

波形齿轮传动

李克美 译
施永钊 校

第一机械工业部技术情报所

TH132.41
7.7

波形齿轮传动

李克美 译

施永钊 校

(内部资料)

*

第一机械工业部技术情报所编辑出版

机械工业出版社印刷厂印刷

中国书店(北京琉璃厂西街)经售

*

1979年6月北京

代号: 79—22 · 定价: 0.30元

前 言

本书是根据苏联 1977 年出版的“行星传动手册”一书中的第 16、17、18 章翻译的，三章的题目为：波形齿轮传动的啮合，波形齿轮传动主要零件的强度和寿命计算以及波形传动结构。

这三章简明扼要地阐述了波形（谐波）齿轮传动设计计算的方法和步骤，集中介绍了波形传动中用标准压力角为 20° 的渐开线齿轮刀具所加工的齿轮的设计计算方法，即“波形齿轮传动的近似啮合”计算方法；还介绍了用通用设备加工具有柔性轴承的凸轮式波发生器的凸轮轮廓设计和制造方法。这些关于波形齿轮传动中主要零件的设计和制造方法比较便捷，对波形传动的广泛应用将会起到一定的促进作用。

由于我们水平较低，译文中错误与欠妥之处在所难免，恳切希望广大读者提出宝贵意见。

李克美 施永钊 1978.5

目 录

一、波形齿轮传动的啮合.....	1
1. 柔轮变形的形状和波发生器的型式.....	1
2. 柔轮的壁厚.....	4
3. 波形齿轮传动的近似啮合.....	6
二、波形齿轮传动主要零件的强度和寿命计算.....	11
1. 工作性能指标.....	11
2. 具有近似啮合的波形齿轮传动的设计计算.....	12
3. 柔轮疲劳强度的验算.....	16
4. 波发生器柔性轴承的寿命计算.....	20
5. 波形齿轮传动效率的计算.....	21
三、波形传动结构.....	23
1. 总则.....	23
2. 波形传动零件和部件的结构.....	24
3. 波形传动的精度.....	25
4. 波形齿轮传动计算举例.....	26
参考文献.....	31

一、波形齿轮传动的啮合

1. 柔轮变形的形状和波发生器的型式

实现啮合的多区域性和多付性是波形传动在较小的外形尺寸和重量情况下，确定它们最大承载能力的最重要的性质。

当在一定的啮合几何关系时，依靠使柔轮相应的变形保证上述啮合的多区域性和多付性。

在普通的渐开线内啮合中，当理论重叠系数 $e < 3$ 时，两个刚性的直齿圆柱齿轮本身仅在一个区域中啮合，对少齿差齿轮，当没有干涉时，由于载荷作用于齿轮本身的弹性变形，同时参与工作的实际齿轮对数比理论上可能多些。利用摆线针轮啮合，在这种传动中可大大提高同时啮合的齿对数。但是，这时轮齿和柱销接触的几何关系，不可能提高传动的承载能力。

在波形齿轮传动中，当变形波数为 j 时，两个轮的啮合区域数量增加到 j 倍。甚至在简单的渐开线啮合中，其传动承载能力也显示出很大的优越性。

柔轮在其变形时，能够提高每个啮合区域的多付性接触，这使它找到提高承载能力的辅助途径。

图 1.1 表示某些已使用的波发生器的典型结构。图 1.1 a 叫作双滚轮波发生器，它可保证柔轮形成两个变形波。当用四滚轮波发生器时（图 1.1 b），每个变形波由两个滚轮形成和维持。多滚轮波发生器（图 1.1 c）允许在柔轮的全部周长形成所要求的变形形状。此时作用在变形区域中各个滚轮上的负载将不相同。

图 1.1 d 表示的波发生器称为双波圆盘式波发生器，它与滚轮式的区别在于使未承载的传动装置的柔轮变形。变形时，在两个较大的中心角范围内，柔轮的弹性曲线变成圆弧状态，其圆弧中心在每个圆盘回转轴的中心处。

最后，图 1.1 e 表示的发生器是套有柔性滚动轴承（或滑动轴承）的凸轮，称为凸轮波发生器。

凸轮式和多滚轮式发生器又叫作强制变形发生器，因为它们能使柔轮形成给定的变形形状，并在工作负载作用时使给定形状保持一定的精度。其它型式的发生器叫作自由变形发生器，使用这种发生器时，给柔轮作用一工作负载就引起柔轮变形的初始形状的重要改变。

图 1.2 表示的是行星式波发生器。该发生器是利用围绕中心滚子滚动的几个滚动体形成柔轮变形和变形波的位移。图 1.2 a 是三波行星式发生器，图 1.2 b 是四点式双波行星式发生

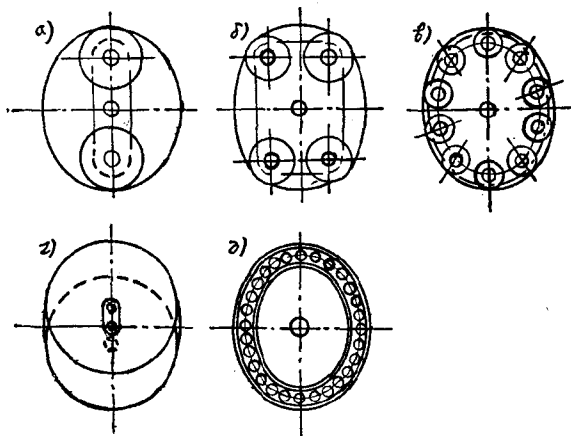


图1.1 波形传动发生器的图形

器。行星式波发生器同样是自由变形波发生器。

波形传动中使用的柔轮，当 $\delta/d_{FH} \leq 0.01$ 时（ δ ——壁厚， d_{FH} ——周长的中径）可看作是薄壳。对实际采用的径向变形 $\Delta \leq 0.01 F_H$ ，利用一般的薄壳理论计算柔轮的变形状态已足够精确。

