

13.22
1/22/2

应用力学

(二)

YYLX

科学技术文献出版社重庆分社

应用力学(二)

中国科学技术情报研究所重庆分所 编辑
科学技术文献出版社重庆分社 出版
重庆市市中区胜利路91号

四川省新华书店重庆发行所 发行
科学技术文献出版社重庆分社印刷厂 印刷

开本：787×1092毫米1/16 印张：5.25字数：13万
1981年8月第一版 1981年8月第一次印刷
科技新书目：9—249 印数：4510

书号：13176·101

定价：0.55元

关于金属材料热疲劳的最近的研究(1).....	(1)
新的累积损伤模型(2).....	(7)
固体力学最近的进展.....	(16)
固体力学中的计算方法.....	(20)
有限元法在大容量层压弹性元件分析中的应用.....	(28)
非定常裂纹分解成不连续波.....	(35)
用全息干涉法研究平面问题.....	(42)
云纹形象测量法.....	(46)
实验应力分析手册(一、弹性力学基础；二、粘结式电 阻应变片)	(55)
C. II. 铁木申柯的生平及其科学活动.....	(78)
书评与会议消息.....	(83)

关于金属材料热疲劳的最近的研究(1)

大谷隆一

1. 前 言

柴油机、蒸汽轮机、燃气轮机、喷气式发动机、高温压力容器、化学反应装置等许多设备，由于在其启动和停车交替进行过程中的温度变化，而承受着交变热应力，而且由于运转中的热负荷的变化还承受着较小振幅的变化热应力。因此，热疲劳是确定高温用机器或结构的性能、安全性、破坏寿命等强度问题的最重要的因素之一。

根据以前对金属材料的热疲劳的研究来看，关于热疲劳的基本特征、破坏寿命的评价方法、热疲劳的设计法、耐热疲劳合金的制取方法等都并不很清楚。但是，热疲劳与一定温度下的高温低周疲劳之间有什么样的关系呢？最简单地来说，就是热疲劳显示出，当温度循环的最高温度相等时，它与一定温度下的高温低周疲劳有大致相同的寿命，这样的假定是很恰当的，其近似的程度也大体上是知道的。较详细的实验结果已广泛得到重视，而为解决尚未明确的问题要怎样作才好呢？下面以寻找今后的热疲劳研究的某些方向为目的，叙述关于热疲劳及与其相关的高温强度的最近的研究结果。

2. 热疲劳特性

2.1 试验方法

根据Coffin在1954年所进行的系统性的热疲劳试验进行了详细的阐述，提出了所谓

的Manson-Coffin方式^[1]。从那以后，在日本也进行了相当多的热疲劳试验^[2,3]。当初所使用的热疲劳试验机是把两块刚性板用柱结合起来，并把试件固定在两板之间，并使受热循环^[4]。这样的试验机被称为Coffin型热疲劳试验机，虽然能将板簧插入这种试验机的刚性板和柱之间，但由于在一般情况下，每台试验机在一定条件下其刚度是固定的，故试件承受热循环时的热应变的约束也是一定的，因而，在进行应变范围 $\Delta\epsilon$ 或非弹性应变范围 $\Delta\epsilon_m$ 大小不同的热疲劳试验时，在很多情况下对于温度范围 ΔT 来说，必须变更最高温度 T_{max} 。在这种情况下所得之热疲劳破坏资料的 $\Delta\epsilon_m - N_f$ 关系(N_f : 破坏循环次数)中，作为 N_f 的控制因子，除了 $\Delta\epsilon_m$ 之外还包含着由于 ΔT 的不同而引起的温度循环的影响。在形状及尺寸大致决定以后，为了推断运转条件相当明确的机械零件或结构物某处的热疲劳寿命，并进行材料比较，由这种实验所得之资料非常有用，而且根据情况有直接应用之便。但是，除此以外，还需要能表示更一般性的、普遍的热疲劳性质的资料以及获得这些资料的试验方法。

为了消除由温度循环的不同带来的影响，把 ΔT 和 T_{max} 认为是一定的，随着热应变约束率^[5] $R_T = \epsilon_M / \epsilon_T$ (ϵ_m ——是弹性、塑性、蠕变等除热应变以外的力学性的应变； ϵ_T ——热应变) 的变化， $\Delta\epsilon$ 或 $\Delta\epsilon_m$ 也应有变化。而且在那时要想区别温度周期与应变周期，就必须采用对于每个独立的试验条件来说能控制得很好的试验机。而该试验机在可能的情

况下应具有高频感应加热装置和空气压缩机的电-液伺服式疲劳装置，最近，在日本就是用这种试验机来进行热疲劳试验的。

图1中模式性地示出了热应变约束率一定的情况下 $\Delta\epsilon_{in} - N_f$ 图线（虚线）与温度循环条件一定的情况下 $\Delta\epsilon_{in} - N_f$ 图线（实线）的差别。考虑后者的原因之一是为了表示更一般的物理热疲劳特性，根据热疲劳与温度一定下疲劳时温度循环重复的情况相当的解释，就很容易理解热疲劳与一定温度下高温低周疲劳的关系。而且，把受与温度周期重叠的外力反复作用的热疲劳特别地称为机械式应力重叠的热疲劳或者称为热机械性的疲劳，虽然有把用Coffin型试验机追加的重复外力与无荷载时的热疲劳加以区别的趋势，但若从力学的观点出发，这仅不过只叙述了热应变约束率的差别。

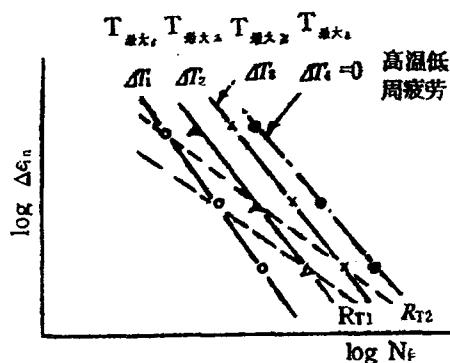


图1 由热应变约束率一定的Coffin型热疲劳试验机所得的 $\Delta\epsilon_{in} - N_f$ 关系（虚线）与由温度周期条件一定的电液伺服式热疲劳试验机所得的 $\Delta\epsilon_{in} - N_f$ 关系（实线）的差别。

2.2 试验条件

由于限制热应变，可以产生弹性应变、弹塑性应变或弹塑性蠕变应变，故热疲劳就可以分成弹性疲劳（高周疲劳），弹塑性疲劳（低周疲劳），或者弹塑性蠕变疲劳（蠕变与疲劳叠加）几类。然而，在实际的机械结构构件中成问题的热疲劳在许多情况下是指的低周疲劳，特别是指在高温时蠕变疲劳

叠加下的低周疲劳。因而，在试验室里所进行的热疲劳试验大部份指的是在 $\Delta\epsilon = 0.2\text{--}2.0\%$ 范围内之两种情况下的定应变低周疲劳。通常，其温度范围为 $\Delta T = 200\text{--}400^\circ\text{C}$ ，最高温度 T_{max} 为蠕变温度的范围，而频率则视其实验的难易而限制在 $v = 0.1\text{--}1\text{次}/\text{分}$ 左右的范围内。

图2是在热疲劳试验中所使用的代表性的温度、应变及应力的波形。在一般情况下，温度和应变是用三角波形给出的。图2的上一图是在最高温度时所产生的最大压缩应变周波，由于温度波形与应变波形的相位不一致，故把这种情况下的热疲劳称作不同相的热疲劳。图2的下一图是在最高温度时产生最大拉伸应变的周波，把此时的热疲劳称作同相热疲劳^[6]。前者由于未避开热应变故当然要产生约束热应力，与此相反，后者则是由于自由膨胀或收缩时再加上附加的拉伸或压缩变形而产生的热应力。

