数学同步测试丛书

概率论与数理统计

同步测试

李大卫　张丽娜　孙承志　主编

王学理　主审

6

NEUPRESS

东北大学出版社

概率论与数理统计同步测试

主　编　李大卫　张丽娜　孙承志
副主编　葛仁东　唐　明
主　审　王学理

东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计同步测试/李大卫,张丽娜,孙承志主编.—沈阳:东北大学出版社,2002.8
ISBN 7-81054-679-1

Ⅰ.概… Ⅱ.李… Ⅲ.①概率论—高等学校—试题 ②数理统计—高等学校—试题 Ⅳ.O21-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第054272号

出 版 者:东北大学出版社
(邮编:110004 地址:沈阳市和平区文化路3号巷11号)
出 版 人:李毓兴
印 刷 者:沈阳市第六印刷厂
发 行 者:新华书店总店北京发行所
开 本:850mm×1168mm 1/32
印 张:12.5
字 数:325千字
出版时间:2002年8月第1版
印刷时间:2002年8月第1次印刷
责任编辑:孟 颖 刘宗玉
责任出版:秦 力
封面设计:唐敏智

定 价:15.00元

垂询电话:024—83687331(发行部) 024—83680265(传 真)
E-mail:neuph@neupress.com http://www.neupress.com

前　　言

“概率论与数理统计”既是高等学校理科专业学生的一门数学课，也是大部分工科专业学生的必修课，更是考研数学试题的重要组成部分，因而备受重视。但由于“概率论与数理统计”理论体系抽象、内容多，因而较难掌握，其思维方式与解题思路也有别于“高等数学”和“线性代数”，因此初学者不易入门，更不好深入.

实践证明，通过演练大量习题来完成“概率论与数理统计”的学习是必需的。但是，学生们往往是盲目地做题，缺乏科学的选择，最后很难达到预期目标，同时还浪费了大量的宝贵时间. 编写本书的目的，就是要解决这一问题. 本书的特色在于内容与教材的紧密衔接，随授课进度进行同步测试；精心选择的各类试题，既基本又典型，面广但不重复，循序渐进、重点突出，最终目的是让学生在尽可能短的时间内巩固基本概念，掌握解题方法.

本书共分三大部分，含测试套题 48 套. 第一部分为归类测试，共有六讲，每讲含四套题，其中稍易的 A 级两套，稍难的 B 级两套. 每套均含填空题、选择题（单项）、计算题、综合题与证明题五种题型. 第二部分为期末测试，分为模拟测试和真题测试两讲，共有 12 套测试题. 其中 6 套模拟测试题，难易程度相当于普通本科院校的期末试题；6 套真题，选自于重点大学实际使用过的期末试题. 前两部分每套题完成时间为两个小时. 第三部分为考研测试，分模拟测试与真题测试两讲，每讲各含 6 套测试题. 真题选自近年全国考研“数学一”中试题，模拟题与此类题水平相当，每套

题要求在 3 个小时内完成.

所有测试题均给出详细解答，一部分给出解题思路和方法，指出易犯的错误并剖析原因；有些还结合解题过程对学习的思维方式予以指导，并提示解题技巧.

本书适用于在校的本科生和有志于“考研”的朋友，对于从事“概率论与数理统计”教学工作的高校教师也是一本内容翔实的参考书.

本书主编为李大卫、张丽娜、孙承志，副主编为葛仁东、唐明，参加编写的还有刘满、岳晓宁、王金芝. 全书由王学理审订.

由于编者水平所限，加之时间紧迫，书中难免会有缺憾与不妥之处，诚望得到同仁和广大读者的教正.

编 者

2002 年 3 月

目　　录

第一部分　归类测试

第一讲　随机事件及其概率

A　级

第一套

一、填空题　(3×4＝12 分)

1. 设 A，B，C 为 3 个事件，则这 3 个事件中恰有 2 个事件发生的事件可表示为______.

2. 设 $P(A)=0.1$，$P(A+B)=0.3$，且 A 与 B 互不相容，则 $P(B)=$______.

3. 口袋中有 4 个白球，2 个黑球，从中随机地取出 3 个球，则取得 2 个白球，1 个黑球的概率是______.

4. 设某人打靶的命中率为 0.7，现独立地重复射击 5 次，则恰好命中 2 次的概率为______.

二、选择题　(4×3＝12 分)

1. 设 A，B，C 是 3 个事件，与事件 A 互斥的事件是[　　].

