麻荣永　著

水电站水库随机优化方法

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

水电站水库随机优化方法

麻荣永 著

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书在介绍随机方法的水文统计理论，水文过程及其随机模型，计算机随机模拟方法，及水库调度随机优化技术的基础上，提出水电站水库防洪库容的随机优化计算方法。即用随机动态规划对水库进行优化调度，得出优化调度曲线；以此调度曲线为放水决策，用概率演算法进行水库调节计算，求出水库蓄水概率曲线；再将汛期各月蓄水概率曲线划分若干蓄水位，作为调洪的起调水位，分别对不同频率的洪水进行随机调洪演算；最后通过概率组合得出洪水位概率曲线，并确定较合理的防洪库容。编制了计算程序，以广西某水库为实例，在 M—360 计算机上进行了计算。结果表明，该法求得 $P=0.1\%$ 的设计洪水位比原设计洪水位低 0.8m。据此，可以在不降低工程防洪标准的前提下，进一步挖掘现有水库潜力，提高兴利效益，或适当减小新建工程规模，降低工程投资，经济效益显著。

图书在版编目(CIP)数据

水电站水库随机优化方法/麻荣永著．
—北京：中国水利水电出版社，2000.12
ISBN 7-5084-0518-8

Ⅰ．水… Ⅱ．麻… Ⅲ．①水力发电站－水文－研究－随机法（水文）②水库－水文－研究－随机法（水文） Ⅳ．P333.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 75094 号

书 名	**水电站水库随机优化方法**
作 者	麻荣永 著
出版、发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号 100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sale@waterpub.com.cn 电话：(010)63202266（总机）、68331835（发行部）
经 售	全国各地新华书店
排 版	国土资源部河北地勘局测绘院印刷厂
印 刷	国土资源部河北地勘局测绘院印刷厂
规 格	850×1168 毫米 32 开本 8.5 印张 228 千字
版 次	2001 年 4 月第一版 2001 年 4 月第一次印刷
印 数	0000-1100
定 价	**22.00** 元

前　言

随机优化方法目前在国内外各个领域中的应用是十分广泛的，其应用前景十分广阔。在水文水资源和水库调度领域也是如此。但与国内其他领域相比，起步稍迟了一些；与某些国家相比，应用研究也不如他们广泛和活跃。因而很有必要结合多年调节水电站水库随机优化计算这一生产实例来介绍这一较新的技术。目前国内已有了随机运筹学、随机水文学等方面的专著。内容涉及到时间系列分析及其模型，水库随机优化调度。本书的侧重点在于介绍作者运用概率理论、数理统计方法、水文学知识和随机过程理论、计算机模拟技术和随机运筹学最优化技术等，对一个多年调节水电站水库进行优化调度，然后研究水库的蓄水规律和入库洪水的分期规律，进行随机调洪演算和概率组合计算，推求水库经济防洪库容、优化水库工程规模的过程及其研究成果。从应用的角度介绍了有关理论。

全书共九章。第一章介绍随机方法的水文统计基础；第二章介绍水文过程及其随机模型；第三章介绍计算机随机模拟方法；第四章介绍随机最优化技术；第五章介绍多年调节水库的随机优化问题及研究方法；第六章介绍水库月径流系列的随机模拟及水电站保证出力计算；第七章介绍水电站水库随机优化分析；第八章介绍水库蓄水规律与汛期洪水规律研究的概率演算方法；第九章介绍水库随机调洪演算及概率组合计算，推求水库经济防洪库容的方法。由于考虑水文和水库的随机性，因此，计算工作极其繁重，需编程由计算机来完成，本书均附有电算程序框图。

由于本书系统介绍了水电站水库随机优化方法的基本理论、基本概念和基本方法，详细介绍了算例研究的方法、步骤及其成果和电算程序框图，理论上不是很深，但应用性强。适合于水文水资源，水利水能规划研究人员和生产技术人员学习，也可作为大中专学校教师、研究生的教学参考书。

由于作者水平有限,研究和应用的深度和广度也显不够,加上时间仓促,书中错漏难免,敬请读者批评指正。

麻荣永

二〇〇〇年五月

于广西大学

目　　录

第一章　随机方法的水文统计基础

第一节　概　　述

建立数学模型、进行定量分析计算是近代工程,包括实验室模型技术的主要方法。其中也包含计算机模拟和优化技术。然而,不管模拟的精度如何,总是在一些理想化的假定或条件下进行预测或估算的。于是所获得的资料就未必能完全反映真实的情况。