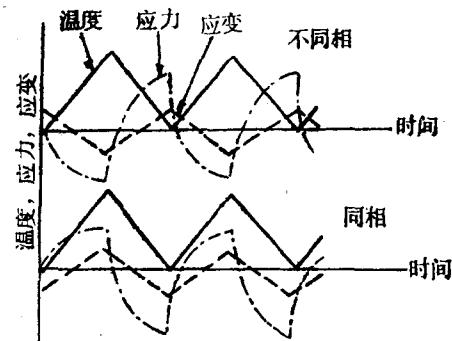


图2 在热疲劳试验中所采用的温度、应变及应力波形

2.3 磁滞回线

图3中表示出了18-8不锈钢（SUS304）在高温低周疲劳及热疲劳中应力—应变磁滞回线的一个例子^[7]。在一定温度下的高温低周疲劳时，拉伸一边和压缩一边的回线的形状是相同的，与此相反，在热疲劳时则明显不同，这一点是很清楚的。特别是在 600°C 以上的高温下，蠕变变形很显著，故发生了应力降低的现象。而且，不同相的热疲劳的

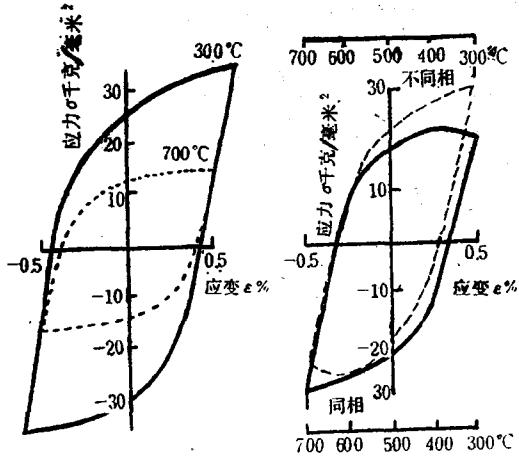


图3 SUS304在高温低周疲劳(左图)及热疲劳(右图)中应力—应变磁滞回线·频率不是0.5次/分而是1.0次/分^[7]。

磁滞回线大致与同相的热疲劳的磁滞回线之拉伸一边与压缩那一边颠倒后的形状相同。

2.4 破坏寿命

图4是由藤野所作出的低炭钢及奥氏体系的不锈钢的热疲劳试验的结果^[6]。由此结果可得出如下的结论：(1)无论在哪一种

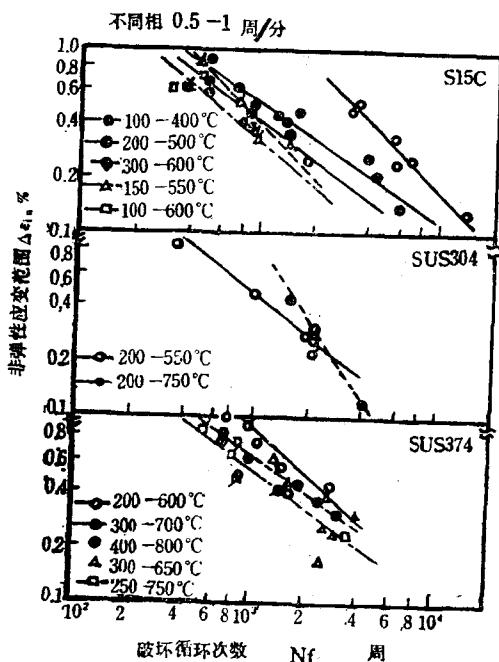


图4 不同相热疲劳的非弹性应变范围与破坏循环次数的关系^[5]

温度循环条件下由Manson-Coffin公式所表示出的直线关系均大体上成立。(2)在S15C和SUS304中可以断定，随着温度范围ΔT的增加与最高温度T_{max}的上升其破坏寿命将成同等程度地下降。

图5示出了在日本材料学会高温强度部门委员会中所进行的高温热疲劳共同研究的结果。四种钢及合金各选两种温度循环条件。一种是，最高温度选为相当于该材料的使用温度的上限；而另一种是，其最高温度比第一种情况下的最高温度高50—150°，超过了通常的使用温度范围。在第一种温度条件的

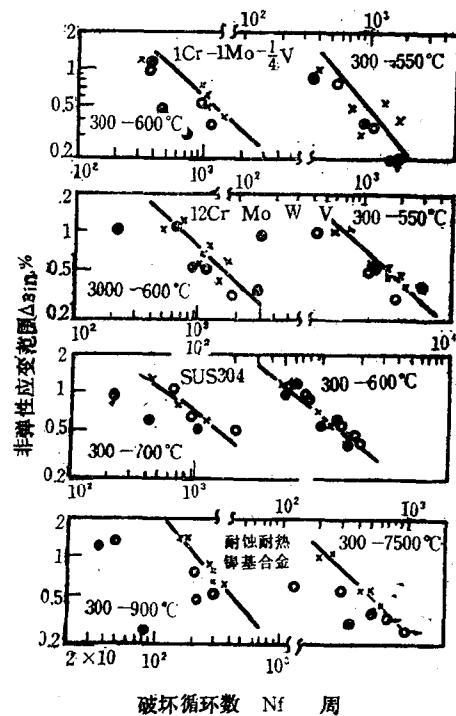


图5 由共同性试验所获得的热疲劳破坏数据^[8]

●：同相热疲劳，

○：不同相热疲劳，

×：与热疲劳的最高温度相等的一定温度下高温低周疲劳，频率为0.5周/分。

情况下，若用耐蚀耐热镍基合金X外的其他材料，则不同相和同相时均无差别，同时与最高温度相等的一定温度下的高温低周疲劳寿命一致。而在第二种温度条件的情况下

下，虽不同相的热疲劳与高温低周疲劳一致，但同相热疲劳具有比高温低周疲劳寿命短得多的倾向。而且只要仔细地观察就可发现，对于不同相、同相和等温这三种情况未必都能用平行的直线来表示，例如，像12Cr-Mo-W-V钢那样，在低应变范围内，不同相时的热疲劳破坏寿命比同相时的热疲劳破坏寿命短，这种情况也是可以看到的。

从上面的实验结果可以看出，只要最高温度一升高同相的热疲劳寿命就特别显著地下降，这一点必须注意。若最高温度不那么高，且仅限于不同相的热疲劳的话，那么在最高温度基准时与高温低周疲劳同等或者比高温低周疲劳的寿命长，这点似乎已很好的看到了。但问题的关键还在于：就上述的同相热疲劳而言，它比高温低周疲劳的寿命短到什么程度；各种材料的最高温度要在什么温度以下，上述的最高温度基准才适用；频率比在实验室中的0.1—1次/分低多少的情况下还保证能得到与上述情况同样的结果等。

3. 与高温低周疲劳的关系

3.1 非对称应变波形的高温低周疲劳

只要观察三角形应变波形中重复变形的样子就可以发现，在高温时，若频率数变低，则对于同一应变范围 $\Delta\epsilon_{in}$ 来说，其应力范围 $\Delta\sigma$ 就变小。而且，如像图6所示的那样，

