



北京大学物理学丛书
*The Series of Advanced Physics
of Peking University*

数理物理基础

彭桓武 徐锡申 编著

北京大学出版社 PEKING UNIVERSITY PRESS

北京大学物理学丛书

数理物理基础

彭桓武 徐锡申 编著

北京大学出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

数理物理基础/彭桓武,徐锡申编著. —北京:北京大学出版社,
2001.5

(北京大学物理学丛书)

ISBN 7-301-04950-1

I. 数… II. ①彭… ②徐… III. 数学物理方法 IV. 0411.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 22762 号

书 名: 数理物理基础

著作责任者: 彭桓武 徐锡申 编著

责任编辑: 周月梅

标准书号: ISBN 7-301-04950-1/O · 506

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn/cbs.htm>

电 话: 出版部 62752015 发行部 62754140 理科编辑部 62753160

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

印刷者: 北京大学印刷厂印刷

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

850×1168 32 开本 13.375 印张 350 千字

2001 年 5 月第 1 版 2001 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 22.00 元

《北京大学物理学丛书》

编委会名单

主 任：高崇寿

副 主 任：（按姓氏笔画排，下同）：

刘寄星 秦旦华 聂玉昕

阎守胜 黄 涛

编 委：邹英华 邹振隆 宋菲君 吴崇试

林纯镇 俞允强 夏建白 曾谨言

韩汝珊 解思深 瞿 定

常务编委：周月梅

前 言

物理学是自然科学的基础,是探讨物质结构和运动基本规律的前沿学科.几十年来,在生产技术发展的要求和推动下,人们对物理现象和物理学规律的探索研究不断取得新的突破.物理学的各分支学科有着突飞猛进的发展,丰富了人们对物质世界物理运动基本规律的认识和掌握,促进了许多和物理学紧密相关的交叉学科和技术学科的进步.物理学的发展是许多新兴学科、交叉学科和新技术学科产生、成长和发展的基础和前导.

为适应现代化建设的需要,为推动国内物理学的研究、提高物理教学水平,我们决定推出《北京大学物理学丛书》,请在物理学前沿进行科学研究和教学工作的著名物理学家和教授对现代物理学各分支领域的前沿发展做系统、全面的介绍,为广大物理学工作者和物理系的学生进一步开展物理学各分支领域的探索研究和学习,开展与物理学紧密相关的交叉学科和技术学科的研究和学习提供研究参考书、教学参考书和教材.

本丛书分两个层次.第一个层次是物理系本科生的基础课教材,这一教材系列,将在几十年来几代教师,特别是在北京大学教师的教学实践和教学经验积累的基础上,力求深入浅出、删繁就简,以适于全国大多数院校的物理系使用.它既吸收以往经典的物理教材的精华,尽可

能系统地、完整地、准确地讲解有关的物理学基本知识、基本概念、基本规律、基本方法;同时又注入科技发展的新观点和方法,介绍物理学的现代发展,使学生不仅能掌握物理学的基础知识,还能了解本学科的前沿课题和研究动向,提高学生的科学素质.第二个层次是研究生教材、研究生教学参考书和专题学术著作.这一系列将集中于一些发展迅速、已有开拓性进展、国际上活跃的学科方向和专题,介绍该学科方向的基本内容,力求充分反映该学科方向国内外前沿最新进展和研究成果.学术专著首先着眼于物理学的各分支学科,然后再扩展到与物理学紧密相关的交叉学科.

愿这套丛书的出版既能使国内著名物理学家和教授有机会将他们的累累硕果奉献给广大读者,又能对物理的教学和科学研究起到促进和推动作用.

《北京大学物理学丛书》编辑委员会

1997年3月

Preface

Physics is the foundation of natural sciences, a leading discipline of studying structures of matter and basic laws of motion. For several decades, driving by the demands of developing technology, the breakthrough in the studies of physical phenomenon and the laws of physics never end. During this period, all branches of Physics grew very fast and our knowledge of the basic laws governing the motion of the physical world was highly enriched. The growing of physics accelerated the progress of many physics related areas and technologies. The development of physics provided grounds and guidance for the birth and the growth of those new branches of physics, related areas and new technologies.

In order to catch up the main stream of the modernization and to give an impetus to scientific research and to improve teaching of physics in China. We decided to publish "*The Series of Advanced Physics of Peking University*". We invited those distinguished physicists and professors who worked in the frontier of physics to give series introductions to all branches of modern physics and recent developments in these fields. This series, as a consequence, provides textbooks and references for physicists and physics students in their studies of all branches of physics, related areas and technologies.