(A) $\overline{A}B+A\overline{C}$；　　(B) $\overline{A(B+C)}$；

(C) $\overline{A\cup C}$；　　(D) $\overline{A\cup B\cup C}$.

2. 设 A, B 是任意 2 个事件, 则 $P(A-B)=$[　　].

(A) $P(A)-P(B)$;　　(B) $P(A)-P(B)+P(\overline{A}B)$;

(C) $P(A)-P(AB)$;　　(D) $P(A)+P(\overline{B})-P(AB)$.

3. 袋中共有 5 个球, 其中 3 个新球, 2 个旧球, 每次取 1 个, 无放回地取 2 次, 则第二次取到新球的概率是[　　].

(A) $\frac{3}{5}$;　(B) $\frac{3}{4}$;　(C) $\frac{2}{4}$;　(D) $\frac{3}{10}$.

三、计算题　($6\times5=30$ 分)

1. 某工厂生产的一批产品共有 100 个, 其中有 5 个次品. 从这批产品中任取一半来检查, 求发现次品不多于 1 个的概率.

2. 某人有 5 把钥匙, 其中有 2 把可以打开房门, 从中随机地取 1 把试开房门, 求第三次才打开房门的概率.

3. 某种灯泡使用 1000h 以上的概率为 0.2, 求 3 个灯泡在使用 1000h 以后至多有 1 个坏了的概率.

4. 甲、乙、丙 3 台机床加工同一种零件, 零件由各台机床加工的百分比依次是 50%, 30%, 20%. 各机床加工的优质品率依次是 80%, 85%, 90%, 将加工的零件混在一起, 从中任取 1 个, 求取得优质品的概率.

5. 甲、乙、丙、丁 4 人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别是 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 求将此密码译出的概率是多少?

四、综合题　($8\times4=32$ 分)

1. 电路由电池 A 与 2 个并联的电池 B 及 C 串联而成. 设电池 A, B, C 损坏的概率分别是 0.3, 0.2, 0.2, 求电路发生间断的概率.

2. 一个袋中装有 12 个球, 其中 4 个红球, 8 个白球, 从中不放回地取出 3 个球, 试求取出 3 个同颜色球的概率.

3. 假设目标出现在射程之内的概率为 0.7, 这时射击的命中率

为 0.6，试求两次独立射击至少有一次命中目标的概率.

4. 车间里有甲、乙、丙 3 台机床生产同一种产品，已知它们的次品率依次是 0.2，0.3，0.1，而产品数量比为：甲:乙:丙=2:3:5，现从产品中任取 1 个发现它是次品，求次品来自机床乙的概率.

五、证明题 （7×2=14 分）

1. 设 $0<P(A)<1$，证明：事件 A 与 B 独立的充要条件是 $P(B|A)=P(B|\overline{A})$.

2. 已知事件 A_1，A_2 同时发生，则 A 发生，证明：$P(A)\geqslant P(A_1)+P(A_2)-1$.

第二套

一、填空题 （3×4=12 分）

1. 设 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{4}$，$P(A\cup B)=\frac{1}{2}$，则$P(\overline{A}\cup\overline{B})=$ ______.

2. 4 个人独立地猜一谜语，他们能够猜破的概率都是$\frac{1}{4}$，则此谜语被猜破的概率为______.

3. 假设一批产品中一、二、三等品各占 60%，30%，10%．从中随机取出 1 种，结果不是三等品，则取到的为一等品的概率是 ______.

4. 电话号码由 0，1，2，…，9 中的 5 个数字排列而成，则出现 5 个数字全都不相同的电话号码的概率是______.

二、选择题 （4×3=12 分）

1. 设 A，B 是 2 个互不相容的事件，$P(A)>0$，$P(B)>0$，则 [　　]一定成立.

(A) $P(A)=1-P(B)$; (B) $P(A|B)=0$;

(C) $P(A|\overline{B})=1$; (D) $P(\overline{AB})=0$.

2. 设 $P(A)=0.8$, $P(B)=0.7$, $P(A|B)=0.8$, 则下列结论正确的是[ ].

(A) A 与 B 独立; (B) A 与 B 互斥;

(C) $B\supset A$; (D) $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

3. 设每次试验成功的概率为 p $(0<p<1)$, 则在 3 次重复试验中至少失败 1 次的概率为[ ].

(A) p^3; (B) $1-p^2$;

(C) $(1-p)^3$; (D) $(1-p)^3+3p(1-p)^2+3p^2(1-p)$.