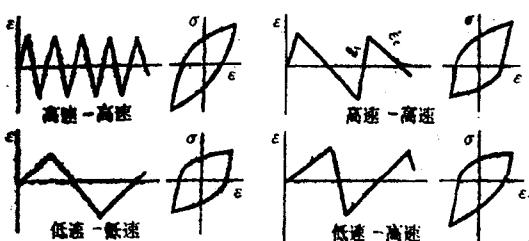


图6 在拉伸方向和压缩方向上应变速度相等的对称三角形应变波形与磁滞回线及应变速度不相等的非对称三角形应变波形与磁滞回线。

对于在拉伸方向和压缩方向上应变速度不同的非对称三角形应变波形（锯齿形波形）的情况下，应力-应变磁滞回线的形状与在拉伸和压缩时的情况是不相同的。把由这种非对称应变波形所引起的高温低周疲劳试验的结果表示如下。

图7是由平修二、藤野宗昭等人所得之实验结果^[9, 10]，由实验结果可以清楚地看到：①当拉伸应变速率 $\dot{\epsilon}_t$ 和压缩应变速率 $\dot{\epsilon}_c$ 的差越大时，其寿命比对称波形($\dot{\epsilon}_t / |\dot{\epsilon}_c| = 1$)的

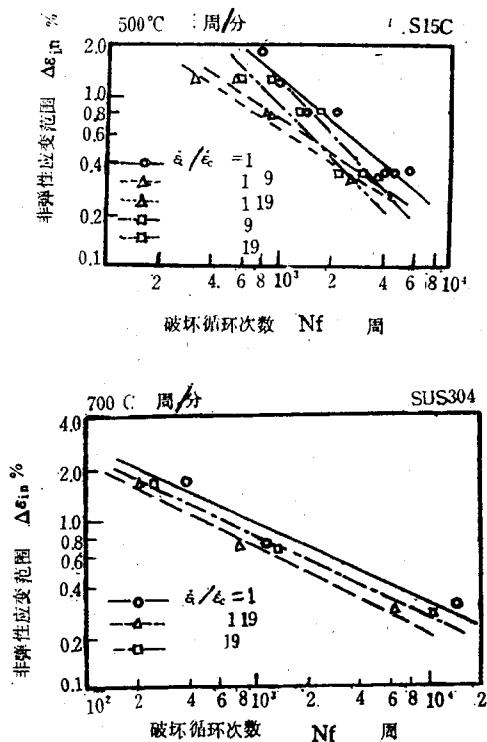


图7 根据对称及非对称三角形应变波所获得之高温低周疲劳试验的结果^[9, 10]

寿命就越低；②低速-高速的寿命比高速-低速波形的寿命短；③就S15C来说，在低的 $\Delta\epsilon_{in}$ 范围内具有与②相反的趋势等。图8是由Conway等人所得之关于铜合金的实验结果，与图7的情况相比，图8中的应变速率 $\dot{\epsilon}_t$ 和 $\dot{\epsilon}_c$ 的差要大些，且高速是取1%/秒的应变速率，而低速则取最低可达 7×10^{-4} /秒这样小的应变速率来进行试验，这一点要注意。由此可

知：①低速-高速的情况下比高速-低速的情况下之寿命低得多；②在高速-低速的情况下，其寿命在 ε_t 的高速-高速和 ε_c 的低速-低速的寿命之间。

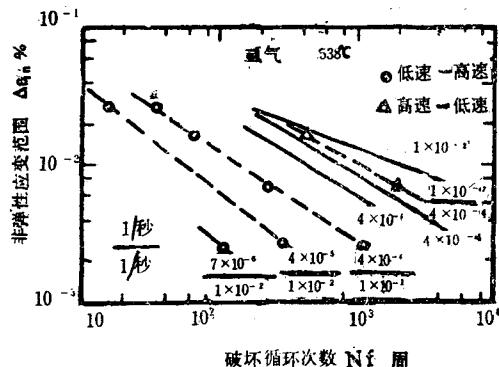


图8 由 Conway 等人所作的关于铜合金 NARlogZ，在538°C时由非对称应变波形所引起的低周疲劳试验的结果^[11]

除此之外，还有用同样的非对称应变波形进行的实验^[11-17]。其结果都很相似。由这些结果可以推知：在对称波形的情况下，若应变速率（频率）变低，在一般情况下疲劳寿命就缩短，其原因在于，与在蠕变差不多能忽略不计的快速应变速率下定常重复应变状态时的疲劳相比，在缓慢速度时蠕变应变占大部份的那种重复变形状态下之疲劳部份将造成大的损伤。若是非对称波形，就可发现，根据在拉伸方向和压缩方向产生的蠕变不同，而损伤的大小就有所不同，在很多情况下，在拉伸方向上是产生蠕变应变，而在压缩方向上产生稳定性塑性应变的地方累积着大量的疲劳损伤，这一点应该考虑到。

关于热疲劳问题，所应注视的与其说是温度循环，不如说是各循环的蠕变变形的发生及其方向，在升温时拉伸方向的变形和降温时压缩方向的变形重复产生，同相热疲劳由于在最高温度附近产生了大的拉伸蠕变，则形成了与低速-高速波形类似的重复变形，反之，不同相热疲劳则形成与高速-低速波形类似的重复变形。这种对应关系对于破坏寿命来讲也适用。

3.2 晶界滑移

若列举表示低速-高速波形的高温低周疲劳与同相热疲劳和高速-低速波形的疲劳与不同相热疲劳间各自具有相似性的其他的实验结果，首先是疲劳中的晶界滑移的状况。对此，平修二，藤野宗照^[18,19]等人用复制品对SUS304的试件表面中晶界滑移进行了观察。

图9（略）是表示温度为700°C、频率为0.2周/分、应变范围为1%的对称及非对称应变波形中晶界滑移的照片。根据分布在纵向的细线条在晶界处错动状态之差异，可以得出如下的结论：①在对称波形中几乎看不见晶界滑移的痕迹。这并不是没有晶界滑移产生，而是在每一循环中在拉伸方向和压缩方向交互地产生了等量的晶界滑移，故可认为是互相抵消之故；②在低速-高速波形的情况下可以看出在拉伸方向上晶界滑移的堆积；③在高速-低速波形的情况下则在压缩方向产生了晶界滑移的堆积。上述的②和③的晶界滑移的堆积与循环次数成比例的增加，且都在某个循环数时发生晶界破坏。像这样的晶界滑移的状态也可在热疲劳（400—700°C）中看到^[18,19]，这就明确了同相热疲劳与低速-高速波形和异相热疲劳与高速-低速波形之间的相关性。

3.3 裂纹的产生

在非对称应变波形的高温低周疲劳及最高温度在蠕变温度范围的某种热疲劳中，如果在拉伸方向或压缩方向的某个方向上产生了大的蠕变堆积，则在与之相反的方向上就积蓄着塑性变形，晶界滑移状的局部变形的特征是在那个方向上有爪形裂痕产生，出现在晶界三相点附近的局部拉伸应力使裂纹的发生比较容易。这就是导致疲劳寿命下降的第一个原因。更详细地说，由于在低速-高速及同相的情况下，除上述的那种局部拉伸应力外，还迭加上外应力，故比在高速-低速及异相的情况下晶界裂纹的产生更为显著^[18]。

在以前的研究中关于试件表面及内部的

裂纹产生状况的观察结果已有报导^[7,8,11,14,15,20—24]。根据上述那些现象可以得出如下一般性的结论：①在低速-高速的情况下，裂纹多产生在试件的内部，它与静蠕变的破坏形态很相似，是晶界空隙的或楔形的裂纹。而且可以看到在同相热疲劳中也有同样的破坏形态；②在高速-低速的情况下从试件表面起有较尖锐的疲劳裂纹产生，并向晶粒内扩展。在异相热疲劳中也显示了同样的破坏形态。另外，还根据拉伸方向的爪形裂痕观察了低温拉伸状结晶的变形和试件内部的空洞；③在对称波形的情况下，或者是①和②之间的晶粒（质点）内部-晶界的混合破坏，或者是在高频的高速-高速波形情况下变成与室温疲劳很相似的滑移带破坏，并以辉纹机理传播，而在低频低速-低速波形情况下，受蠕变或与①相类似的晶界破坏所支配这种状况很多。

