



高等数学

主 编 舒伟仁 姜 岚 刘 密
副主编 纪丰义 关 凯 刘玉蓉

东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/舒伟仁,姜岚,刘密主编. —沈阳:东北大学出版社,2000.9

(高等职业技术教育系列教材)

ISBN 7-81054-548-5

I. 高… II. ①舒…②姜…③刘… III. 高等数学—高等教育:技术教育—教材
IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 40539 号

内 容 简 介

本教材是高等职业技术教育系列教材中基础课教材之一,以基本概念、基本方法的掌握和灵活应用为重点,结合高职教育各专业学生的实际编写而成。全书共设 4 编 18 章,主要内容有:一元函数微积分编,包括预备知识、函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、积分的应用、常微分方程、无穷级数;多元函数微积分编,包括多元函数微分法及其应用、二重积分;线性代数编,包括行列式和矩阵、线性方程组;概率论与数理统计编,包括随机事件与概率、随机变量与数字特征、数理统计初步、正交试验设计等。书后附有积分表、常用数理统计表、常用正交表以及练习与习题答案。本书注重直观性和启发性,采用模块教学,使接口放宽,通俗易懂,便于自学。

本教材适用于高等职业技术教育各专业的高等数学教学,也可供大专及成人教育教学之用,还可作为数学教育与研究工作者和高职教育管理工作参考。

©东北大学出版社出版

(沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号 邮政编码 110006)

电话:(024)23890881

传真:(024)23892538

网址:<http://www.neupress.com> e-mail: neuph@neupress.com

铁岭新华印刷厂印刷

东北大学出版社发行

开本:787×1092 1/16

字数:739 千字

印张:29.625

印数:1~3500 册

2000 年 9 月第 1 版

2000 年 9 月第 1 次印刷

责任编辑:张德喜 王兆元 向 荣

责任校对:张淑萍 冯 伟

封面设计:唐敏智

责任出版:秦 力

定价:36.60 元

中国高等职业技术教育研究会东北分会

教材建设指导委员会

主 任：才庆魁 赵亚平

常务副主任：孔庆祥 单永治

副 主 任：(按姓氏笔画排序)

王文堂	王凤君	王树文	王 敏
由业诚	申殿和	刘永生	刘继伟
孙万祯	邢天才	李景波	杜 友
杨 军	周立鑫	林韧卒	范利敏
相如杰	徐晓平	耿国林	温景文
蔡学璞			

委 员：(按姓氏笔画排序)

王文焯	王建中	龙凤翔	乔冠芳
仲跻明	刘志军	刘瑞英	佟宝山
吴 献	张宝忠	张爱邦	郑志英
徐惠敏	贾卫华	高大彬	崔玉敏
常 江	常家树	韩 辉	蔡百周

编写说明

高等职业技术教育作为高等教育的重要组成部分，在我国高等教育面向 21 世纪的改革大潮中，正面临着大好的发展机遇，已成为社会关注的热点，其改革和发展的势头是前所未有的。为适应高职教育发展的需要，积极探索高职教学内容的改革，解决当前高职教材建设滞后、教材供应不足的问题，由中国高等职业技术教育研究会东北分会、沈阳大学和东北大学出版社共同组织编写了包括基础课和会计学、证券投资、饭店管理等专业的系列教材。

本系列教材编写的原则是：以教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》为指导，以培养适应生产、建设、管理、服务第一线需要的高素质、高技能应用型人才为目标，以培养学生的岗位技术应用能力为主线，以教学大纲为标尺。在编写过程中，借鉴了兄弟院校的成功经验，正确处理教材的科学性与实用性的关系、理论基础与实践能力的关系、基础课与专业课的合理衔接、高职教材与普通本专科教材的区别与联系，以及教材与实训（习题）的合理配套等多方面的关系，力求使本系列教材体现出以下特点。

1. 教材内容紧扣培养目标和业务规格要求。依据高职培养目标，构建新的课程体系，增加和强化与职业岗位（群）基本知识、操作技能有关的教学内容，增强岗位针对性，直接以职业岗位的专业实际理论和技能为例进行讨论和分析，学以致用。

2. 教材注重技术应用能力培养。教材注重学生实际能力、专业技术意识和服务意识的培养；以能力培养为中心，以应用、实用技

术知识为主线，强调应知、应会、应做，增强学生的专业技术应用能力和实际动手能力。

3. 基础理论以必须、够用为度。教材侧重应用性，尽可能删去不必要的繁杂理论推导，主要阐述如何做，而不过多阐述为什么这样做。

高等职业技术教育系列教材的编写，旨在深化高职教学内容改革，努力探索高等职业技术教育教学规律和办学特色。但由于经验不足，加之时间仓促，教材结构和内容不一定完全反映出组织者的初衷，会存在这样或那样的不足，敬请读者见谅和指正。