三、计算题 ($6\times5=30$ 分)

1. 袋中放有 2 个伍分, 3 个贰分和 5 个壹分的钱币, 任取其中 5 个, 求钱额总数超过壹角的概率.

2. 箱子里有 10 个白球, 5 个黄球, 10 个黑球, 从中随机地抽取 1 只, 已知它不是黑球, 求它是黄球的概率.

3. 设在 3 次独立试验中, 事件 A 出现的概率相等. 已知事件 A 至少出现 1 次的概率为 $\frac{19}{27}$, 求事件 A 在 1 次试验中出现的概率.

4. 甲、乙、丙 3 部机床独立地工作, 由 1 个人照管. 某段时间, 它们不需要照管的概率依次是 0.9, 0.8, 0.85, 求在这段时间内, 机床因无人照管而停工的概率.

5. 随机地向半圆 $0<y<\sqrt{2ax-x^2}$ (a 为正常数) 内扔一个点, 点落在半圆内任何区域内的概率与区域的面积成正比; 求原点与该点的连线与 x 轴的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率.

四、综合题 ($8\times4=32$ 分)

1. 假设某地区位于甲、乙二河流的汇合处, 当任一河流泛滥

时，该地区即遭受水灾．设某时期内甲河流泛滥的概率为 0.1，乙河流泛滥的概率为 0.2．当甲河流泛滥时，乙河流泛滥的概率为 0.3，求

(1) 该时期内这个地区遭受水灾的概率；

(2) 当乙河流泛滥时甲河流泛滥的概率．

2．甲、乙、丙 3 人同向一飞机射击．设击中飞机的概率分别为 0.4，0.5，0.7．如果只有 1 人击中飞机，则飞机被击落的概率是 0.2；如果有 2 人击中飞机，则飞机被击落的概率是 0.6；如果 3 人都击中飞机，则飞机一定被击落．求飞机被击落的概率．

3．甲、乙 2 人投篮命中率分别为 0.7 和 0.8，每人投篮 3 次，求

(1) 两人进球数相等的概率；

(2) 甲比乙进球数多的概率．

4．一射手命中 10 环的概率为 0.7，命中 9 环的概率为 0.3，求该射手 3 发子弹得到不小于 29 环的概率．

五、证明题 （7×2＝14 分）

1．已知 3 个事件 A_1，A_2，A_3 都满足 $A_i \subset A$ $(i=1, 2, 3)$，证明：$P(A) \geqslant P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-2$．

2．假设事件 A 与 B 独立，证明：$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也独立．

B 级

第一套

一、填空题 （3×4＝12 分）

1．某市有 50% 的住户订日报，有 65% 的住户订晚报，有 80% 的住户至少订这 2 种报纸中的 1 种，则同时订这 2 种报纸的百分比

为______.

2. 设 A, B 为 2 个事件, $P(B)=0.7$, $P(\overline{A}B)=0.3$, 则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$______.

3. 同时抛掷 3 枚质地均匀的硬币, 恰出现 1 个正面的概率是______.

4. 将 n 个球随机地放入 n 个盒子中去, 则至少有 1 个盒子空着的概率为______.

二、选择题 （$4\times3=12$ 分）

1. 设 $P(AB)=0$, 则[　　].

(A) A 和 B 不相容;　　　(B) A 和 B 独立;

(C) $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$;　　(D) $P(A-B)=P(A)$.

2. 甲、乙 2 人独立地对同一目标各射 1 次, 其命中率分别为 0.6 和 0.5. 现已知目标被击中, 则它是甲击中的概率是[　　].

(A) 0.6; (B) $\frac{5}{11}$; (C) 0.75; (D) $\frac{6}{11}$.

3. 设 A, B, C 是两两独立且不能同时发生的随机事件, 且 $P(A)=P(B)=P(C)=X$, 则 X 的最大值为[　　].

(A) $\frac{1}{2}$; (B) 1; (C) $\frac{1}{3}$; (D) $\frac{1}{4}$.

三、计算题 （$6\times5=30$ 分）

1. 一批产品共 100 件, 对其抽样检查, 整批产品不合格的条件是: 在被检查的 4 件产品中至少有 1 件是废品. 如果在该批产品中有 5% 是废品, 问该批产品被拒收的概率是多少?

2. 将 3 个球随机地放入 4 个杯子中去, 求杯子中球数的最大值为 2 的概率.

3. 甲、乙 2 班共有 70 名同学, 其中女同学 40 名, 设甲班有 30 名同学, 而女生 15 名, 求在碰到甲班同学时, 正好碰到 1 名女同学的概率.

