT)$ 是发生在 $t = kT$ 时刻上的单位脉冲函数。

所以，对连续时间信号 $x(t)$ 进行周期采样时，采样信号 $x_s(t)$ 的表达式为

$$x_s(t) = x(t) \sum \delta(t - kT) \quad (k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-3)$$

由于 $x_s(t)$ 是采样开关之后的脉冲序列，只有在采样脉冲出现时刻才有意义。所以上式也可写成

$$x_s(t) = \sum x(kT) \delta(t - kT) \quad (k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-4)$$

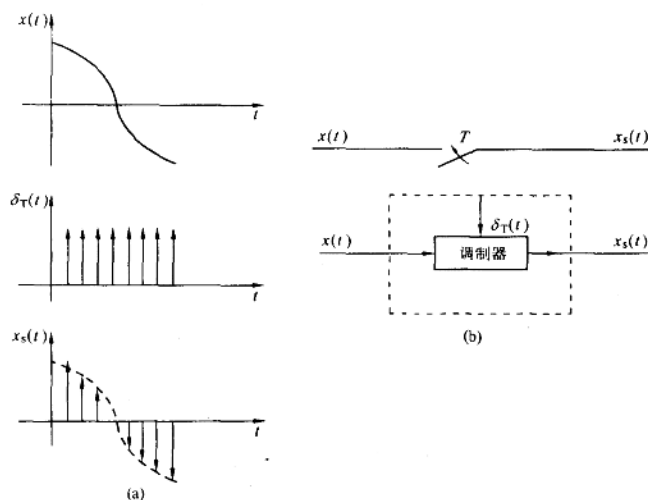


图 2-3 利用脉冲进行采样得到的采样信号

但是，在实际控制系统中， $t < 0$ 时， $x(t) = 0$ ，所以式 (2-3) 和式 (2-4) 式中 k 的取值范围又可写成

$$x_s(t) = x(t) \sum \delta(t - kT) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-5)$$

$$\begin{aligned} x_s(t) &= \sum x(kT) \delta(t - kT) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, \infty) \\ &= x(0) \delta(t) + x(T) \delta(t - T) + x(2T) \delta(t - 2T) + \dots \end{aligned} \quad (2-6)$$

所以，式 (2-5) 和式 (2-6) 就是采样信号 $x_s(t)$ 的两种数学描述表达式，它表明了在不同的采样时刻上有一个脉冲输出，而脉冲的值由该时刻上 $x(t)$ 的值 $x(kT)$ 决定。

二、采样信号 $x_s(t)$ 的频谱

在时域上，我们能清楚的看到连续时间信号 $x(t)$ 与离散时间信号 $x_s(t)$ 之间的联系和区别。那么两者在频域上，频谱之间的关系怎样呢？

对于连续时间信号 $x(t)$ ，其傅立叶变换 $X(f)$ 定义为

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (2-7)$$

对于离散时间信号 $x_s(t)$ ，其傅立叶变换 $X_s(f)$ 表达式为

$$X_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta_T(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (2-8)$$

对于周期函数 $\delta_T(t)$ ，可以用傅立叶级数的形式表达

$$\delta_T(t) = \sum C_n e^{j2\pi n f_s t} \quad (n = -\infty, \dots, 0, 1, \dots, +\infty) \quad (2-9)$$

式中， $f_s = 1/T$ ，称为采样频率。

$$C_n = (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} \delta_T(t) e^{-j2\pi n f_s t} dt$$

$$\begin{aligned}
 &= (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-j2\pi n f_s t} dt \\
 &= 1/T
 \end{aligned} \tag{2-10}$$

所以有

$$\delta_T(t) = (1/T) \sum e^{j2\pi n f_s t} \quad (n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \tag{2-11}$$

于是, $x_s(t)$ 的傅立叶变换表达式为

$$\begin{aligned}
 X_s(f) &= (1/T) \sum \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j2\pi n f_s t} e^{-j2\pi f t} dt \\
 &= (1/T) \sum \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi(f - n f_s)t} dt \\
 &= (1/T) \sum X(f - n f_s) \quad (n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty)
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

式中, $X(f)$ 是 $x(t)$ 的傅立叶变换。

通过式 (2-12) 可以清楚的看出: 一个连续时间信号 $x(t)$, 经过采样后, 得到的采样信号 $x_s(t)$ 的傅立叶变换其频谱 $X_s(f)$ 是以 f_s 为周期的周期函数。 $X_s(f)$ 与 $X(f)$ 之间的关系见图 2-4 所示。