本系列教材适用于高职高专教育，也可作为成人教育及各种职业培训用书。

**中国高等职业技术教育研究会东北分会
教材建设指导委员会**

2000 年 7 月

前 言

为适应高等职业技术教育的发展,高职教材建设就成为一项迫在眉睫的工作。为此,根据几年来的教学实践,我们对高职高等数学教学进行了改革,本着“必须、够用和为专业服务”的思想,尽可能地结合各专业学生的实际需要精选内容,对定理或公式基本不予以严格的论证,把重点放在基本概念、基本方法的掌握和灵活应用上。除此之外,本教材在编写风格和形式上还注意突出高职特色。

1. 注重直观性、启发性。为了使概念教学具有直观性、启发性,本书采用了独特的“问题串”方式引入概念以及未予以证明的一些定理和方法,使抽象的数学概念直观化,便于对删去证明的定理得到直观的解释,同时还启发了学生的思维,分散了教学上的难点。

2. 采用模块式教学,使接口放宽。为了适应高职教育生源不同、专业较多的特点,使用本书可采用如下模块:

第Ⅰ模块:第0章及第一编和第二编。此模块可供职业高中或中等技术学校毕业生的工科类专业学生学习。

第Ⅱ模块:第一编及第三编。此模块可供经济类专业普通高中毕业生学习。

第Ⅲ模块:第0章,第一编及第三编。此模块可供职业高中或中等技术学校毕业生的经济类专业学生学习。

第Ⅳ模块:第二编至第四编。此模块可供普通高中工科类专业学生学习。

无论采用哪一种模块教学,教学时数不应低于108学时,且不超过150学时。

3. 便于自学,通俗易懂,保证大学专科教育水平。本书内容的叙述,尽量详细、通俗,不强调概念在数学上的严格定义,而突出其专业上的实际意义。

本书由舒伟仁、刘密和姜岚提供编写思路及方案,由舒伟仁、刘密、纪丰义和姜岚负责全书的修改定稿及统稿;舒伟仁、姜岚、刘密担任主编,纪丰义、关凯和刘玉蓉担任副主编;参加编写的人员有:姜洁:第0章;刘玉蓉:第1章,第8章,第9章;姜岚:第2章,第3章,第4章;祝丹梅:第5章,第6章;纪丰义:第7章,第11章;关凯:第10章;徐宏:第12章,第13章;付莹:第14章,第15章;刘密:第16章;黄光:第17章。

本书在编写过程中,参阅了相关著作,未能一一列出,在此谨向这些著作的作者们一并表示感谢。

由于我们水平有限,加之时间仓促,疏漏难免,敬请专家和广大读者不吝指正。

编 者

2000年7月

编写说明

前 言

第一编 一元函数微积分	1
第 0 章 预备知识	1
第一节 实 数	1
一、实数的概念	1
二、数轴与绝对值	1
练习 0-1	3
第二节 方 程	3
一、方程的一些基本概念	3
二、一元一次方程	3
三、一元二次方程	4
四、平面直角坐标系	4
五、直线方程	5
六、直线方程组	7
练习 0-2	8
第三节 不等式	8
一、一元一次不等式	9
二、一元二次不等式	10
练习 0-3	10
第四节 集 合	11
一、集合的概念	11
二、集合之间的关系	12
三、集合的运算	12
四、区 间	14
练习 0-4	15
第五节 三角函数	15
一、角的概念及角的两种度量制度	15
二、三角函数的定义和基本关系式	16
三、三角函数的诱导公式、加法定理及其推论	17
练习 0-5	20
第六节 数 列	20
一、和 式	20