（待续）

参 考 文 献

1. L. F. Coffin; Trans. ASME. 76 (1954), 931.
2. 平修二编：“熱应力と熱疲労”，日刊工業新聞(1973)。
3. 平修二,藤野宗昭: 材料, 25—270(1976), 218.
4. 平修二, 大南正瑛: 機械の研究, 13-9 (1961), 1199.
5. 藤野宗昭“鋼の熱疲労に関する基礎的研究”，学位论文(1978), 5.
6. 委员会報告：“熱疲労共通試験結果報告”，材料, 24—258 (1975), 254.
7. 委员会報告：“耐熱合金の高温熱疲労に関する共同研究”報告書, 材料学会(1977)。
8. S. Taira, M. Fujino and R. Ohtani; Fatigue of Engng Materials and Structures, 1 (1979), 495.
9. 平修二, 藤野宗昭, 高橋務: 材料, 27-296 (1978), 434, 440.
10. S. Taira, M. Fujino and T. Takahashi; Trans. JISI. 19 (1979), 179.
11. D. Sidey and L. F. Coffin; ASTM STP675 (1979), 528.
12. G. R. Halford; NASA-TN-D6039 (1971—5).
13. L. F. Coffin; Proc. 4th Int. Conf. on Fracture. Water-100, (1977), 263.
14. 平川贤尔, 时政勝行: 材料, 28-308 (1979), 386.
15. 平川贤尔, 时政勝行, 外山和男; 鉄と鋼, 66—7(1979), 906, 916.
16. 平川贤尔, 时政勝行: 第17回高温强度シンポジウム前刷集, 材料学会(1979-12), 59.
17. 桑原和夫, 新田明人, 北村隆行, 倉田正都: 同上, 54.
18. 平修二, 藤野宗昭, 吉田稔: 材料, 27-296 (1978), 447.
19. M. Fujino and S. Taira; Proc. 3rd Int. Conf. on Mechanical Behavior of Materials, Cambridge, Vol.2 (1979), 49.
20. 平修二, 藤野宗昭, 祐川正之: 材料, 23-246 (1974), 208.
21. K. Kanazawa and S. Yoshida; Proc. Int. Conf. on Creep and Fatigue in Elevated Temperature Applications, I. Mech. E. (1974), C226.
22. 金沢健二, 山口弘二, 小林一夫: 材料, 28—308 (1979), 393.
23. D. L. Harrod and M. J. Manjoine; 1976 ASME-MPC Symp. on Creep-Fatigue Interaction, MPC-3, ASME (1976-12), 87.
24. H. D. Solomon and L. F. Coffin; ASTM STP520 (1973), 112.

（陈本激译自“機械の研究”, 1980, Vol.32, №10, 徐世谦校）

新的累积损伤模型(2)

J. L. Bogdanoff, W. Krieger

1. 引言

在文章的这一部分，我们将提出一些说明性的例子，以便发展该模型在应用于累积损伤时的某些一般性的认识；描述和分析疲劳和磨损寿命试验数据；评论该模型的用途；并且指出，如果在疲劳和磨损的寿命预测中想要达到合理的精度，现在的方法和累积损伤模型为什么是不充分的。最后，我们给出了一个讨论和几点结论。

在与第(1)部分的方程和参考文献有关时，我们将另外加上一个星号：()*，〔 〕*。

2. 说明性的例子

在这一节里，我们想评论几个专题，这些专题将在第一部分提出的某些概念的基础上加以发展。这些专题包括这种模型与时间历程相关的本质；对破坏时间的累积分布函数和危险函数及 p_0 、 P 、 ρ 和 τ_i 的从属函数性状的影响；以及用来预测寿命的现代寿命试验方法中的缺点；最后简要地论及该模型的诊断可能性。

该模型在常严重度负载循环(见(7)*式)下的历程-相关性被包含在 Markoff 假设之中。在给定负载循环内的损伤累积只取决于在该负载循环开始时出现的损伤分布。进一步说，该模型在一系列负载循环下的历程-相关性也被包含在 (18)*中。顺序和/或 P_j 的严重度的任何变化改变了整个由 p_x 所描述的过程。于是就可能有两种途径把时间历程-相

关性包括在该模型之中。引进一些特殊假设，正如第一部分中指出那样，历程-相关性就可以去掉。

存在着这样的可能性，即 Markoff 假设是太严格了。例如，重要的是要注意，在考虑一系列 P_j 和/或在一系列 P_j 的顺序变化时，由于应力的交互作用，对同样的严重度的负载循环的 P_j 就必须加以改变。因此，把该模型一般化或加以推广也许是必须的，而这一点可以做到。

破坏的时间 W 的累积分布函数、 D_x 的累积分布函数和从属函数特性，在无检验时，就由 p_0 、 P 和 ρ (破坏或替换的规定) 确定。在检验下的特性还取决于 τ_i (检验性质的规定) 和替换方针。我们下一步要考虑几个具体的数值例子，以便指出几个可能性。在危险函数是有意义的时候，它也将被给出。

图1和图2首先说明在一个过程上 p 可以有极度的差别。在这些图中， F 表示破坏时间的累积分布函数， h 是危险函数， x 是时

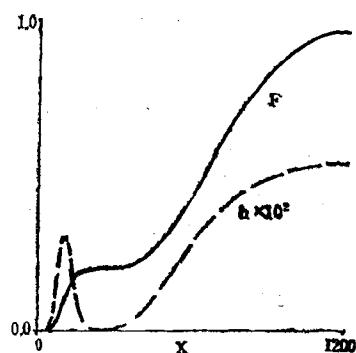


图1 由平稳模型产生的 F_w 和 h_w ，该模型 $b = 2$ ，
 $\pi_1 = 0.8, \pi_{11} = 0.2, \rho_b = 1$ ，对 $j = 1, \dots, 10$ 有 $\tau_j = 100$ ，和对 $j = 11, \dots, 20$ 有 $\tau_j = 10$

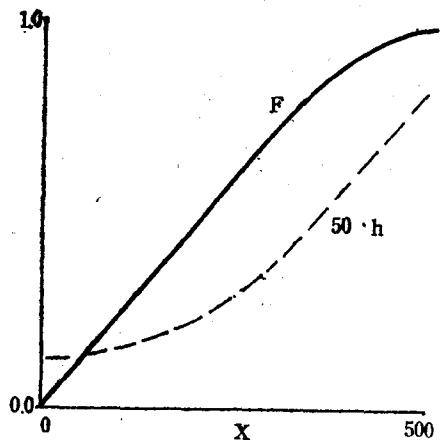


图2 由平稳模型产生的 F_w 和 h_w , 该模型 $b = 21$, 对 $j = 1, \dots, 20$ 有 $\pi_j = 1/20$, $\rho_b = 1$ 和对 $j = 1, \dots, 20$ 有 $r_j = 20$