This series is divided into two sub-series of different levels, the first sub-series includes the textbooks of undergraduate

physics written by experienced teachers in Peking University in past decades. These textbooks were written concisely with deep insights and easier expressions, which adopt essences of physics textbook classics, explain fundamental concepts, laws and methods of physics in a systematic and rigorous way. In addition, these textbooks properly introduced the new approaches and the latest developments of physics for educational purposes. This sub-series is suitable for teaching of undergraduate physics for most universities and institutes in China. The second sub-series includes graduate textbook, references and academic writings. This sub-series focuses on the latest developments and accomplishments in the active subjects of relevant research with international interests and introductions to those of fast developing research fields. The topics of academic writings mainly cover all branches of physics, but it will be generalized to closely related areas.

We wish the publication of this series could provide an opportunity for leading physicists and physics professors in China to show their fruitful accomplishments to general audience and to give an impetus to teaching and research in physics.

Editorial board of

"The Series of Advanced Physics of Peking University"

March 1997

序

1950 年秋,本书第一作者(彭)在清华大学物理系,首次开一门选修的数学课,内容涉及多门数学,但都是学物理者经常需要懂和用的那些部分.因为当时是新课,听课同学包括大学高年级生和研究生.每周两课时,历时两学期,无课本,无讲义,仅在上学期曾经陆续记下简单的授课大纲,累计满一本薄薄的练习本.学年结束时以检察听课笔记代替考试.笔记最好的为研究生徐锡申和四年级生钱尚武所记,两人乃被邀誉抄其全部笔记与彭保存.本书即根据上述资料,由第二作者(徐)整理和稍加补充而成.

彭在吉林毓文中学读初中三年级时,所用数学课本即为三角、几何、小代数的混合初等数学教材,而彭在清华大学物理系所开的数学课,则好像是代数、几何、分析的混合高等数学.根据彭的科研经历,到他开数学课时,他主要注意在物理的量子理论方面,有量子态的叠加原理作根据.碰到的数学问题,管它是代数方程、微分积分方程,总是线性的;这就使这部分高等数学便于混合地讲,似乎线性高等数学也有个统一的基础.

彭当时用“数理物理”作为课程名称,授课时主要阐明重要数学概念、方法和定理及其条件,旨在为学物理者经常需要弄懂和运用的数学作多方面的简要引导.因此本书内容与学习苏联后的“数理物理方法”教学大纲差别较大;也与风格各异的德、英、美等的几家“数理物理”或“理论物理方法”专著,博浅专深有所不同.所以本书书名采用“数理物理基础”.

徐在整理书稿过程中,为了表述的准确与充实,除查用过大部分原引参考书之外,还参阅了以后直至近年来出版的多种书籍并有所引用.另外,对全书章节进行详细编排后,适当补充了少量内

容.最后,经过彭细致审阅校改后定稿.具体内容包括:线性变换,群,行列式,线性方程组的求解,矢量与张量分析,二次型和主轴变换,线性积分方程,函数空间,变分法,微分方程绪论,二阶线性偏微分方程,二阶线性常微分方程,微分方程的数值解法等共十三章.

本书具有以下特点:紧密联系物理问题,重点阐述重要数学概念和方法.从线性变换入手,提纲挈领地讲线性数学的有关内容连贯起来,构成有机整体.从典型特例着手,深入浅出,循序渐进,从而引出一般理论,易于学习.叙述力求严格,繁冗论证有时借助物理直观,强调运用条件,便于正确运用.关注到数值方法的重要性,多处有着重论述.阐述简明扼要,以极少篇幅而涵盖相当丰富内容,可快速引导入门.尽管跨过了半个世纪,但现在看来,本书的选材内容和讲授方法,国内外有关书籍仍极少见.

最后,对于钱尚武教授提供的听课笔记,表示衷心感谢.还要感谢清华大学张泽瑜教授,他曾关怀过本书的最初出版事宜.作者对《北京大学物理学丛书》编委们致谢,特别对常务编委周月梅女士和北京大学出版社有关人士提供的方便致谢.

谨以此书作为向新世纪暨母校清华大学九十周年校庆的献礼.