当传动承受工作载荷时，上述波发生器所产生的变形形状是变化的。对于自由变形波发生器，这种变化是很重要的，并应在设计传动时充分考虑。图 1.3 表示对柔轮作用扭矩时，利用双滚轮波发生器的柔轮初始变形形状变化的大概图形。很明显，在与波发生器反向旋转的每个滚子后面，产生一个增大柔轮径向变形的区域，形成齿的全齿高接触区域；无疑，这是有益的。但是，在滚动的滚轮前面弹性曲线的初始曲率发生急剧的变化，甚至引起曲率符号的改变，对柔轮强度产生不良影响。

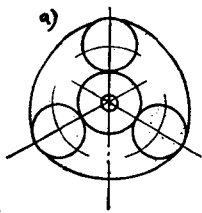


图1.2 波形传动行星式波发生器的形式

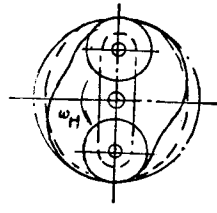
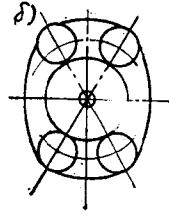


图1.3 在载荷下柔轮形状的畸变

此时，应注意到变形的实际形状与很多因素有关；如载荷力矩的数值和稳定性、发生器的转速、滚轮直径、柔轮的长度及其连接方式、发生器本身的刚性、柔轮壁厚和啮合间隙等等。

采用凸轮式波发生器时，柔轮变形的形状最稳定。这时，初始变形形状的改变只有在柔性轴承中存在间隙、滚动体和环的接触变形以及柔轮轮壁拉伸时才有可能。

波发生器凸轮轮廓应符合所采用的啮合几何关系，并保证所要求的传动性质。但是，由于工艺上的困难，制造具有要求精度的任意轮廓形状的凸轮常常是不可能的，虽然在原则上可研制加工任何轮廓形状凸轮的专用设备，或者为专门生产波形减速器选择和制造这种设备亦是合理的。因而，解决相反的任务引起了特殊的兴趣；即选择所采用的发生器凸轮轮廓形状时要考虑到工艺条件和这种轮廓形状所要求的综合波形传动的啮合要素。根据这种观点，有可能制作成不需要专用设备来加工凸轮的波发生器，这对任何机械制造企业都是可行的。

作为工业上可能提供的轮廓是外摆线形状或长短幅圆外旋轮线形状，这些轮廓形状可用某些简单的方法得到。

在插齿机上用圆盘状插刀范成插削法。图 1.4 表示形成凸轮轮廓形状的图形。相对回转轴安装偏心为 e 的圆盘形插刀围绕着凸轮运动，而凸轮绕其自身轴线旋转。刀具的角速度 ω_n 和凸轮毛坯的角速度 ω_k 之比由机床运动保证，并等于变形波数 i ，即

$$i = \frac{\omega_n}{\omega_k} = j \quad (1.1)$$

偏心率等于柔轮的径向变形 ($\Delta = e$)，加工过程是在固定的中心距 a_0 下进行。被加工的凸轮轮廓方程用参数方程表示如下：

$$\left. \begin{aligned}
 x_h &= \left(r_n \frac{b - e \cos \varphi_n}{\sqrt{b^2 + e^2 - 2be \cos \varphi_n}} + e \cos \varphi_n - a_o \right) \cos \varphi_h \\
 &\quad - \left(-r_n \frac{e \sin \varphi_n}{\sqrt{b^2 + e^2 - 2bc \cos \varphi_n}} + e \sin \varphi_n \right) \sin \varphi_h; \\
 y_h &= - \left(r_n \frac{b - e \cos \varphi_n}{\sqrt{b^2 + e^2 - 2be \cos \varphi_n}} + e \cos \varphi_n - a_o \right) \sin \varphi_h \\
 &\quad + \left(-r_n \frac{e \sin \varphi_n}{\sqrt{b^2 + e^2 - 2be \cos \varphi_n}} + e \sin \varphi_n \right) \cos \varphi_h
 \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

对双波发生器 $b = a_o/3$ 和 $\varphi_n = -2\varphi_h$, 中心距按下式计算:

$$a_o = \frac{d}{2} + \Delta + r_n - e$$

当 $e = \Delta$ 时,

$a_o = \frac{d}{2} + r_n = r + r_n$, 此处 d 和 r —— 未变形柔性轴承的内径和半径。

将上述关系代入式 1.2 中, 得到

$$\left. \begin{aligned}
 x_h &= \left[r_n \frac{\frac{1}{3}(r + r_n) - \Delta \cos 2\varphi_h}{\sqrt{\frac{1}{9}(r + r_n)^2 + \Delta^2 - \frac{2}{3}(r + r_n)\Delta \cos 2\varphi_h}} \right. \\
 &\quad \left. + \Delta \cos 2\varphi_h - (r + r_n) \right] \cos \varphi_h + \left[\Delta \sin 2\varphi_h \right. \\
 &\quad \left. - r_n \frac{\Delta \sin \varphi_h}{\sqrt{\frac{1}{9}(r + r_n)^2 + \Delta^2 - \frac{2}{3}(r + r_n)\Delta \cos 2\varphi_h}} \right] \sin \varphi_h; \\
 y_h &= - \left[r_n \frac{\frac{1}{3}(r + r_n) - \Delta \cos 2\varphi_h}{\sqrt{\frac{1}{9}(r + r_n)^2 + \Delta^2 - \frac{2}{3}(r + r_n)\Delta \cos 2\varphi_h}} \right. \\
 &\quad \left. + \Delta \cos 2\varphi_h - (r + r_n) \right] \sin \varphi_h + \left[\Delta \sin 2\varphi_h \right. \\
 &\quad \left. - r_n \frac{\Delta \sin 2\varphi_h}{\sqrt{\frac{1}{9}(r + r_n)^2 + \Delta^2 - \frac{2}{3}(r + r_n)\Delta \cos 2\varphi_h}} \right] \cos \varphi_h
 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