二、数列的概念	21
三、等差数列	21
四、等比数列	22
练习 0-6	22
第七节 排列与组合	23
一、加法原理与乘法原理	23
二、排 列	24
三、组 合	24
练习 0-7	25
习题 0	25
第 1 章 函 数	29
第一节 函数的概念	29
一、函数的定义	29
二、函数的基本性质	30
三、反函数与复合函数	32
练习 1-1	33
第二节 初等函数	34
一、基本初等函数与初等函数	34
二、双曲函数与反双曲函数	37
练习 1-2	38
第三节 函数关系的建立	39
一、工程技术中函数关系的建立	39
二、经济分析中常见函数	40
练习 1-3	41
习题 1	42
第 2 章 极限与连续	44
第一节 极限的概念	44
一、数列及数列的极限	44
二、函数的极限	45
三、左极限和右极限	47
四、无穷小量与无穷大量	48
练习 2-1	49
第二节 极限的运算	51
一、极限的运算法则	51
二、两个重要极限	53
三、无穷小量的比较	55
四、函数的连续性	56
五、连续函数的运算与初等函数的连续性	58
六、函数的间断点	59
练习 2-2	59
习题 2	62

第 3 章 导数与微分	65
第一节 导数的定义	65
一、引入导数概念的实例	65
二、导数的定义	66
三、几个基本初等函数的导数公式	67
四、导数的几何意义	69
五、可导与连续的关系	70
练习 3-1	71
第二节 导数的运算	72
一、函数的和、差、积、商的导数	72
二、复合函数的导数	73
三、反函数的导数	74
四、隐函数的导数	75
五、高阶导数简介	76
练习 3-2	77
第三节 微 分	78
一、微分的概念	78
二、微分的几何意义	79
三、微分的运算	79
四、微分在近似计算中的应用	81
五、微分在误差估计中的应用	82
练习 3-3	83
习题 3	84
第 4 章 导数的应用	87
第一节 中值定理	87
练习 4-1	88
第二节 罗必达法则	89
练习 4-2	91
第三节 函数的单调性	92
练习 4-3	93
第四节 函数的极值	93
一、函数的极值及其求法	93
二、最大值、最小值及其求法	96
练习 4-4	98
第五节 曲线的凹凸性与拐点	99
练习 4-5	101
第六节 函数图形的描绘	102
一、水平渐近线与垂直渐近线	102
二、描绘函数图形	103
练习 4-6	104
第七节 曲 率	105

一、弧微分·····	105
二、曲率及其计算公式·····	106
三、曲率圆与曲率半径·····	107
练习 4-7 ·····	109
第八节 导数在工程技术中的简单应用·····	109
一、工程技术中的变化率问题·····	109
二、工程技术中最大值与最小值问题·····	110
练习 4-8 ·····	111
第九节 导数在经济分析中的应用·····	112
一、需求价格弹性·····	112
二、边际与边际分析·····	114
三、经济分析中最大值与最小值问题·····	116
练习 4-9 ·····	117
习题 4 ·····	118
第 5 章 不定积分 ·····	123
第一节 不定积分的概念与性质·····	123
一、原函数与不定积分的概念·····	123
二、基本积分表·····	124
三、不定积分的性质·····	125
练习 5-1 ·····	126
第二节 换元积分法·····	128
一、第一换元积分法 (凑微分法) ·····	128
二、第二换元积分法·····	131
练习 5-2 ·····	132
第三节 分部积分法·····	134
练习 5-3 ·····	137
第四节 积分表的使用·····	138
一、在积分表中可以直接查到的积分·····	138
二、经过变量代换后在积分表中可以查到的积分·····	139
三、用递推公式求积分·····	139
练习 5-4 ·····	140
习题 5 ·····	140
第 6 章 定积分 ·····	144
第一节 定积分的概念·····	144
一、定积分问题举例·····	144
二、定积分的概念·····	147
练习 6-1 ·····	148
第二节 微积分基本公式·····	150
一、变上限的定积分及原函数存在定理·····	150
二、微积分基本定理·····	152
三、定积分的性质·····	153

练习 6-2	155
第三节 定积分的换元积分法	157
练习 6-3	160
第四节 定积分的分部积分法	161
练习 6-4	162
第五节 广义积分	162
一、无穷区间上的广义积分——无穷积分	163
二、无界函数的广义积分——瑕积分	164
练习 6-5	167
习题 6	168
第 7 章 积分的应用	171
第一节 几何应用	171
一、已知切线斜率求曲线方程	171
二、直角坐标系下平面图形的面积	171
三、旋转体的体积	173
练习 7-1	174
第二节 积分在经济分析中的应用	176
一、由边际函数求原经济函数	176
二、由边际函数求最大值与最小值问题	179
练习 7-2	179
第三节 定积分的其他应用	180
一、变力沿直线所做的功	180
二、平均值、均方根	181
练习 7-3	183
习题 7	183
第 8 章 常微分方程	185
第一节 微分方程的一般概念	185
练习 8-1	186
第二节 可分离变量的一阶微分方程	187
练习 8-2	188
第三节 一阶齐次方程	188
练习 8-3	190
第四节 一阶线性方程	191
练习 8-4	193
第五节 一阶微分方程的几何应用	194
练习 8-5	195
第六节 一阶微分方程在其他学科上的应用	195
练习 8-6	197
第七节 可降阶的高阶微分方程	197
练习 8-7	199
第八节 二阶常系数线性微分方程	200