三、采样定理

从式 (2-12) 和图 2.4 可以看出: $X_s(f)$ 是以采样频率 f_s 为周期的周期函数。即从 $f=0$ 开始, 向左和向右, 每隔一个采样频率 f_s , $X_s(f)$ 的频谱将重复出现一次, 即产生频谱 $1/TX(f)$ 的周期性延拓。显然, 如果连续时间信号 $x(t)$ 的频谱 $X(f)$ 是有限带宽时, 并且满足

$$X(f) = 0 \quad (\text{当 } |f| > f_c/2 \text{ 时})$$

则 $X_s(f)$ 在 $|f| < f_s/2$ 的一个周期内的形状就与 $X(f)$ 的形状完全相同。这就意味着: 在此条件下, 只要知道了 $x_s(t)$ 时, 就能重新构造出原始信号 $x(t)$

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df \\
 &= \int_{-f_s/2}^{f_s/2} X(f) e^{j2\pi f t} df \\
 &= \int_{-f_s/2}^{f_s/2} T X_s(f) e^{j2\pi f t} df
 \end{aligned}$$

这也说明了, 当 $f_s > 2f_c$ 时, 采样信号 $x_s(t)$ 完全能代表原始信号 $x(t)$ [f_c 是 $X(f)$

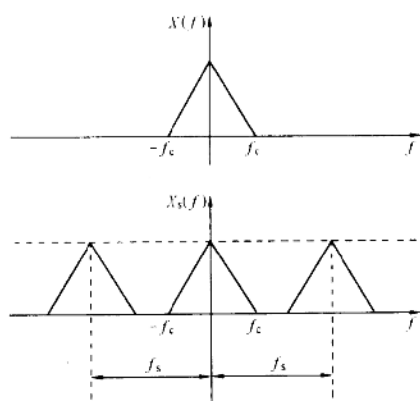


图 2-4 采样信号频谱 $X_s(f)$ 与原始信号的频谱 $X(f)$

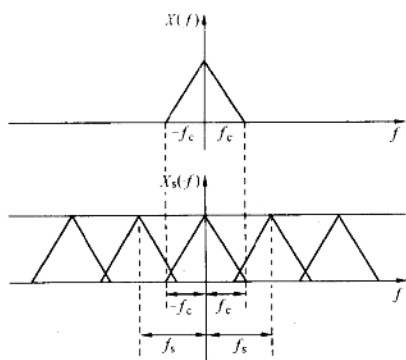


图 2-5 频率混叠时的频谱关系

造成频率混叠，所以在对连续时间的信号 $x(t)$ 采样之前，加入一个保护性的前置低通滤波器。

第二节 采样信号的恢复

1. 采样信号的复现

下面我们来讨论在满足采样定理的条件下，如何从采样信号 $x_s(t)$ 来复现 $x(t)$ 的问题。如果采样过程满足采样定理，那么采样信号的频谱就不会出现频率混叠现象，即

$$X_s(f) = (1/T) \sum X(f - nf_s) \quad (n = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty)$$

$$X_s(f) = (1/T) X(f) \quad (\text{当 } |f| < f_s/2 \text{ 时})$$

那么，我们可以将采样信号 $x_s(t)$ 通过一个理想的低通滤波器，而且这个理想的低通滤波器应该只允许频率低于 f_s 的信号通过，它的频率特性如图 2-6 所示。

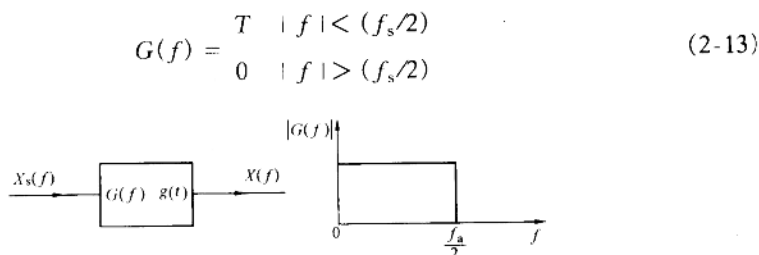


图 2-6 采样信号的恢复

这样，采样信号经过这个低通滤波器后，就可以滤出原来的连续时间信号 $x(t)$ 的频谱 $X(f)$ ，即

$$X(f) = G(f) X_s(f)$$

所以，在输出端可以得到恢复的原来的模拟信号。

那么，这个理想低通滤波器的冲激响应函数 $g(t)$ 应具有怎样的表达式呢？根据傅立