表达式 (1.3) 是当半径为 b 的圆沿着 $r_n = 2b$ 的圆滚动时, 用点 O_o 描述的 (图 1.4) 长短幅圆外旋轮线等距曲线方程。

当 $j = 2$ 时, 外摆线与椭圆重合。在方程 (1.3) 中, φ_h 是包络参数。

图 1.5 是利用被加工凸轮的行星运动进行磨削，从而形成凸轮轮廓形状的布置图。安装在构件 B 上的凸轮毛坯相对轴 O_b 以偏心 e 进行行星运动。此时，对于 $j = 2$ 毛坯的绝对角速度 ω_b 比构件的回转角速度 ω_B 小一半。构件 K 和 B 的这种旋转速度关系由齿轮 1、2、3。

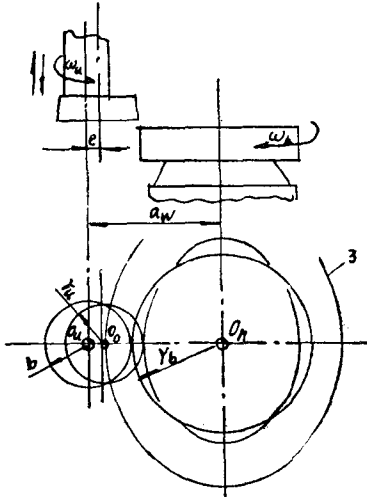


图 1.4 用圆盘状插刀范成法加工凸轮轮廓

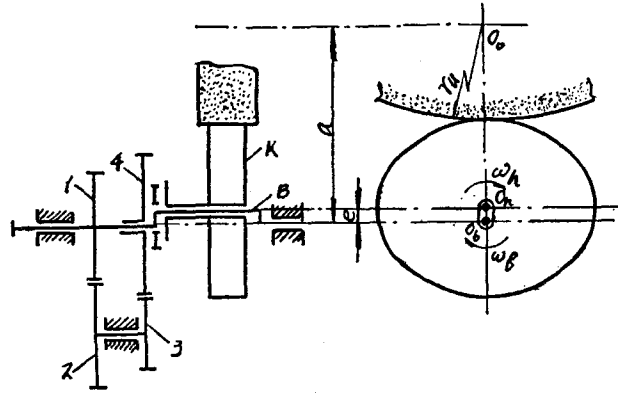


图 1.5 在外圆磨床上加工凸轮轮廓形状

4 组成的齿轮传动保证，此时 $z_1 = z_2$ ， $z_4 = 2z_3$ 。齿轮 4 藉助十字形联轴节与凸轮毛坯连接，凸轮相对轴 O_b 的偏心 e 等于所要求的柔轮径向变形 Δ 。利用半径为 r_m 的砂轮磨削到所要求的中心距 a 。对于双波发生器凸轮轮廓参数方程表示如下

$$\left. \begin{aligned} x &= [ac + g(c + 2)] \cos \varphi \\ y &= [ac + g(c + 2)] \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

式中 $c = 1 - \frac{r_x}{\sqrt{a^2 + 2ag \cos 2\varphi + g^2}}$

$g = \Delta / 3$ ； $a = r_x + r$ ；

φ ——包络参数；

$r = 0.5d$ ——柔性轴承内径。

如果用车削方法制造凸轮，在表达式 (1.4) 中采用 $r_x = 0$ ， $a = r$ ，则得到：

$$\left. \begin{aligned} x &= (r + \Delta) \cos \varphi \\ y &= (r - \Delta) \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

公式 (1.5) 是椭圆（外摆线）的参数方程式。

表 1.1 列出不同型式波发生器的合理使用范围。很明显，对于一般机械制造的各个领域，使用凸轮式波发生器将获得最大的益处，因此本书推荐具有凸轮式波发生器的波形齿轮传动的设计和计算方法。

2. 柔轮的壁厚

根据保证法向弯曲应力（考虑到轮齿弯曲的应力）和扭转应力的等强度储备条件，合理选择柔轮壁厚。

分析时引入柔轮壁厚系数，

$$\theta = \frac{\delta}{m_y} \quad (1.6)$$

表1.1 各种型式波发生器的应用范围

发生器型式	工作区域的变形形状	合理应用范围
对双波传动的双滚轮波发生器 对三波传动的三滚轮波发生器 对双波传动的四滚轮波发生器	等于集中应力作用下的变形, 集中力数目等于变形滚轮的数目	当载荷波动不大, 和波发生器转速受安装滚轮的轴承极限转速限制时, 用于不重要的, 低精度的和小负载的传动
多滚轮波发生器	(弹性曲线的曲率半径方向不变化的)任何变形形状	在保证轴承的滚动部件工作性能时, 用于大型传动装置, 此时应用圆盘式和凸轮式(具有柔性轴承)发生器往往是不合理的, 或不可能的
圆盘式波发生器	变形圆弧中心在滚轮的轴线上	动力传动惯性小的减速器和增速器(当保证圆盘的轴承部件工作能力时)在小批量和单件生产中占优势 随动系统中惯性小, 精密传动的减速器和增速器
具有柔性轴承的凸轮式波发生器	模拟集中力系统作用大的柔轮变形 外摆线(当 $j = 2$ 时为椭圆)或长短幅圆外旋轮线	动力传动和在稳定与变动载荷作用下长期工作的可逆传动。在大批量生产中适合采用专用设备加工凸轮的外形轮廓, 在单件生产中用样板加工凸轮的外形轮廓 对小惯量无要求的精密传动和仪表传动 在一般机械制造中使用的传动, 可用通用设备小批量加工凸轮
进星式波发生器	等于集中力作用下的变形	当负载摆动不大时, 用于小负载周期性工作的不重要的传动中

式中 δ ——齿圈下的壁厚, m_y ——假想模数。

当圆柱薄壳弯曲时, 在环状方向向上单位长度区域的弯曲力矩按下式计算:

$$|M| = DX \quad (1.7)$$

式中 $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$ ——薄壳的弯曲刚度;