彭桓武 中国科学院理论物理研究所

徐锡申 北京应用物理与计算数学研究所

2001年3月于北京

目 录

第 1 章 线性变换	(1)
1.1 线性变换的定义	(1)
1.1A 附录：域的概念	(2)
1.2 线性变换的矩阵表示	(3)
1.2.1 矩阵的定义	(3)
1.2.2 矩阵的运算	(4)
1.2.3 线性变换的矩阵表示	(6)
1.3 线性变换与线性空间	(7)
1.3.1 线性变换的性质	(7)
1.3.2 矢量空间和矢量子空间	(7)
1.3.3 线性变换与矢量空间映射的定理	(8)
1.4 矢量空间的基	(9)
1.4.1 矢量的线性无关与线性相关	(9)
1.4.2 矢量空间的基与维数	(11)
1.5 线性变换与矢量空间映射的定理的明晰化	(13)
1.6 非奇异与奇异线性变换及有关定理	(13)
1.6.1 非奇异与奇异线性变换	(13)
1.6.2 线性变换的映射性质	(14)
1.6.3 非奇异线性变换的——映射性质	(14)
1.6.4 非奇异线性变换具有逆变换	(15)
1.6.5 奇异线性变换的情况	(17)
第 2 章 群	(19)
2.1 非奇异线性变换总体的性质	(19)
2.1.1 非奇异线性变换具有逆变换	(19)

2.1.2	非奇异线性变换具有恒同变换	(19)
2.1.3	线性变换之积	(20)
2.1.4	线性变换的乘法满足结合律	(21)
2.1.5	非奇异线性变换的几何意义	(22)
2.2	抽象群的定义	(23)
2.2.1	定义	(23)
2.2.2	说明与例子	(24)
2.2A	附录: 域的另一定义	(26)
2.3	一般线性群	(27)
2.3.1	线性变换群	(27)
2.3.2	矩阵群	(27)
2.3.3	群的同构	(28)
2.3.4	一般线性群	(29)
2.3.5	连续群	(29)
2.4	仿射变换群	(29)
2.4.1	子群	(29)
2.4.2	仿射变换群	(30)
2.4.3	仿射变换群的子群	(31)
2.5	正交群	(31)
2.5.1	正交变换	(31)
2.5.2	转置矩阵	(32)
2.5.3	标积的定义	(32)
2.5.4	正交矩阵	(33)
2.5.5	正交变换保持标积不变	(33)
2.5.6	等价关系	(33)
2.5.7	正交群	(34)
2.5.8	刚体运动的 Euclid 群	(35)
2.6	么正群	(36)
2.6.1	么正变换	(36)

2.6.2	Hermite 矩阵	(36)
2.6.3	么正矩阵	(36)
2.6.4	么正变换保持标积不变	(37)
2.6.5	么正群	(37)
2.7	置换群	(38)
2.7.1	置换的定义	(38)
2.7.2	置换矩阵	(38)
2.7.3	对称群的定义	(39)
2.7.4	置换、轮换与对换	(40)
2.7.5	对称群有关定理	(42)
2.7.6	置换群	(44)
2.8	群同构的具体例子	(45)
第3章	行列式	(50)
3.1	行列式的定义	(50)
3.2	行列式的主要性质	(52)
3.3	行列式的展开	(55)
3.3.1	子行列式	(55)
3.3.2	行列式按行(或列)展开	(57)
3.3.3	行列式的 Laplace 展开	(59)
3.3.4	行列式值的计算——凝聚法	(61)
3.4	矩阵的分块运算	(63)
3.4.1	矩阵的分块乘法	(63)
3.4.2	同阶矩阵之积的行列式	(64)
3.4.3	同阶行列式的乘积	(65)
3.4.4	分块矩阵的行列式	(65)
3.5	矩阵的秩	(66)
3.5.1	秩的定义	(66)
3.5.2	满秩方阵的有关定理	(66)
3.5.3	列秩与行秩及有关定理	(67)

3.6	矩阵求逆	(68)
3.6.1	利用伴随矩阵求逆	(68)
3.6.2	利用矩阵的变换求逆	(69)
3.6.3	利用矩阵的分块运算求逆	(70)
3.6.4	逐步求近法	(71)
3.7	矩阵的迹	(71)
3.8	若干特种行列式	(72)
3.8.1	Vandermonde 行列式	(72)
3.8.2	Jacobi 行列式	(73)
3.8.3	Wronski 行列式	(75)
3.9	行列式的导数与极限	(76)
3.9.1	行列式的导数	(76)
3.9.2	行列式的极限	(77)
第4章	线性方程组的求解	(78)
4.1	引言	(78)
4.2	Gauss 消元法	(79)
4.2.1	用消元法求数值解的例子	(79)
4.2.2	关于数值解的讨论	(82)
4.3	Cramer 法则	(83)
4.4	迭代法	(84)
4.4.1	几种常用迭代法	(85)
4.4.2	迭代格式的矩阵形式	(86)
4.4.3	迭代收敛性	(87)
4.4.4	松弛因子的选取	(88)
4.4.5	一个例子	(88)
	习题	(89)
第5章	矢量与张量分析	(92)
5.1	矢量与张量的定义	(92)
5.2	Descartes 张量	(93)