间; 破坏在 b 处发生。图1有 $\pi_1 = 0.8$ 和 $\pi_8 = 0.2$, 它们可以被看作代表材料的缺陷(状态1)和制造的缺陷(状态8)。制造缺陷造成早期破坏, 并提供了累积分布函数的初始增长。因为材料的缺陷需要相当长的时间才造成破坏, 所以曲线出现平稳段; 累积分布函数的第二次升高就是由于这些缺陷引起的。危险函数是如所希望那样。从属函数不是在状态1就是在状态8开始, 因为 r_i 的选择而急骤上升到破坏。在图2中, π 全都有同样的值, 因此, 初始缺陷除状态 b 外似乎在所有状态中出现。从属函数可以在具有相等概率的任何状态开始, 因为 r_i 的选择, 全都逼近直线线段。因为从属函数可以从具有相等概率的任何状态开始, 累积分布函数必须立刻从 $x = 0$ 开始上升。由于同样的理由, 在 $x > 0$ 处, 危险函数立刻跳跃到一个有限值。

图3—图5说明P的不同规定的某些方面。在前两个图中, 仅仅说明了破坏时间的累积分布函数。破坏在状态 b 处发生。图3中所用的 q_j 是一种凹的二次形曲线, 在 $j = 0$ 处开始, 其值为零, 在 $j = b$ 处结束, 其值为 α ; 这就意味着, 从属函数相当迅速地上升, 然后在接近状态 b 时非常急骤地上升, 全部都从状态1开始。该累积分布函数有通常的形式, 这些形式当用到 $\pi_1 = 1$, $\rho_b = 1$ 的(1)*式时出现。

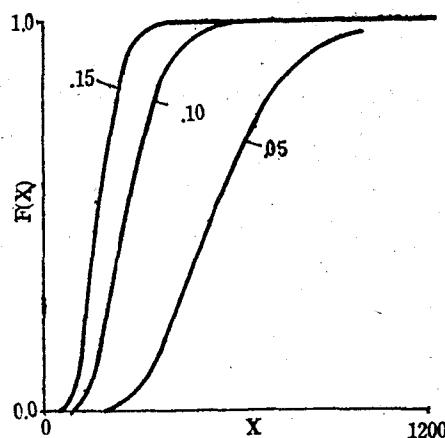


图3 由平稳过程产生的 F_w , 有 $b = 14$, $\pi_1 = 1$, $\rho_b = 1$, 对 $j = 1, \dots, 13$ 和 $\alpha = 0.05$, 0.10 , 0.15 有 $r_j = 2\alpha[(j/b) - 1/2(j/b)^2]$

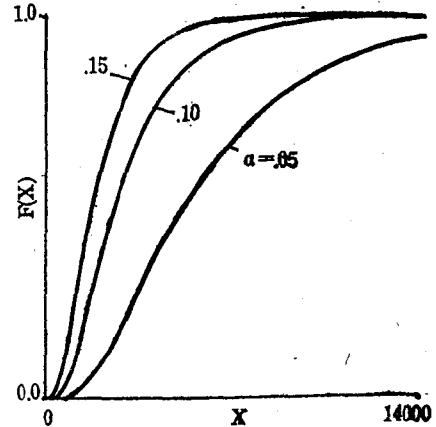


图4 由平稳模型产生的 F_w , 有 $b = 14$, $\pi_1 = 1$, $\rho_b = 1$, 对 $j = 1, \dots, 13$ 和 $\alpha = 0.05$, 0.10 , 0.15 有 $r_j = \alpha(j/14)^2$

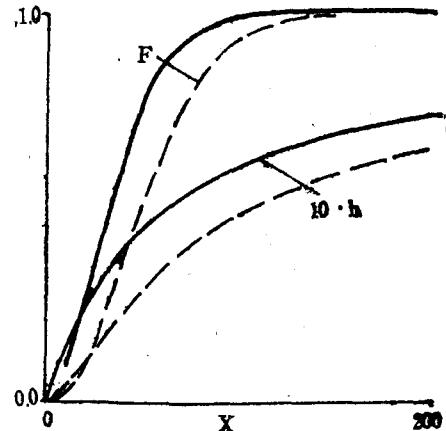


图5 对有 $\pi_1 = 1$, $\rho_b = 1$ 的平稳模型的 F_w 和 h_w , 对 $K \geq j$ 有两组 $p_{jk} > 0$, 对 $K < j$ 和 $j = 1, \dots, b-1$, 有 $p_{jk} = 0$, $p_{b+j} = 1$

α 是一个负载循环的严重度的一种量度，最严重的出现在 $\alpha = 0.15$ 。图4中所用的 q_i 是具有与图3那样相同端点的凸二次形曲线。在这种情形中，因 q_i 最初是非常小，从属函数上升得非常缓慢，仅当它们接近 b 时才急骤上升；作为一个结果，这些从属函数比起图3的来要大很多很多。因刚才所述理由、累积分布函数再次有通常的形式。严重度最小的负载循环在 $\alpha = 0.05$ 出现。根据图3和图4中的时间尺度，显然是图3过程的负载循环比图4过程的负载循环要严重得多。现在考虑图5；此处，我们已经填满(1)*式主对角线上方的全部零项，用的是两种类型的非零元素。我们选择了 $\pi_1 = 1$ 和 $\rho_b = 1$ 。累积分布函数和危险函数从 $x = 0$ 急骤上升就是由于 P 的这种形式引起

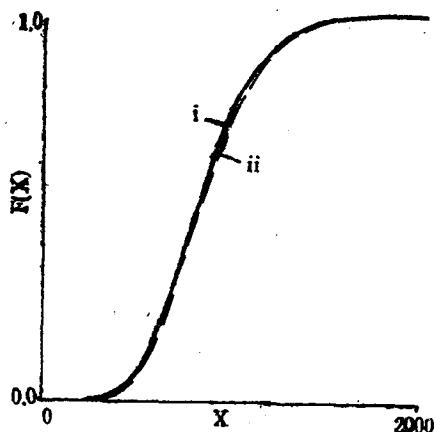


图6 在同样常数 r_j 下，有(i) $b = 14, \pi_1 = 1, \pi_2 = \pi_3 = 1/3, \rho_b = 1$ 和 (ii) $b = 14, \pi_1 = 1, \rho_{11} > 0, \rho_{12} > 0, \rho_{13} > 0$ 的平稳模型的 F_w 。

的。显然，破坏可以出现在每种情形的第一步。我们注意到，这相似于图2中所示的结果，其理由是相同的。从属函数性状现在变得非常不稳定的，因为状态的阻塞块可以被跳过。在起始和结束之间的从属函数性状的形式，很清楚，是由 P 的主对角线上方的非零输入的性质建立起来的。

图6中的两个累积分布函数说明，对于由 $r_j = \text{常数}$ 时的(1)*式给出那样的 P ，在 b 处

破坏的前三个状态上初期损伤的随机规定，不会产生一个破坏时间的累积分布函数，它是大大地不同于 $\pi_1 = 1$ 的累积分布函数和破坏在后三个状态的随机分布。发生这种情况是因为从属函数在每种情形都接近于直线线段。应当看到，如果 r_j 不是常数，例如是来自图3和图4的 q_i ，这个结果实质上将被改变。

当检验发生在 $x = 400, 800, 1200, \dots$ ， $\pi_1 = 1, \rho_b = 1$ 时， P 为 $r_j = \text{常数}$ 的(1)*式，舍弃的单元由新的单元代替， r_j 为图7中所给出，则图7就示出拟累积分布函数（破坏概

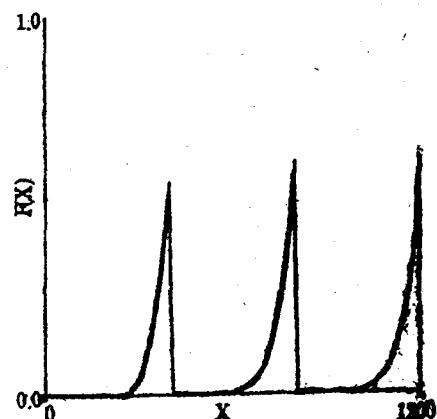


图7 检验在 $x = 400, 800, 1200, \dots, b = 25, \pi_1 = 1, r_j = \text{常数}$ ；对 $j = 1, \dots, 6, r_j = 0$ ，对 $j = 7, \dots, 14$ ，时为 $(j-b)8^{-1}$ ，和对 $j = 15, \dots, 25$ ，就=1时的平稳模型的 F_w 。