μ ——普阿松系数;

X ——在所研究的垂直于薄壳轴的截面上曲率的变化。

在薄壳具有最大数值 X_{max} 处产生最大弯曲矩, X_{max} 按下式计算。

$$X_{max} = \frac{1}{r_{min}} - \frac{1}{r_{FH}} \quad (1.8)$$

式中 r_{FH} ——在所研究的截面中未变形柔轮的中线半径;

r_{min} ——变形后柔轮中线的最小曲率半径。

考虑到式 (1.8) 利用式 (1.7) 得到,

$$M_{max} = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)r_{FH}} \left(\frac{r_{FH}}{r_{min}} - 1 \right) \quad (1.9)$$

则: 薄壳壁上单位长度的应力是:

$$\sigma_x = \frac{M_{max}}{W_1} = \frac{6M_{max}}{\sigma^2} \quad (1.10)$$

此时按交变的法向应力计算强度储备等于

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\sigma} K_1 \lambda_{\sigma}} \quad (1.11)$$

式中 K_1 ——由于齿轮本身弯曲 σ_{σ} 增加的系数 (在最大载荷截面中);

λ_{σ} ——确定零件和试件疲劳极限关系的系数。

根据一系列研究, 可取平均值 $K_1 = 2$, $\lambda_{\sigma} = 1.5$ 。

在扭矩作用时 (考虑到沿周长分布的不均匀性) 在齿圈前部柔轮壁的截面中扭转应力为:

$$\tau_{\kappa\rho} \approx \frac{0.2 M_F}{\delta r^2 F_H} \quad (1.12)$$

这时, 可由下式求出强度储备 n_{τ}

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{\kappa\rho} \lambda_{\tau}}$$

式中 λ_{τ} ——零件和试件切向应力疲劳极限关系系数, 平均值取 $\lambda_{\tau} = 1.5$ 。

使 n_{λ} 和 n_{τ} 相等, 并考虑到 $\tau_{-1} \approx 0.56 \sigma_{-1}$, 当 K_1 , λ_{σ} 和 λ_{τ} 为上述平均值时, 得到 $1.2 \sigma_{\sigma} = \tau_{\kappa\rho}$ 。为在以下关系式中给出统一的形式, 我们引入关于柔轮径向变形系数的概念:

$$K_{\omega} = \frac{\Delta_{\max}}{m_y} \quad (1.13)$$

式中 Δ_{\max} ——柔轮在某个截面中的最大径向变形。当柔轮按长短幅圆外旋轮线变形时, 考虑到式 (1.9)、(1.10) 和 (1.12) 采取 $\mu = 0.3$ 时将有:

$$\frac{1.2 E \delta (1.5 E_F - K_{\omega}) K_{\omega}}{1.82 r_{FH} (0.5 E_F - K_{\omega})^2} = \frac{0.2 M_F}{\delta r^2 F_H} \quad (1.14)$$

根据确定变形传动尺寸和从动轴上力矩之间关系的简化关系式

$$M_F \approx 3 Z_j^2 m^3$$

对于 $j = 2$, 当 $E = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2$ 时由式 (1.14) 得到

$$\theta = \frac{\delta}{m_y} = 0.986 (0.5 Z_F - K_{\omega}) \times \sqrt{\frac{Z_F}{(1.5 Z_F - K_{\omega}) K_{\omega}}} \quad (1.15)$$

图 1.6 表示对 $K_{\omega} = 1$ (曲线 1) 的函数 $\theta = f(Z_F)$ 的图形。不推荐采用 $\theta < 1$ 的数值。当齿圈下柔轮壁厚小于柔轮内部光滑表面的模数时, 出现了棱并加大了应力集中, 因此在 $\theta < 1$ 区间图形用虚线表示。

对于实际计算, 可采用简化关系;

$$\theta = 0.01 Z_F \quad (1.16)$$

相应的函数曲线表示在图 (1.6) (曲线 2)。

利用 (1.16) 式计算柔轮的齿向应力强度储备比利用 (1.15) 式计算的小。

3. 波形齿轮传动的近似啮合

当利用具有长短幅圆外旋轮线等距曲线的轮廓形状的凸轮发生器时适合采用近似的啮合。同样, 对于其滚子中心在弯曲的余弦曲线上的双滚轮及多滚轮发生器也可采用这种近似啮合。

实际上感兴趣的是, 利用工艺渐开线齿廓来选择参数 使处于近似啮合状态的渐开线齿廓具有最小的非共轭性。

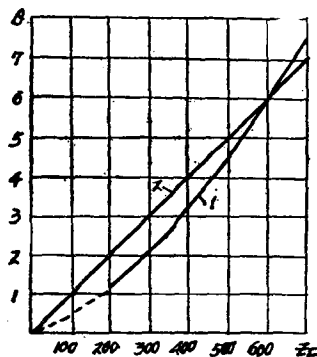


图 1.6 柔轮齿厚系数 θ

在综合设计时，基本任务之一是消除柔轮和刚轮在啮合过程中齿顶的干涉现象。

传动装置和轮齿的下列因素影响干涉的产生及其大小；刚轮和柔轮的齿数差 $Z_c - Z_r$ ；变形波数目 j ，原始齿廓的移距系数 x_r 和 x_c ；柔轮变形系数 K_o ；当柔轮从一端变形时用综合系数 ΔK_o 评定的柔轮母线最大翘曲。

根据 TOCT13755-68 和 TOCT9587-68，对于标准原始齿廓当 $\alpha = 20^\circ$ 时，齿数在 $100 < Z_r < 700$ 范围内按以下简单公式计算原始齿廓移距系数时，可得到所采用的齿形。

对具有外齿的柔轮

$$x_r = 3 + 0.01Z_r \quad (1.17)$$

对具有内齿的刚轮

$$x_c = x_r - 1 + K_o \frac{m_y}{m} + 5 \cdot 10^{-5} \cdot K_o^2 \cdot Z_r \quad (1.18)$$