一、二阶常系数齐次方程解的结构	200
二、二阶常系数齐次方程的解法	201
三、二阶常系数非齐次方程解的结构与二阶常系数非齐次方程的解法	202
练习 8-8	204
习题 8	204
第 9 章 无穷级数	206
第一节 常数项级数的概念和性质	206
一、常数项级数的概念	206
二、无穷级数的基本性质	207
练习 9-1	208
第二节 常数项级数的审敛法	209
一、正项级数的收敛问题	209
二、任意项级数的审敛准则	211
练习 9-2	213
第三节 函数项级数、幂级数	214
一、幂级数的概念	214
二、幂级数的收敛性	215
三、幂级数的运算	216
练习 9-3	218
第四节 函数展开成幂级数	218
一、泰勒级数	218
二、间接展开式	221
练习 9-4	222
习题 9	222
第二编 多元函数微积分	225
第 10 章 多元函数微分法及其应用	225
第一节 空间直角坐标系与曲面方程	225
一、空间直角坐标系	225
二、空间两点间的距离公式	226
三、曲面方程	226
练习 10-1	229
第二节 多元函数的基本概念	229
一、多元函数的概念	229
二、二元函数的极限	231
三、二元函数的连续性	232
练习 10-2	232
第三节 偏导数	232
一、偏导数的定义及其几何意义	232
二、高阶偏导数	234

练习 10-3	235
第四节 全微分及其应用	235
一、全微分的定义	235
二、全微分在近似计算中的应用	237
练习 10-4	237
第五节 多元复合函数的导数	238
练习 10-5	239
第六节 隐函数求导公式	240
练习 10-6	241
第七节 多元函数的极值	242
练习 10-7	243
第八节 条件极值	244
练习 10-8	245
第九节 偏导数在最大、最小值问题中的应用	246
练习 10-9	247
习题 10	247
第 11 章 二重积分	249
第一节 二重积分的概念	249
一、曲顶柱体的体积	249
二、二重积分的定义	250
三、二重积分的性质	250
练习 11-1	251
第二节 直角坐标系中二重积分的计算	251
练习 11-2	255
第三节 二重积分的应用	255
一、空间立体的体积及平面区域的面积	255
二、平面薄片的重心	256
练习 11-3	258
习题 11	258
第三编 线性代数	259
第 12 章 行列式和矩阵	259
第一节 n 阶行列式	259
一、二阶和三阶行列式	259
二、 n 阶行列式的定义	262
三、 n 阶行列式的性质	263
练习 12-1	267
第二节 矩阵的概念	269
一、矩阵的定义	269
二、特殊矩阵	272
练习 12-2	273

第三节 矩阵的运算	273
一、矩阵相等	273
二、矩阵的加法	274
三、数与矩阵的乘法	274
四、矩阵的乘法	275
五、矩阵的转置	278
六、方阵的行列式	279
练习 12-3	279
第四节 矩阵的初等变换	281
一、消元法	281
二、矩阵的初等变换	282
练习 12-4	284
第五节 矩阵的秩	284
练习 12-5	287
第六节 逆矩阵	288
一、逆矩阵的定义及性质	288
二、逆矩阵的求法	289
练习 12-6	292
第七节 矩阵的应用举例	293
一、利用逆矩阵解矩阵方程	293
二、矩阵的应用	294
三、利用计算机求行列式的值和矩阵运算	295
练习 12-7	297
习题 12	297
第 13 章 线性方程组	300
第一节 线性方程组解的情况判定	300
练习 13-1	304
第二节 线性方程组的解	305
练习 13-2	307
习题 13	308
第四编 概率论与数理统计	310
第 14 章 随机事件与概率	310
第一节 随机事件	310
一、随机现象和随机试验	310
二、随机事件	311
三、样本空间	311
四、事件的关系与运算	312
练习 14-1	314
第二节 随机事件的概率	316
一、概率的统计定义	316