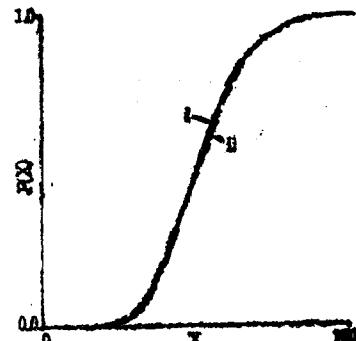


图8 $\pi_1 = 1, \rho_b = 1$ 的平稳模型的 F_w ；(i) $b = 14$ ，对 $j = 1 \dots, 13, r_j = 70.5$ ，(ii) $b = 31$ ，对 $j = 1 \dots, 5$ 有 $r_j = 107.5$ ，对 $j = 6, \dots, 25$ 有 $= 20.83$ ，对 $j = 26, \dots, 30$ 有 $= 10$ 。

率作为时间的一个函数)。全部从属函数都从状态1开始,逼近于直线线段,但一个从属函数可能在超过b的任何一个状态终止,因为超过b的状态就发生舍弃或者破坏。在舍弃的单元由新单元代替的假设下拟累积分布函数逐渐变成周期性的;如果用其它的替换方针,这个结果可能改变。

我们仅提出7个例子去说明累积分布函数和危险函数的某些形式以及通过 p_0 、P、ρ和 r_i 的选择可以得到的从属函数的性状。在举出这些例子去说明某些重要问题的同时,必须认识到,还存在着此模型的其它许多方面,必须在充分估价此模型的丰富内容之前加以验证。

应当指出,利用几何变换方法[21,22]*,包括在这些图中的许多东西加上其它一些结果,可以定量的形式表达出来。这将在随后的文章中做出。

我们现在能够提出对寿命试验程序有重要结论的一个重大问题。这个问题就是,现代寿命试验方法一般说来并不提供一充分的基础,在此基础上寿命预测可以做到有合理的精度。为了提供认识这个问题的背景,需要某些预先的陈述。

在许多情况下,就可能利用适当选择 p_0 、P和ρ,去得到若干种过程,其破坏(或替换)时间的累积分布函数或者是相同,或者是彼此充分接近,以致只有充分过量的数据才能把它们辨别出来。这就意味着,有了通常数量的寿命试验数据,在许多情形下就存在大量的过程,其破坏(或替换)时间的累积分布函数就同样可以很好地描述该数据的经验分布函数。我们给出几个例子以说明这种性质。

我们首先指出,有一固定的由(1)*给定P的负载循环过程, p_i 全然不同, $\pi_i = 1$ 和 $\rho_b = 1$,则 p_1, \dots, p_{b-1} 的任何重新安排都不改变 W_{b+1} 的累积分布函数,因此,在这种情况下,就存在着 $(b-1)!$ 个可能的完全带不同从属函数性状的但具 W_{b+1} 的相同累积分布函

数的过程。相似的观察可以在 $\pi_1 \neq 1$ 和 $\rho_b \neq 1$ 的其它情形中作出。

我们在图8—10中给出进一步说明这种性质的例子。仅将提出简要的评论。我们注意到,在所有这三个图中,示出的累积分布函数对都是彼此非常接近的。在 $\pi_1 = 1, \rho_b = 1$ 的图8中,三个阻塞块的每一个中, r_j 都是

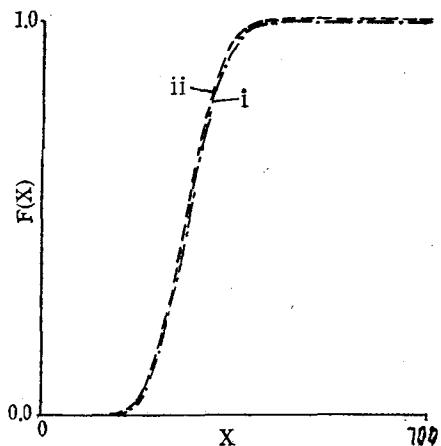


图9 $\rho_b = 1$ 的平稳模型在 (i) $b = 26, r_j =$ 常数。 $\pi_1 = \pi_3 = 1/3$; (ii) $b = 24, r_j =$ 常数, $\pi_1 = 1$ 时的 F_w

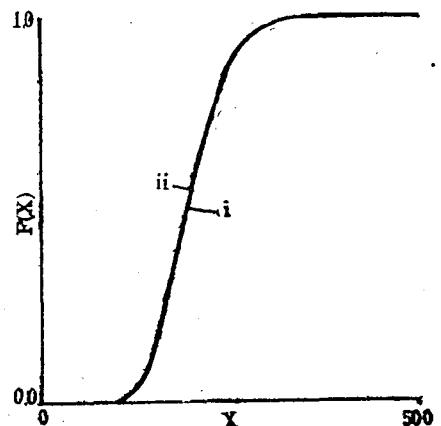


图10 $\pi_1 = 1, \rho_b = 1$ 及一个单位跃变和一个及两个单位跃变的平稳模型的 F_w

固定的且具有固定 r_j 的累积分布函数都是非常接近的;因此,在相同端点之间的从属函数形状可以是非常不同的,而过程累积分布函数是非常接近的。图9的两个累积分布函数具有带不同端点但有相同形式的从属函

数, 因 r_j 在每种情形中是常数; 这两组累积分布函数也是非常接近的。图10的情形 (i) 允许 $\pi_1 = 1$ 和 $\rho_b = 1$ 的损伤累积中有单个或双重单位跃变; 在这种情形的累积分布函数也是非常接近于有常数 r_j , $\pi_1 = 1$ 和 $\rho_b = 1$ 的情形 (ii) 的累积分布函数。

现在问题出现了; 过程以什么方式使其破坏(或替换)时间的累积分布函数加以区别, 累积分布函数不是相同就是太接近, 除非有极大量的数据, 否则就不能识别。

答案就在于损伤累积过程自始至终的性状; 即损伤累积的从属函数的性状。这一点已由刚才所述充分得到说明。因此, 我们可以有损伤累积的非常不同的机制, 但还不能够根据经常收集到的寿命试验数据来确定合适的机制。

如果我们仅对描述寿命试验数据感兴趣, 就不需要去识别这些机制。然而, 如果我们希望去估计 p_0 或 ρ 或 r_j 发生变化的意义, 或使各种负载循环组合起来, 等等, 不知道合适的机制就可能导致重大的误差。

例如, 考虑图8中的过程。让我们在每种情形使 p_0 改变差不多相同的量。在一种情形, 平均寿命减少约25%; 在另一种情形, 平均寿命减少约比50%小一点。其他的例子可以进一步说明这一点, 在这些例子中各种负载循环过程是混合的。然而, 它们全都说的是同一件事; 也就是说, 在试图正确地估计变化在一过程中的影响时, 或在把不同负载循环组合起来时, 损伤累积的机制就非常重要的。

从这一点继续深入, 获得寿命试验数据的现代方法, 一般说来, 没有为确定损伤累积的机制提供一个基础。如果在预测寿命性状中的不确定性不知道, 则必须作出实施寿命试验的其它一些方法, 这至少有助于确定从属函数性状的某些方面, 并至少近似地可把损伤累积机制简化。在所有事件中, 如果附加数据不是可利用的, 则该模型确实可用来估计这些不确定性的意义。