式中 m 和 m_y ——啮合模数和假想模数。柔轮齿高按下式计算

$$h_r = m(h_o^* + c^* + K_r) \quad (1.19)$$

式中当保证轮齿啮入深度 $h_s = 1.4m$ 时， $K_r = 0.4$ ；当啮入深度 $h_s = m$ 时， $K_r = 0$ 。

图 1.7 是当 K_o 分别等于 0.8 和 1.0 两个数值时，具有 $Z_r = 100$ ， $j = 2$ ， $h_s = 1.4m$ ， $x_r = 4$ 和 $\theta = 1$ 的波形传动轮齿的共同工作图形。虚线表示柔轮齿顶对于刚轮相应轮齿的运动轨迹。由图可见，当 $K_o = 0.8$ 时发生轮齿干涉，齿形只在接近柔轮齿顶部边缘的一点上接触。

当圆柱状柔轮一端变形时，在其每个与回转轴线相垂直的截面 P 上将产生不同的径向变形，此变形由本身的 K_o 值表征（图 1.8）。假设在轴向截面上柔轮初始圆柱表面的母线在变

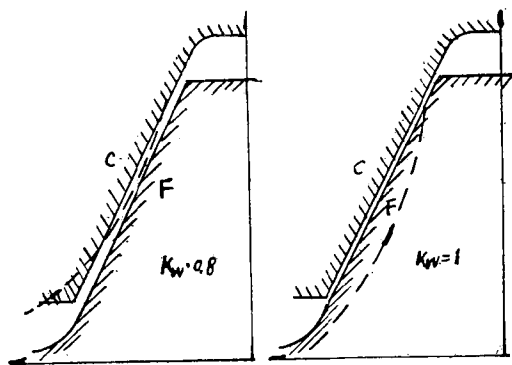


图 1.7 各种变形系数柔轮和刚轮齿廓共同工作图形

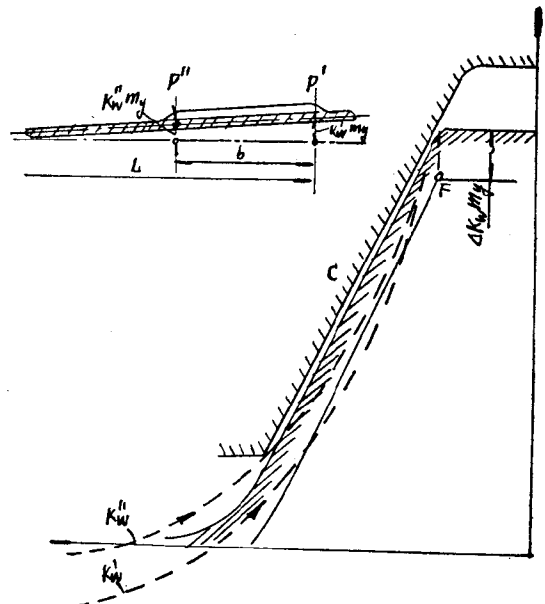


图 1.8 柔轮母线翘曲对轮齿边缘运动轨迹的影响

形时保持直线形式，则根据图 1.8 可确定 P' 和 P'' 中每个截面的 K_o 值之间的关系，即：如在截面 P' 、 K_o' 成立，则截面 P'' 处的 K_o'' 值可由表达式求出：

$$K''_0 = K'_0 \frac{L-b}{L} = K'_0 \left(1 - \frac{b}{L}\right) \quad (1.20)$$

这里： L ——截面 P 到母线绕其转动的假设点之距离； b ——齿长。考虑到母线的弯曲，用 $\Delta K_0 = K'_0 - K''_0$ 表示，得到：

$$\Delta K_0 = K'_0 \frac{b}{L} = K'_{0g} \frac{d_f}{L} \mu_0 \quad (1.21)$$

式中 $g = b/d_f$ ——齿圈宽度系数； μ_0 ——考虑到柔轮母线弯曲的系数，决定于柔轮光滑部分壁厚 δ 与齿圈部分壁厚之比（参看图1.5）。

当截面 P' 为 K'_w 时无干涉现象，在截面 P'' 为 K''_w 时也无干涉现象。为保证这个要求必须 $\Delta K < [\Delta K_w]$ 。

图 1.9 a 和 b 表示利用近似曲线计算的两种啮入深度的极限数值 $[\Delta K_w]$ 。在设计传动时，可以采用这些数值。给出系数 g 和比值 d_f/L 就有选择数值 $K_0 = K'_0$ 的可能。

从图 1.8 同样可看出，当无齿顶干涉时，在截面 P' 和 P'' 中柔轮 (F) 的齿相对刚轮 (C) 的齿是怎样运动的。

过去某些资料上考虑到传动置装的啮合允许齿顶有某些干涉。但是这些传动置装的实验表明，设计有干涉导致润滑油的混浊、堵塞，有时甚至引起柔性轴承的破坏。此外，当有工作载荷时，由于零件的变形和间隙的缩小使干涉增大并导致齿顶卡住，这首先引起传动装置正常工作的破坏。

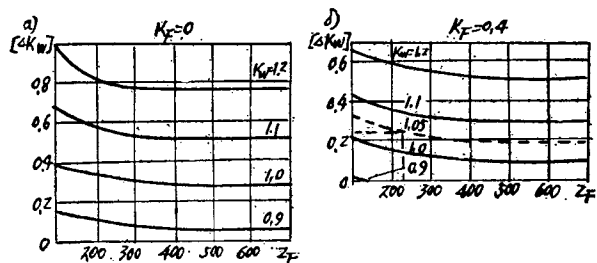


图 1.9 许用径向变形系数 $[\Delta K_w]$ 的确定，例 $K_F = 0.4$ ；
 $Z_F = 224$ ； $K_w = 1.05$ ； $[\Delta K_w] = 0.24$

因为由于零件制造误差和传动装置

装配误差，在一个啮合区域开始卡住，而不是在全部啮合区域同时卡住，那么这时由于零件的弹性变形就迫使一个波的变形消失。（即双波传动变成单波传动，三波传动变成双波传动）。