在工程设计中,不管数据的可靠性如何,最后总要有所决策,显然这是在不确定条件下的决策,因而结果当然就不能完全置信。除了根据相似条件下的观测或模型实验的结果所推导出的数据,具有某种程度的不完善以外,许多与自然过程或自然现象有关的工程问题本身就具有随机的性质,当然是属于不确定性的,从而也就不能用确定的观点来处理。

上述的不确定性对于设计和规划的影响往往是不可忽视的。在工程设计中要对不确定性因素进行定量估算就要用到概率论的方法。此外,在不确定条件下进行工程系统的设计和规划必然承担着一定的风险,决策时还要求进行得失的权衡,所有这些都属应用概率论的范畴。

在工程中概率的应用是非常广泛的。从对信息的描述直至根据设计原理进行推算以及决策,许多情况下都应当从概率的角度来进行考虑。

水文现象是自然现象的一种,在其发生、发展和演变过程中,包含着必然性的一面,也包含着偶然性的一面。

对于必然现象,一般而言,通过物理成因分析,将描述现象的数学物理方程列出并求解,即可预测以后任意时刻的状态。例如,依据流域上降落的暴雨量和流域的前期湿润状况,通过暴雨洪水的成因分析,便可作出洪水过程的预报。在水文学中称水文现象

的这种必然性为确定性。通常用成因分析的方法来研究确定性的水文现象，建立水文现象的确定性模型就是基于这样的分析方法。

对于偶然现象，表面看来好像是“无规律”的，但是观察了大量的同类随机现象之后，还是可以看出其规律性。例如，河流上任一断面的年径流量，由于受到许多因素的影响，每年都不相同，所以是一种随机现象。但多年长期观察的结果却表明，年径流量的平均值即多年平均年径流量是一个趋近稳定的数值。又如，投掷一个硬币，出现正面或反面是一种随机现象，但多次重复投掷，就可以发现出现正面的频率(出现正面的次数与投掷总次数之比)会逐渐稳定于 1/2。可见随机现象仍然是有规律的。随机现象所遵循的规律一般叫做统计规律。

研究随机现象统计规律的学科称为概率论，而由随机现象的一部分试验资料去研究全体现象的数量特征和规律的学科称为数理统计学。概率论及数理统计学密切相联，数理统计学必须以概率论为基础，概率论往往把由数理统计所揭露的事实提高到理论的认识，从而丰富了自己的内容。因此，概率论和数理统计常常总称为统计数学。

由于水文现象具有一定的随机性，用数理统计方法来分析研究这些现象是符合实际的，是合理的。通常在工程水文计算中将数理统计这个词改称为水文统计。

工程水文计算中运用数理统计方法，不仅合理，而且也是必要的。例如，流域开发，首先需要搞清未来河流水量的多少，设计拦河坝、堤防需要知道未来时期河中洪水的大小。这些都要求对未来长期的径流情势做出估计。如果所建工程计划使用 100 年，那么就要对未来 100 年中径流情势做出估计。但是，由于影响径流的因素众多，难以基于必然现象的规律，应用成因方法对径流做出这样长期的时序定量预报，因而只能基于统计规律，运用数理统计方法对径流做出概率预估，以满足工程实际的需要。

本章讲述水文统计的基本知识，重点介绍概率论的基本概念和工程水文计算中常用的数理统计方法，以作为随机方法的基础。

第二节 概率的基本概念与定理

一、事件

事件是概率论中最基本的概念。所谓事件是指随机试验的结果。事件可以是数量性质的,即试验结果可直接测量或计算而得,例如,某河某断面处年径流量的数值,投掷骰子的点数,等等。但也可以是属性性质的,例如,天气的风、云、晴,出生婴儿的性别等等。

事件可以分为三类:

(1)必然事件。如果可以断言某一事件在试验中必然发生,就称此事件为必然事件。例如,洪水来临时,天然河流中的水位必然上升。

(2)不可能事件。在试验之前,可以断定不会发生的事件称为不可能事件。例如,洪水来临时,天然河流中的水位下降是不可能事件。

(3)随机事件。某种事件在试验结果中可能发生也可能不发生,这样的事件就称为随机事件。例如,某河某断面处下一年洪水期出现年最大洪峰流量可能大于某一个数值,亦可能小于某一个数值,事先不能确定,因而它是随机事件。