从属函数的性状在 [13]* 中起着中心的作用。然而, 通过问题在 [13]* 中变成困难的了, 因为所用的方法不对。这个困难在很大程度上限制了他们模型的用途, 它可轻易地被代替以适合各种条件。进一步说, 不强调从属函数的充分重要性在 [13]* 中是明白的。

此模型有诊断的可能性。这些可能性仅仅在本文中提出。例如, p_0 可以规定制造缺陷和材料缺陷。如果在损伤状态内有相当大的散布, 则必须用 p_0 来描述数据, 那两种类型缺陷出现的可能性就都存在; 如果另一方面有 $\pi_1 = 1$, 那只有一种类型缺陷占主导地位。作为另一个例子, 假设一个过程要求 P_j (非均匀过程)。于是, 具有累积环境损伤、加工硬化或软化等等的可能性是存在的。因此, 利用刚才描述的寿命试验数据, 就有可能提出造成寿命性状的可能物理机制。

给出模型参数和一台有合理存贮的计算机, 用该模型进行计算几乎就象用 Miner 定律那样容易实施。实质上, 仅仅包括了矩阵乘法运算。进而, 容易研制有效的程序以提取所有包括在此模型中的信息。容易计算是选择这种模型的主要原因之一。

3. 数据描述和分析

我们在这一节中考虑六组疲劳和磨损寿命试验数据。我们的目的在于说明, 该模型可以以相当好的精度描述数据, 且人们可以从某些情况下使用该模型中引出一些推论。

因 [11]* 末所述的同样理由, 我们没有利用拟合良好性检定, 即, 拟合良好性检定对分布线在最有意义的底部是没有帮助的。

该模型的参数必须由数据计算出来。这完全是一主要统计学问题。它不可能在这里找到。只要说我们根据通常的设备使用这些方法就够了, 矩方法、最小二乘方法、最大相似性法。具有该模型的广泛经验, 在模型发展的这个阶段也起着重要的作用。

(a) Birnbaum-Saunders 数据 [11]*。这些数据是经过选择的,因为试件数量很大,而且经验分布函数是在低周到高周疲劳寿命试验中所碰到的许多个中典型的一个。

图11示出31000磅/平方吋应力级的经验分布函数。材料是6061-T6铝,试样是平行於轧制方向切割的;以18赫芝振荡这些试样;所用的试样有101个。我们用到了具有由(1)*给出的P的固定负载循环过程(平稳过程);

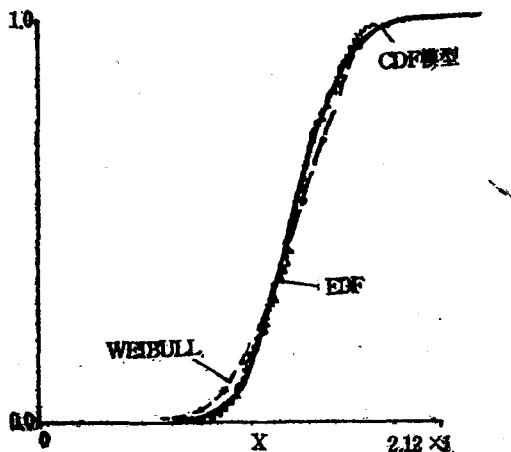


图11 来自 Birnbaum-Saunders[第1部分, [11], 31k]的累积分布函数, 来自平稳模型的 F_w 和来自Weibull随机变量的F的拟合曲线

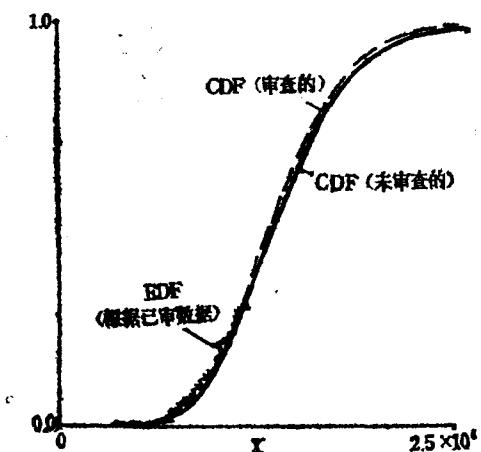


图12 平稳模型的 F_w 的图以审查 Birnbaum-Saunders 数据 [第一部分, [11], 21k]

因为经验分布函数的形状, 我们取 $\pi_1 = 1$, 然后找出 $b = 29$ 和 $r_j = p_j/q_j = 3.776$ 。我们

取 10^3 振荡作负载循环, 因而避免了定标。模型的累积分布函数以实线示出。两参数 Weibull 分布的累积分布函数以虚线示出;这种分布的参数用最大相似法估计并在 [1]¹ 中给出。

在我们的模型对该数据提出一很好的拟合的同时, 必须记住, 要断言这个模型正确描述整个累积损伤过程是不可能的。

(b) Birnbaum-Saunders 数据 [11]*。

考虑审查数据问题是很有意义的, 因为经常碰到受审查数据。我们从这篇参考资料取出 21000 磅/平方吋应力级数据并在 1222×10^3 循环处截断它; 这给出 34 个试样, 它们在这个循环数或以前破坏。我们用 10^4 振荡作为负载循环。我们使用具有由 (1)* 给出的 P 的平稳过程; 经验分布函数建议 $\pi_1 = 1$; 于是我们找到 $b = 13$ 和 $r_j = p_j/q_j = 10.5$ 。数据的经验分布函数示于图12中; 实线是从该模型得到的累积分布函数; 虚线是用全部数据由模型得到的累积分布函数。结果是不言而喻的。

(c) Parker, Zaretsky 和 Dietrich (滚动-单元疲劳寿命) 数据 [2]。选择这些数据是因为, 这些数据的经验分布函数并不是在疲劳寿命试验中通常找到的典型的一种。进一步, 经验分布函数有点象我们在复合材料疲劳研究中已看到的某些不完全的分布函数。

数据是从这篇参考文献的图 10 (c) 取得的。用到 10^5 应力-循环的负载循环。经验分布函数画在图13中。从参考文献得到的两参数 Weibull 分布的累积分布函数作为最后虚线示出。

用两种模型去拟合该数据。从两种模型得到的累积分布函数示于图中。模型 1 是以非平稳过程为基础的; 模型 2 是以平稳过程为基础, 它具有 $\pi_1 \neq 1$ 和 P, 其 P 在主对角线以上的第二对角线上有元素。这些模型的参数是复杂的, 将不给出。

有三点值得注意。首先, 模型的累积分

布函数对数据的拟合，比起由 Weibull 分布的累积分布函数提供的拟合要好些。其次，模型的累积分布函数彼此相近，即使它们来自非常不同的过程亦如此。第三，模型 1 认为，可能有加工硬化发生，而模型 2 提出初裂纹广泛分布的可能性。