这种状态是不稳定的。于是传动又恢复到初始状况但立刻重新出现轮齿卡住，并如此循环下去。

上述现象称为轮齿的滑移。在非刚性结构中甚至在很小载荷时都产生滑移现象（例如在双滚轮波发生器的传动装置中）。问题是为了设计传动装置，如符合于 $\Delta K_0 < |\Delta K_0|$ 的条件，要采用什么样的数值 $K_0 = K'_0$ ，需要作专门验算。

随着 K_0 值增大，传动的干涉储备增加，同时载荷作用下轮齿能同时接触的圆弧部分减少。像在 $2C-F-h$ 型式传动装置中一样，当 $L \rightarrow \infty$ 时， $\Delta K_0 \rightarrow 0$ ，在同样的干涉储备时，可采用小的 K_0 值这样当 $\Delta K_0 = 0$ 和 $h_s = m$ 时， K_0 可取这样的数值，在此数值时在相当大的弧长上轮齿间隙可保持与齿廓的制造公差带相当，甚至在不大的载荷时有大量的轮齿对数同时接触。

同时在最大变形对称轴以外的区间上接触区域的分布与齿的滑移速度增加有关，因而与啮合的摩擦功率增加有关。这引起传动效率的降低，并至少在传动装置工作初期加速齿的磨损。

对最佳动力传动，选择 $h_s = 1.4m$ ($K_F = 0.4$) 和 K_0 能被 0.5 除尽是合适的，在 $0.9 <$

$K_0 < 1.2$ 范围内具有干涉储备 $[\Delta K_0] - \Delta K_0 \geq 0.12$ 。对双滚轮式发生器这个储备量应增加到两倍。

对于运动传动和小载荷传动，采用小的啮入深度 $h_s = 1 \text{ m}$ 和 $0.7 < K_0 < 1$ 是合适的，其干涉储备量 $[\Delta K_0] - \Delta K_0 = 0.03 \sim 0.05$ 。

同样要考虑到：增加 K_0 导致柔轮壁上的应力按正比例增加，因此，选择 K_0 的最大值应有严格的根据。

根据上述原则，可得出具有近似啮合的波形传动几何计算方法的顺序。作为原始数据必须知道：1) 传动的运动图；2) 传动比 i ；3) 变形波数 j ；4) 传动装置的功用；5) 由强度计算得到柔轮分度圆直径 d_F ；6) 系数 g 的推荐值；7) 假定的比值 d_F/L 。

这些数据能计算下列参数值：

1) Z_F 和 Z_C ；

2) $m_{\text{推荐}} = \frac{d_{\text{推荐}}}{Z_F}$ (按ГОСТ 9563-60**模数 m 选择其最接近的大数值。或者，如它与标准模数相差不大于10%，可选择其最接近的小数值)；

3) $d_F = mZ_F$ 和 $d_C = mZ_C$ ；

4) $\theta = 0.01Z_F$ ；

5) ΔK_0 和 K_0 —— 利用图 1.9 得到；

6) x_F 和 x_C —— 按公式 (1.17) 和 (1.18) 计算

$$m_y = \frac{m(Z_F + 2x_F - h_a^* - c^* - \theta)}{Z_F} \quad (1.22)$$

进一步计算；

柔轮齿顶圆直径；

$$d_{aF} = d_F + 2(x_F + K_F)m; \quad (1.23)$$

柔轮齿根圆直径

$$d_{fF} = d_F + 2(x_F - h_a^* - c^*)m; \quad (1.24)$$

刚轮齿顶圆直径

$$d_{aC} = d_C + 2(x_C - h_a^*)m; \quad (1.25)$$

刚轮齿高，当用齿数为 Z_0 的插齿刀插齿时，

$$h_c = a_0 - \frac{d_{aC} - d_{a0}}{2} \quad (1.26)$$

式中 $a_0 = \frac{m(Z_C - Z_0)\cos\alpha}{2\cos\alpha_0}$ —— 机床啮合中心距

同样，机床啮合角的渐开线函数。

$$\text{inv } \alpha_0 = \frac{x_C - x_0}{Z_C - Z_0} 2\text{tg } \alpha + \text{inv } \alpha;$$

插齿刀原始齿廓移距系数

$$x_0 = \frac{d_{a0}}{2m} - \frac{Z_0 + 2h_{a0}^*}{2}$$

此处 h_{a0}^* —— 插齿刀齿顶高系数，符合 TOCT9323-60* 或 TOCT10059-62* 标准； d_{a0} —— 按 TOCT 标准采用的插齿刀齿顶圆直径（或对于一定磨损程度的插齿刀测量的直径）。

应遵守以下条件：

$$h_c \geq (h_a^* + c^* + K_F) m \quad (1.27)$$

当刚轮齿数 $Z_c < 250$ 和采用磨损不大的具有小的齿数 Z_0 的插齿刀时, 可不满足条件 (1.27)。这时允许柔轮齿顶和刚轮齿根之间的径向间隙减少到 0.1, 即

$$h_c \geq (h_a^* + c^* + K_F - 0.25) m \quad (1.28)$$

刚轮齿根圆直径计算公式:

$$d_{fc} = d_{ac} + 2h_c \quad (1.29)$$

当采用标准柔性轴承凸轮式波发生器时, 柔性轴承的内径和外径是计算柔轮、刚轮以及凸齿尺寸的基本参数。由全苏轴承工业科学研究院拟订和推荐采用的柔性轴承资料列于表 1.2。

表1.2 柔性轴承参数 (图3.3) 毫米

代号	d	D	B	r	D _w	代号	d	D	B	r	D _o
1000806	30	42	7	0.5	3.969	830	150	200	30	1.0	19.05
2000808	40	52	8	0.5	4.500	836	180	240	35	1.5	22.225
809	45	62	9	0.5	5.159	844	220	300	45	2.5	28.575
812	60	810	13	0.5	7.144	848	240	320	48	2.5	28.575
815	75	100	15	1.0	9.128	860	300	400	60	2.5	36.513
818	90	120	18	1.0	11.113	862	310	420	70	2.5	36.513
822	110	150	24	1.0	14.228	872	360	480	72	3.5	44.450
824	120	160	24	1.0	14.288						