在研究随机事件时,要求各次试验中的基本条件保持不变,否则就试验结果的变化将不是单由随机因素所引起的随机变化。例如,在河流上游造了拦河大坝或在上游某处进行分洪,那么在采取这些措施的前后,在下游某处形成洪峰流量的基本条件就发生了变化。这种情况,需要进行特别的处理,才能把洪峰流量当作随机事件进行研究。

随机事件在试验结果中可能出现也可能不出现,但其出现(或不出现)可能性的大小则有所不同。为了比较这种可能性的大小,必须赋予一种数量标准,这个数量标准就是事件的概率。

二、概率

古典的概率定义用下式表示:

$$P(A) = \frac{m}{n} \tag{1-1}$$

式中　$P(A)$——一定条件下出现随机事件 A 的概率；

n——在试验中所有可能结果总数；

m——有利于 A 事件的可能结果数。

因为有利的可能结果数是介于 0 与 n 之间，即 $0 \leqslant m \leqslant n$，所以

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$$

对必然事件 $m = n$，$P(A) = 1$；对不可能事件 $m = 0$，$P(A) = 0$。

上述计算概率的公式，只适用于古典概型事件。所谓古典概型是指试验的所有可能结果都是等可能的，而且试验可能结果的总数是有限的。显然，水文事件一般不能归结为古典概型事件。在这种情况下，其概率如何计算呢？为了回答这一问题，下面将引出频率这一重要概念。

三、频率

对于不是古典概型的事件，只能通过试验来估计概率。设事件 A 在 n 次试验中出现了 m 次，则称

$$W(A) = \frac{m}{n} \tag{1-2}$$

W 为事件 A 在 n 次试验中出现的频率。

当试验次数 n 不大时，事件的频率有明显的随机性。例如，把 1 枚硬币投掷 10 次，正面可能只出现两次，于是出现正面的频率为 2/10 即 0.2；但是在另外投掷的 10 次中，正面可能出现 8 次，其频率为 8/10 即 0.8；当投掷次数 n 增至充分大以后，事件（出现正面）的频率就失去其随机性而显著地呈现逐步稳定的趋势，而且以微小的摆动接近一个常数 0.5。这一点已为一些统计学者经过大量试验得到证实，试验结果的资料列于表 1-1。

表 1-1　　　　　掷币试验出现正面的频率表

试验者	掷币次数	出现正面次数	频率
浦丰	4040	2048	0.5080
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12014	0.5005

这种频率稳定的性质，不断地为试验和人类的实践活动所证实，是从观察随机现象所得出的根本的规律性之一。在试验次数足够大的情况下，事件的频率与其概率之差会达到任意小的程度，也就是说，事件的频率和概率是十分接近的。在理论上和实践上给出频率和概率间的这种有机联系，具有巨大的实际意义。当事件不能归结为古典概型时，就可以通过多次试验，把事件的频率作为事件的概率近似值。一般将这样估计而得的概率称为统计概率或经验概率。

四、概率加法定理和乘法定理

以上我们已经介绍了直接地确定事件概率的方法。除了直接的方法以外，还常常采用间接的方法，即按照事件之间的联系性。从已知事件的概率来定义另外事件的概率。例如，某测站每年最高水位都高于某一定水位的概率为已知，则通过事件之间的一定联系，可以求得连续 3 年最高水位都高于该水位的概率。为了正确地采用间接方法，必须遵循概率论的某些基本定理。这些基本定理主要有两个，即概率的加法定理和乘法定理。