(d) 对高速切削工具 №7 的保证损坏数据[3]。这第一组损坏数据有一个类似于(a)中找到的这种经验分布函数；这就是选择它的理由。

这种情形的负载循环在切削工具时是与转动部分的旋转数成正比的。在同一工具的

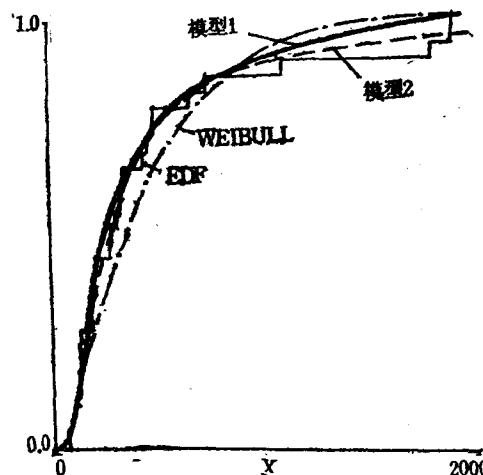


图13 模型F_w和来自Weibull随机变量的F_w对来自滚动单元疲劳寿命的经验分布函数的拟合[第2部分, [2]]。

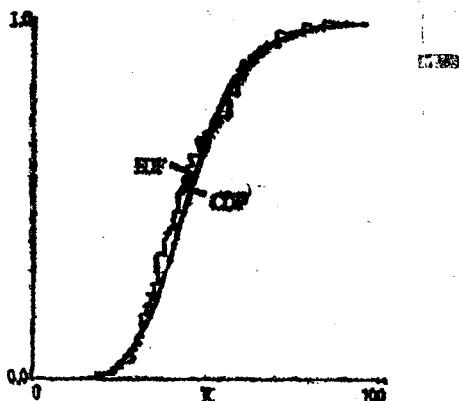


图14 平稳模型F_w与来自高速钢切削工具损坏数据的经验分布函数的拟合[第2部分, [3]]。

四边上64个切口位置。在恒定进刀速率下当工具燃烧时破坏就发生。图14给出经验分布函数。根据经验分布函数的形状，固定负载循环过程被假定有由(1)*给出的P和 $\pi_1 = 1$ ；参数估算出是 $b = 10$, $r_j = p_j / q_j = 3.982$ 。模型的累积分布曲线在图中以实线示出。

(e) 对高速切削工具 №3 的保证损坏数据[3]。此外，经验分布函数非常不同于早已给出的那些；在显示该模型的灵活性方面，这就使这种数据有意义。

同样的情形在这儿成立，正如在先前的例子中那样。有32个切削位置。这些数据的经验分布函数给在图15中。这个图相似于图1。我们使用有由(1)*给出P的平稳过程。估计的参数是 $b = 14$, $\pi_1 = 0.844$, $\pi_8 = 0.156$, $r_j = p_j / q_j = 3.776$, $j = 1, \dots, 7$
 $= 1.533$, $j = 8, \dots, 13$ 。

模型的累积分布函数与数据的拟合是好的。

我们注意到，此模型暗示着不同的初期缺陷是存在的。按照 Wager 论文的意见，这些缺陷也许同这种工具不同位置中存在不同硬度有关联。

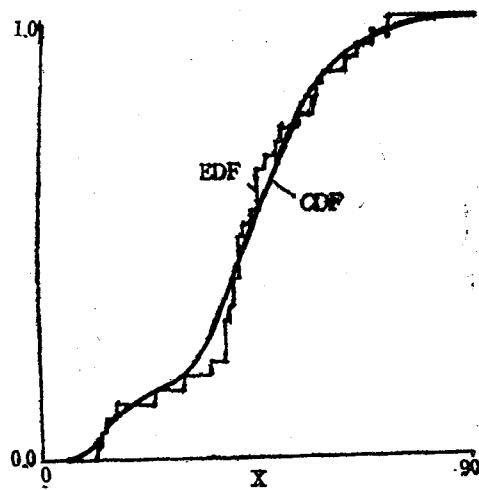


图15 平稳模型F_w与从高速钢切削工具上的损坏数据得到的经验分布函数的拟合

(f) Sweet 和 Kozin 的数据[4]。在两种应力振幅下的两组疲劳数据已经得到探讨。

一组数据是，在应力振幅 σ_1 下进行 900 次负载循环，然后在应力振幅 $\sigma_2 (> \sigma_1)$ 下负载循环至破坏。在这一情况下得到一个可以比较累积分布函数和经验分布函数的模型。第二组数据是在应力振幅 σ_1 下进行 1200 次负载循环，接着在应力振幅 $\sigma_3 (> \sigma_2 > \sigma_1)$ 下负载循环至破坏。用一个合理的方案，对于在 σ_1 下作了 900 次负载循环而后在振幅 σ_3 负载循环下直至破坏的寿命，其平均值和标准偏差都可以估计得到。仅仅根据第一组数据及其模型，根据在固定应力振幅下试验数据的结果，和根据一直记忆的预测格式，对于在 σ_1 下作了 900 次负载循环，后在 σ_3 下负载循环的情况，我们构造了一个模型。换句话说，用第一模型和固定振幅数据可估算两组应力级的疲劳寿命的相互作用。对于在 σ_1 下作了 900 次循环后在振幅 σ_3 下循环至破坏的寿命，计算了其平均值和标准偏差。比较如下：

$$(m)_{\text{估计}} = 214, (m)_{\text{计算}} = 221$$

$$(sd)_{\text{估计}} = 100, (sd)_{\text{计算}} = 98$$

然而，必须指出，这是第一组被分析的多重应力振幅疲劳数据，相互作用包括在其中，用到直接记忆预测格式。当要进行预测时，我们并不断言已经掌握了多重应力振幅疲劳的情形，然而上述结果是令人满意的。顺便提及，在这种情形中用的材料是 1020 钢。

4. 讨论与结论

在计算中使用(7)*或(17)*是方便的。简单的矩阵相乘即可得 p_x 。可变性的四种主要来源是模型结构中所固有的。可变性的这四种来源分开进入 p_x 的计算，因而，在时间 x 它们对至破坏的时间 W_b 或损伤 D_x 或从属函数性状的影响，可以分开估算。正如由(8)*和(13)*指出*那样， W_b 和 D_x 的累积分布函数由 p_x 得到。诸如破坏速率函数(10)*或平均破坏速率函数*等老化测量，都可从 W_b 的累积分布函数得到。显然， W_b 和 D_x 的

矩可从(11)*和(14)*得到*，如果想得到更高阶的矩，其方法是类似的。

模型的灵活性是显著的；参数的数目由 p_0, P_j, ρ_j 和 τ_j 规定。其它模型不具有这种程度的灵活性。

方程(7)*是以固定负载循环为基础的。很清楚，如果存在着由不同 p_j 确定的不同负载循环，就必须计及各种负载循环的次序。这与 Miner 定律成显著的对比，特别是，Miner 定律没有考虑加载的顺序。

如果存在两个 b ，比如说 b_1 和 $b_2 > b_1$ ，其中， b_1 是同替换有关的损伤态， b_2 是同破坏有关的损伤态，那末，对 b_1 和 b_2 引入适当的 P ，替换的时间 W_{b_1} 和破坏的时间 W_{b_2} 的累积分布函数可以计算出来。因此，替换的时间可以同破坏的概率一起计算出来，这正是应该计算的。

我们已经用到作为老化的度量的破坏速率或危险函数。其它度量也可加以利用[20]*。危险函数可以有广泛变化的形式。这与[10, 11]*中给出的结果形成对照。因此，该模型示出老化度量中的性质，它们在疲劳和损坏中会合理地发生的。

最后，我们观察到， W_b 的累积分布函数可以选择出来同由疲劳和损坏寿命产生的经验分布函数很好拟合。

在这一点上，列出某些更重要的该模型能做到的东西是便利的，其用途估计如下：

1. 可以容易地提供至破坏（或替换）时间的累积分布函数，危险函数、可靠度函数，在任意时刻的损伤累积分布函数，和这些量的矩。
2. 可变性的每种来源对所列条目的影响在这里可以得到研究。
3. 可容易地把包括在经验分布函数中的数据概括起来。
4. 在某些情形中可以被用作诊断工具。
5. 可同时提供替换和破坏时间的累积分

*这里原文公式缺※号，有误——译注