注: 1. 滚珠数目 $Z_w = 23$ (对轴承 200806 和 200808, $Z_w = 21$)

2. 极限转速: 对轴承 1000806~1000818, 3000 转/分;

对轴承 100822~100036, 1500 转/分; 其余轴承 1000 转/分。

对于所分析的情况, 利用标准柔性轴承能使一系列计算关系简化, 并可建立简捷的计算公式。将公式 (1.17) 和 (1.16) 中的参数 x_F 和 θ 代入公式 (1.22) 得到:

$$m_y = m \left[1.01 + \frac{6 - 2(h_a^* + c^*)}{Z_F} \right] \quad (1.30)$$

用其它几何参数表示柔轮内径大小, 此内径等于柔性轴承外径 D 。

$$D = 2r_{Fh} - \delta = m_y Z_F (1 - 0.01) = 0.99 m_y Z_F$$

因此

$$m_y = D / 0.99 Z_F \quad (1.31)$$

由式 (1.30) 和 (1.31) 得到:

$$m = \frac{D}{0.99 [1.01 Z_F + 6 - 2(h_a^* + c^*)]} \quad (1.32)$$

从传动的设计计算已知柔轮的分度圆直径和确定初步模数数值 $m_{npenn} = \frac{d_{FII} p e g B}{Z_F}$ 后, 可以列出条件:

$$D \geq m_{npenn} \cdot 0.99 [1.01 Z_F + 6 - 2(h_a^* + c^*)] \quad (1.33)$$

式中 h_a^* 和 c^* ——对给定模数 m_{npenn} , 可按 ГOCT 13755-68 或 ГOCT 9587-68 标准选取。

根据式 (1.33) 由表 (1.2) 选取对 D 接近的柔性轴承后, 再按公式 (1.32) 精确计算啮合模数。假如此时模数 m 不符合所取的 h_a^* 和 c^* , 则应按 ГOCT 标准模数选取相应的 h_a^*

和 c^* 数值,并按公式(1.32)重新计算模数 m 。最后采用其邻近的较大的标准模数。此外如与计算值之差不大于10%时,亦可选取其邻近的较小模数。相应所取模数的柔轮齿数由公式(1.31)求出,公式(1.31)可变换成如下形式:

$$Z_f = D/m - 0.99[6 - 2(h_a^* + c^*)] \quad (1.34)$$

最后采用最接近的小的整数齿数 Z_f (希望是偶数)。选择模数 m 和齿数 Z_f 后,修改传动比和利用公式(1.23)~(1.29)计算柔轮的其余参数,然后再计算刚轮的参数。同样计算柔轮壁厚系数 θ 的实际数值应等于或大于1并在图(1.6)的曲线1和2之间。

基于利用大移距系数的标准原始齿廓建立的啮合几何关系保证了轮齿良好的工作条件,当制造的凸轮式波发生器形状使柔轮径向变形较小时,实际上没有任何磨损。

同时,采用标准原始齿廓实质上限制了实现没有任何干涉形成的啮合区域,因此,推荐的几何关系在刚轮齿顶和柔轮齿根处的过渡曲线有某些干涉。

这个干涉随着轮齿齿数的增加而增大,并随着径向间隙系数的增加和轮齿原始齿廓的曲率半径减少而减少。

当柔轮硬度比刚轮硬度大时,由于在传动装置工作初期,干涉在刚轮轮齿的齿顶边缘出现,无关紧要的挤压不影响今后传动的工作。

二、波形齿轮传动主要零件的强度和寿命计算

1. 工作性能指标

对波形传动使用的观察和实验研究表明,其工作能力的破坏由下列基本因素决定;轮齿的磨损,柔轮的疲劳破坏,柔性轴承环和保持器的疲劳破坏,柔性轴承环的滚道表面和滚动体表面的剥落以及轴承外环和柔轮接触中的塑性变形、磨损和摩擦。

在圆盘式波发生器的传动装置中同样可能产生圆盘的轴承损坏,柔轮和衬环的接触表面卡死或擦伤。

设计啮合时,采用以下工作能力条件:

$$P_{max} \leq [P] \quad (2.1)$$

式中 P_{max} ——最大承载轮齿的最大接触压力;

$[P]$ ——许用压力。

当齿数差等于2(或3时),进入啮合时轮齿的滑动速度最小,一般不超过0.5米/秒。但是甚至在这样小的速度时,不大的压力亦可引起轮齿的磨损。

在 $u_{ch} = 0$ 时,许用压力与轮齿最大接触压力比较需引入一个速度系数 K_v ,根据传动中齿的平均滑动速度,此系数允许选择 $[P]$,即取

$$[P] = [P'] K_v \quad (2.2)$$

式中 $[P']$ 为当啮合区域平均滑动速度 $v_{ch} = 0.1$ 米/秒时,在变形波的顶部最大承载轮齿的许用接触应力。

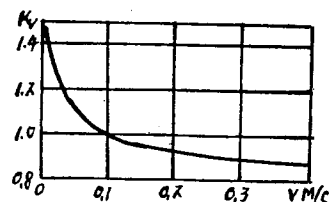


图2.1 速度系数 K_v

图2.1中表示具有凸轮波发生器和所推荐的啮合几何关系的波形齿轮传动的钢制齿轮的

K_0 值。

当作用的静应力严重超过极限值时，由于很大的过载柔轮本身可能破坏，同样，由于旋转发生器的力矩使加载柔轮谐波变形时而产生的局部交变应力超过柔轮的疲劳极限，柔轮本身也可能破坏。