1. 概率加法定理

概率的加法定理为：两个互斥事件（即两事件不能同时发生）和的概率等于这两事件的概率之和，即

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \tag{1-3}$$

式中　$P(A+B)$——事件 A 与 B 之和的概率；

$P(A)$——事件 A 的概率；

$P(B)$——事件 B 的概率。

若事件 A 与 B 并非互斥，此时，事件和的概率由下列公式表示：

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \tag{1-4}$$

式中　$P(AB)$——同时发生事件 A 和 B 的概率。

这里，我们引进了 $P(AB)$ 的概念，至于如何计算，就得应用概率乘法定理。

2. 概率乘法定理

对于两个独立事件，该两个事件同时发生的概率等于这两个事件概率的乘积，即

$$P(AB)=P(A)P(B) \tag{1-5}$$

式中　$P(AB)$——同时发生事件 A 和 B 的概率。

对于不独立的事件，概率乘法定理可表达于下：

$$P(AB)=P(A)P(B/A) \tag{1-6}$$

或

$$P(AB)=P(B)P(A/B) \tag{1-7}$$

式中　$P(A/B)$——事件 A 在事件 B 已发生情况下的概率，简称为 A 的条件概率；

$P(B/A)$——事件 B 在事件 A 已发生情况下的概率，简称为 B 的条件概率。

概率加法和乘法定理，是概率论中最基本的定理，在水文统计中有广泛的应用。例如，设某地区位于河流甲与乙的汇合点。当任一河流泛滥时，该地区即被淹没。设在某时期内河流甲泛滥的概率为 0.1；河流乙泛滥的概率为 0.2；又知当河流甲泛滥时，河流乙泛滥的概率为 0.3。求在该时期内这个地区被淹没的概率。又当河流乙泛滥时，河流甲泛滥的概率为何？

记河流甲泛滥为 A，河流乙泛滥为 B。这个地区被淹没的概

率为

$$
\begin{aligned}
P(A+B) &= P(A)+P(B)-P(AB)\\
&= P(A)+P(B)-P(B/A)P(A)\\
&= 0.1+0.2-0.3\times 0.1\\
&= 0.27
\end{aligned}
$$

由于 $$P(A/B)P(B)=P(B/A)P(A)$$

故当河流乙泛滥时,河流甲泛滥的概率为

$$P(A/B)=\frac{P(B/A)P(A)}{P(B)}=\frac{0.3\times 0.1}{0.2}=0.15$$

第三节 随机变量及概率分布

一、随机变量

概率论的重要基本概念,除“事件”和“概率”之外,还有“随机变量”。所谓随机变量是指表示随机试验结果的一个数量。若随机事件的每次试验结果,可用一个数值 x 来表示,x 随试验结果的不同而取得不同的数值,但在一次试验中,究竟出现哪一个数值,则是随机的,我们将这种随试验结果而发生变化的变量称为随机变量。例如,掷一颗骰子所出现的点数是一种随机试验结果,而发生变化的变量称为随机变量。例如:掷一颗骰子所出现的点数是一种随机试验结果,可能取得 1、2、3、4、5、6 这六种数字之一,“出现点数”就是随机变量。水文现象中的随机变量,一般是指某种水文特征值,如某站的年降水量、年径流量或洪峰流量等。

随机变量可分为两大类型:离散型随机变量和连续型随机变量。

1. 离散型随机变量

若随机变量仅能取得区间内某些间断的离散数值,则称为离散型随机变量。如某河一年内出现洪峰的次数只可能取 *0*、*1*、*2*……等,而不能取得相邻两数间的任何中间值。

2. 连续型随机变量

若随机变量可以取得一个有限区间内的任何数值,则称为连续型随机变量。如某河流量,可以在零和极限流量间变化,因而流量可以等于零与极限流量间的任何实数值。

为叙述方便,今后用大写字母代表随机变量,其取值用相应的小写字母来代表。如某随机变量为 X,而它种种可能值记为 x,即:$X = x_1, X = x_2, \cdots, X = x_n$。一般将 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 称为系列或数列。

二、随机变量的概率分布

随机变量可以取得所有可能值中的任何一个值。譬如随机变量 X 可能取 x_1 值,也可能取 x_2 值,x_3 值等。但是取某一可能值的机会却是不同的,有的机会大,有的机会小。随机变量是以一定的概率来取某一可能值的,即随机变量的取值与其概率有一定的对应关系。例如,随机变量 X 与其概率有下列的对应关系:

$$P(X = x_1) = p_1, P(X = x_2) = p_2$$
$$P(X = x_3) = p_3, P(X = x_n) = p_n$$

$p_1, p_2, p_3, \cdots, p_n$ 分别表示随机变量 X 取值 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 对应的概率。一般将这种对应关系称为随机变量的概率分布规律,简称为概率分布。