二、古典概型·····	317
三、概率加法公式·····	318
练习 14-2 ·····	319
第三节 条件概率与乘法公式·····	321
一、条件概率·····	321
二、乘法公式·····	321
练习 14-3 ·····	322
第四节 事件的独立性·····	323
一、事件的独立性·····	323
二、事件的独立性在可靠性理论中的应用·····	324
练习 14-4 ·····	326
习题 14 ·····	327
第 15 章 随机变量与数字特征·····	330
第一节 随机变量的概念·····	330
练习 15-1 ·····	331
第二节 离散型随机变量·····	331
一、分布律·····	331
二、几种常见的离散型分布·····	332
练习 15-2 ·····	335
第三节 连续型随机变量·····	337
一、分布函数·····	337
二、连续型随机变量的概率密度·····	339
练习 15-3 ·····	340
第四节 正态分布·····	342
一、正态分布·····	342
二、正态分布表·····	343
三、二项分布的正态近似·····	344
四、应用举例·····	344
练习 15-4 ·····	346
第五节 随机变量的数字特征·····	347
一、数学期望·····	347
二、方差·····	349
三、一些分布的数学期望和方差·····	350
练习 15-5 ·····	353
习题 15 ·····	354
第 16 章 数理统计初步·····	357
第一节 数理统计的基本概念·····	357
一、总体与样本·····	357
二、常用统计量及其分布·····	358
练习 16-1 ·····	360
第二节 参数估计·····	361

一、点估计·····	361
二、区间估计·····	365
练习 16-2 ·····	368
第三节 假设检验·····	369
一、假设检验的基本概念·····	369
二、参数的假设检验·····	371
练习 16-3 ·····	373
第四节 一元线性回归分析·····	374
一、一元线性回归方程·····	375
二、回归方程的显著性检验·····	377
练习 16-4 ·····	379
习题 16 ·····	380
第 17 章 正交试验设计 ·····	382
第一节 正交试验设计的基本方法·····	382
一、试验设计的基本概念·····	382
二、正交表·····	383
三、用正交表安排试验·····	384
四、试验结果的直观分析·····	386
练习 17-1 ·····	388
第二节 有交互作用的正交试验·····	388
一、因素间的交互作用·····	388
二、两列间的交互作用·····	389
三、有交互作用时试验方案的设计·····	389
四、试验结果的直观分析·····	390
练习 17-2 ·····	391
习题 17 ·····	392
附录 A 积分表·····	394
附录 B 常用数理统计表·····	403
附录 C 常用正交表·····	412
附录 D 练习与习题答案·····	418
参考文献·····	456

· 第一编 · 一元函数微积分

第 0 章 预备知识



在学习这部《高等数学》教材的过程中,经常要用到一些初等数学的基础知识。本部分将介绍一些必要的初等数学的知识,希望能给同学们提供一些帮助。

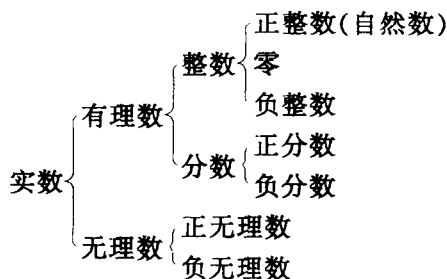
第一节 实数

由于本书研究的许多问题,如函数、线性方程组、概率等都是在实数范围内讨论的,所以,下面首先介绍与实数有关的一些基础知识。

一、实数的概念

实数由有理数和无理数组成。有理数是指有限小数(整数可看作小数点后面是 0 的小数)或循环小数,即能表示为两个整数相除形式的数,如:2 000, $-\frac{2}{7}$, 4.16×10^5 , $-1.121\ 121, \dots$; 无理数是指无限不循环小数,即不能表示为两个整数相除形式的数,如 $\sqrt{3}$, π , $2.718\ 2, \dots, \lg 5$ 等。

可以将所学的实数分类如下:



二、数轴与绝对值

规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。一般情况下,从左到右的方向为正方向。如图 0-1 所示。

数轴上的每一个点都对应一个实数。数轴上的原点对应数 0;原点左边的点对应负数;原点

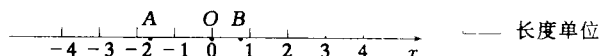


图 0-1 数轴示意图

右边的点对应正数。例如, A 点在原点的左边, 且 $|AO| = 1.5$, 那么 A 点对应数 -1.5 ; 又 B 点在原点的右边, 且 $|BO| = \frac{3}{4}$, 那么 B 点对应数 $+\frac{3}{4}$ 。反过来, 任何一个实数都对