在这些情况下，柔轮工作能力条件可用以下形式表示：

$$n_{ocr} \approx n_{cr} \geq n_{cr} \quad (2.3)$$

或

$$n_{or} \approx n_{r} \geq n_r \quad (2.4)$$

式中 n_{ocr} 和 n_{cr} ——法向和切向的静应力强度储备；

n_{or} 和 n_r ——局部法向和切向交变应力的疲劳强度储备；

n_{cr} 和 n_r ——在静应力（稳定的应力）和交变应力作用下强度储备的最小允许数值。

当最大弯曲应力超过环的疲劳极限时，柔性轴承外环发生破坏。由于这个缘故，保证外环强度条件（与柔轮相似）可写成以下形式：

$$n_{or} \geq n_r \quad (2.5)$$

柔性轴承的滚动体和内环滚道的接触破坏与内环的局部承载性质和交变接触应力的作用有关。

与普通滚动轴承相同，柔性轴承工作的条件有：

$$C \leq |C| \quad (2.6)$$

式中 C 和 $|C|$ ——动力承载能力及其许用数值。

对柔轮单向变形传动、特点是沿着柔性轴承外环的端面边缘出现柔轮的塑性变形，此塑性变形的出现与柔性轴承的刚度有关。采取一些结构措施，包括在轴承外环表面上形成斜面（图3.36）可防止上述现象。

2. 具有近似啮合的波形齿轮传动的设计计算

当给出运动特性，作用载荷的形式和大小数值时，设计计算首先要计算传动的尺寸。对钢制轮的传动装置零件的大概尺寸可根据各种类型波形传动的综合知识得到的简化关系式计算：

$$d_f \approx 0.7\sqrt{M} \quad (2.7)$$

式中 M ——低速环节上的力矩，公斤—厘米。

d_f ——柔轮分度圆直径，厘米。

以下进行详细的设计计算。

由图 2.2 可看出，当单向变形时，圆柱母线对其轴线倾斜。在 $\varphi = 0$ 区域位置的变化由角 ϵ_0 确定。角 ϵ_0 由下式求出：

$$\operatorname{tg} \epsilon_0 = \frac{K_0 m_y}{L} = \frac{K_0}{K_L \cdot Z_f} \quad (2.8)$$

式中 L ——给定的 K_0 截面到其末端的柔轮长度；

$K_L = L/d_{fH}$ ——柔轮长度系数。

这时，柔轮和刚轮轮齿表面母线之间的夹角（对 $\varphi = 0$ ）

$$\beta \approx \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \epsilon_0 \sin \alpha_f = \frac{K_0 \sin \alpha_f}{K_L Z_f} \quad (2.9)$$

式中 α_f —— $d = m(Z_f + 2x_f)$ 圆柱上的齿形角。

对 $x_p = 3 + 0.01 Z_p$, 角 α_p 按下式计算:

$$\cos \alpha_p = \frac{0.47 Z_p}{0.51 Z_p + 3} \quad (2.10)$$

随着极角 φ 增大, 角 β 减小, 当 $\varphi = 22^\circ$ 时, 角 $\beta = 0$ 。角 φ 的继续增大将引起轮齿在相反方向的翘曲, 当 $\varphi = 45^\circ$ 时角 $\beta \approx -\beta$ 。

加载前柔轮和刚轮轮齿接触的假想图形将其顶圆表面展开成平面表示在图 2.3a。

当 $K_o \approx 1$ 和采用近似啮合时, 只有靠近变形顶部的齿(当 $\varphi = 0$) 沿端部边缘直接接触。其余所有的齿之间具有按接近线性规律增加的间隙 δ_i 。

加工作载荷 Q 后(见图 2.3b), 第一对齿变形, 其余的齿顺序进入工作状态。当全部轮齿的弹性变形的合力等于外力 Q 时, 轮齿变形停止。轮齿变形时, 已不仅在端部而是沿着齿长开始接触。此时, 载荷在全齿长上分布将是不均匀的。这种不均匀性可用理论系数估算:

$$\theta_{HP} = \frac{g_{max}}{g_{cp}} \quad (2.11)$$

式中 g_{max} ——轮齿单位长度上的最大载荷;

g_{cp} ——平均载荷。

g_{max} 的数值按下式求

$$g_{max} = C\Delta = Cl\beta \quad (2.12)$$

式中 Δ 齿顶在齿廓法向的变形;

C 轮齿的单位刚度;

l 轮齿变形后的接触长度。

平均单位载荷,

$$g_{cp} = \frac{p_n}{b} \quad (2.13)$$

式中 p_n ——轮齿接触时的法向力。

当 $l < b$ 和考虑到式 (2.12) 有:

$$p_n = \frac{g_{max}}{2} l = \frac{Cl^2\beta}{2}$$

则

$$l = \sqrt{\frac{2p_n}{C\beta}} \quad (2.14)$$

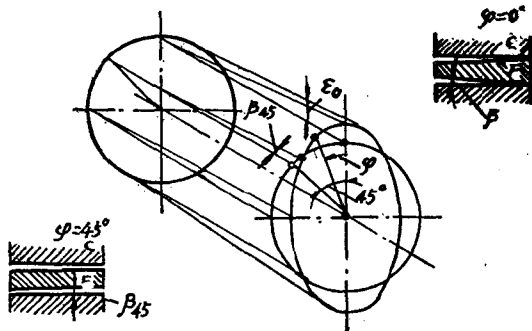


图2.2 柔轮和刚轮啮合时形成轮齿的翘曲

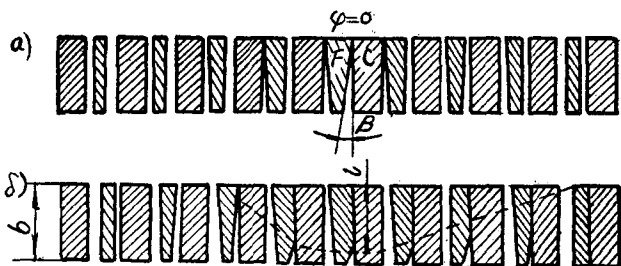


图2.3 加载后, 柔轮和刚轮轮齿相互作用图形