对连续型随机变量而言,由于其可能取值为无限,而取个别值的概率趋近于零,因而无法研究个别值的概率,只能研究某个区间的概率,即以随机变量落在某一个区间的概率来分析其概率分布规律。例如,圆周长 1m 的轮子,在平板上滚动,若将轮周分成许多等分,恰巧停在 0.7~0.8m 之间的概率为 1/10,停在 0.7~0.71m之间的概率为 1/100,但恰巧停止在某一点,如 0.70m 处的概率则趋近于零(1/∞)。

对于连续型随机变量,除研究上述的区间概率外,还通常研究随机变量的取值均大于某一个值的概率,即研究 $X > x$ 的概率,一般将此概率表为 $P(X > x)$。当然,同样可以研究 X 的取值均

小于 x 的概率，即研究 $P(X<x)$。但是，二者是可以互相转换的，只需研究一种就够了。水文学上习惯研究前者，而数学上则研究后者，本书遵从水文学的习惯。

显然 $P(X>x)$是 x 的函数，这个函数称为随机变量 X 的分布函数，记为 $F(x)$，即

$$F(x)=P(X>x)$$

它代表 X 的取值大于 x 的概率。其几何曲线如图 1－1 所示，在数学上称此为随机变量的概率分布曲线。

图 1－1 表示某雨量站的年雨量分布曲线。若 $x=800\text{mm}$，由分布曲线知 $P(X>800)=0.6$。这就说明该站的年雨量从多年平均情况来看，超过 800mm 的可能性是 60%。这里指的是雨量站的年雨量超过 800mm 而不是年雨量等于 800mm，因为后者的概率趋近为零。现在我们提出这样的问题，该站年降雨量在 800mm 和 900mm 之间的概率是多少呢？这就是下面要讨论的随机变量落在某区间$(x,x+\Delta x)$内的概率问题。

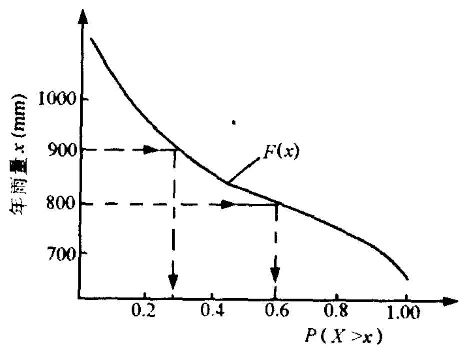

图 1－1　某站年雨量分布曲线

由概率加法定理，随机变量 X 落在区间$(x,x+\Delta x)$内的概率，可用下式表示：

$$P(x+\Delta x>X\geqslant x)=F(x)-F(x+\Delta x) \quad (1-8)$$

从图 1－1 得　$F(800)=0.60$

$$F(800+100)=0.26$$

所以　$P(900>x\geqslant 800)=0.60-0.26=0.34$

即某站年雨量落在800mm至900mm之间的可能性是34%。

现在我们利用式(1-8)来研究随机变量 X 落入区间 $(x, x+\Delta x)$ 的概率与区间长度 Δx 之比值,这个比值为

$$\frac{F(x) - F(x+\Delta x)}{\Delta x}$$

上式表示 X 在落入区间 $(x, x+\Delta x)$ 的平均概率,而

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x) - F(x+\Delta x)}{\Delta x} = -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} = -F'(x) \tag{1-9}$$

式中 $F'(x)$ 为分布函数 $F(x)$ 的一阶导数,引入符号 $f(x) = -F'(x)$。

函数 $f(x)$ 刻划了密度的性质,所以称为概率密度函数,或简称为密度函数,也称为分布密度函数。密度函数 $f(x)$ 的几何曲线称为密度曲线(图1-2)。

通过密度函数 $f(x)$ 可以非常方便地求出随机变量 X 落在区间 $\mathrm{d}x$ 上的概率。显然它等于 $f(x)\mathrm{d}x$。$f(x)\mathrm{d}x$ 称为概率元素,在几何上的意义就是图1-2上所示的那块阴影面积。同样,通过密度函数可以求出概率分布函数 $F(x)$,即

$$F(x) = P(X > x) = \int_x^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x \tag{1-10}$$

随机变量 X 的最大上限一般取为无穷大∞。$F(x)$ 的几何意义就是表示位于 x 轴上边的密度曲线所包围的面积(图1-3)。由此可见,对连续型随机变量而言,密度函数和分布函数,从不同的角度完善地描述了随机变量的概率分布规律,所以是随机变量的基本特征。

下面通过一个实例进一步具体说明概率密度曲线和分布曲线的意义。