5.2.1	正交变换	(93)
5.2.2	Descartes 张量	(94)
5.2.3	Descartes 张量的例子	(96)
5.3	Descartes 张量的运算	(97)
5.3.1	张量的线性相加	(97)
5.3.2	张量的相等	(97)
5.3.3	零张量	(98)
5.3.4	单位张量	(98)
5.3.5	张量的缩并	(99)
5.3.6	张量的乘法	(99)
5.3.7	张量的缩乘	(100)
5.3.8	张量的导数	(100)
5.3.9	张量方程	(102)
5.4	对称和反对称张量	(102)
5.4.1	张量指标的置换	(102)
5.4.2	对称和反对称张量	(103)
5.4.3	全反对称张量·赝张量	(105)
5.5	赝 Euclid 张量	(110)
5.6	广义坐标变换下的张量	(112)
5.6.1	广义坐标变换	(112)
5.6.2	反变矢量	(114)
5.6.3	标量场	(115)
5.6.4	协变矢量	(115)
5.6.5	混变张量	(116)
5.7	混变张量的代数运算	(117)
5.7.1	张量的加法和减法	(117)
5.7.2	张量的缩并	(118)
5.7.3	张量的乘法	(118)
5.7.4	对称和反对称张量	(119)

5.8	度规张量	(120)
5.8.1	度规张量	(120)
5.8.2	反变度规张量	(121)
5.8.3	相伴张量	(121)
5.8.4	指标的升降	(121)
5.8.5	张量方程中的指标定则	(122)
5.9	标量密度与张量密度	(122)
5.9.1	标量密度	(122)
5.9.2	标量积分元	(123)
5.9.3	张量密度	(124)
5.10	商定律.....	(124)
5.11	张量的微分运算.....	(126)
5.11.1	矢量平移与仿射联络	(126)
5.11.2	Levi-Civita 联络	(128)
5.11.3	张量的协变导数	(130)
5.11.4	张量的协变散度	(133)
5.11.5	联络系数的变换律	(134)
5.11.6	曲率张量	(136)
第 6 章	二次型和主轴变换.....	(142)
6.1	二次型与 Hermite 型	(142)
6.1.1	二次型	(142)
6.1.2	Hermite 型	(142)
6.2	主轴变换	(143)
6.2.1	主轴变换的定义	(143)
6.2.2	主轴变换的意义	(143)
6.3	本征值问题	(146)
6.3.1	本征值的确定及其性质	(146)
6.3.2	本征矢及其性质·矩阵的对角化	(148)
6.4	本征值的极值性质	(152)

6.4.1	极值原理	(153)
6.4.2	主轴变换的具体步骤	(153)
6.4.3	变分形式	(155)
6.5	Sylvester 惯性律	(156)
	习题	(157)
第7章	线性积分方程	(165)
7.1	积分方程	(165)
7.1.1	定义和分类	(165)
7.1.2	对应无穷代数方程组	(166)
7.2	第二类积分方程的 Fredholm 解	(167)
7.2.1	对应代数方程组及其解法	(167)
7.2.2	Fredholm 行列式	(168)
7.2.3	Fredholm 解	(170)
7.2.4	例子	(172)
7.3	第二类积分方程的 Liouville 迭代解	(174)
7.4	齐次积分方程	(175)
7.4.1	有非平凡解的条件	(175)
7.4.2	看作本征值问题	(176)
7.4.3	对称核与 Schmidt 定理	(176)
7.4.4	本征函数的正交归一化	(177)
7.4.5	求本征值和本征矢的 Aitken 方法	(178)
7.4.6	齐次积分方程的本征函数系	(180)
7.5	第二类积分方程的 Hilbert-Schmidt 解法	(181)
	习题	(183)
第8章	函数空间	(189)
8.1	引言	(189)
8.1.1	基本概念	(189)
8.1.2	Schwarz 不等式	(189)
8.1.3	备注	(191)