4. 甲、乙 2 人相约在某一段时间 T 内在预定地点会面，先到的人应等候另一人，经过时间 $t(t<T)$ 后方可离开. 求甲、乙 2 人会面的概率(假定他们在时间 T 内的任一时刻到达预定地点是等可能的).

5. 从所有的三位数(100～999)中随机取 1 个数，求它不能被 2，3，5 整除的概率.

四、综合题 （$8\times4=32$ 分）

1. 有 3 个盒子，在甲盒中装有 2 个红球，4 个白球；乙盒中装有 4 个红球，2 个白球；丙盒中装有 3 个红球，3 个白球. 设从 3 个盒中取球的机会相等，今从其中任取 1 球；它是红球的概率为多少？又若已知取出的球是红球，则它来自甲盒的概率为多少？

2. 甲、乙 2 名乒乓球运动员进行单打比赛，如果每赛一局甲胜的概率为 0.6，乙胜的概率为 0.4. 比赛既可采用三局两胜制，也可采用五局三胜制，问采用哪种赛制对甲更有利？

3. 一猎人用猎枪向一只野兔射击，第一枪距离野兔 200m 远，如果未击中，他追到离野兔 150m 远处进行第二次射击，如果仍未击中，他追到距离野兔 100m 处再进行第三次射击，此时击中的概率为 $\frac{1}{2}$. 如果这个猎人射击的命中率与他到野兔的距离的平方成反比，求猎人击中野兔的概率.

4. 有 2500 人参加人寿保险，每年初每人向保险公司交付保险费 12 元. 若在这一年内死亡，则其家属可以从保险公司领取 2000 元. 假设每人在这一年内死亡的概率都是 0.002，求保险公司获利不少于 10000 元的概率.

五、证明题 （$7\times2=14$ 分）

1. 设事件 A 与 B 互斥，且 $0<P(B)<1$，试证明：$P(A\mid\overline{B})=\dfrac{P(A)}{1-P(B)}$.

2. 设 A，B，C 3 个事件相互独立，证明：$A\cup B$，AB 肯定与 C 相互独立.

第二套

一、填空题 （3×4=12 分）

1. 设 A，B 为 2 个事件，$P(A)=0.5$，$P(A-B)=0.2$，则 $P(\overline{AB})=$______.

2. 一批产品中有 10 个产品，其中有 8 个合格品，2 个次品. 从中每次取 1 个，取后不放回，则第三次才取到次品的概率为______.

3. 10 个球中只有 1 个红球，有放回地抽取，每次取 1 个球，直到第 n 次才取得 k 次红球的概率为______.

4. 将一枚骰子独立地先后掷 2 次，以 X 和 Y 分别表示先后掷出的点数，设 $A=\{X+Y=10\}$，$B=\{X>Y\}$，则 $P(B|A)=$

______.

二、选择题 （4×3=12 分）

1. 10 个球中有 3 个红球，7 个绿球，随机地分给 10 个小朋友，每人 1 球，则最后 3 个分到球的小朋友恰有 1 个得到红球的概率为 [ ].

(A) $C_3^1\left(\frac{3}{10}\right)$； (B) $\frac{3}{10}\left(\frac{7}{10}\right)^2$；

(C) $C_3^1\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)^2$； (D) $\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}$.

2. 已知 $P(B)>0$，$A_1A_2=\varnothing$，则下列各式中不正确的是 [ ].

(A) $P(A_1A_2|B)=0$；

(B) $P(A_1\cup A_2|B)=P(A_1|B)+P(A_2|B)$；

(C) $P(\overline{A}_1\,\overline{A}_2|B)=1$；

(D) $P(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 | B) = 1$.

3. 设 A，B 为2个随机事件，且有 $P(C|AB)=1$，则下列结论正确的是[　　].

(A) $P(C) \leqslant P(A)+P(B)-1$； (B) $P(C)=P(AB)$；

(C) $P(C) \geqslant P(A)+P(B)-1$； (D) $P(C)=P(A+B)$.

三、计算题 (6×5=30分)

1. 一幢10层的楼房中的一架电梯，在底层登上7位乘客. 电梯在每一层都停，乘客从第二层起离开电梯. 假设每位乘客在哪一层离开电梯是等可能的，求没有2位及2位以上乘客在同一层离开的概率.

2. 某人忘记了电话号码的最后1个数字，因而他随意地拨号，求他拨号不超过3次而接通电话的概率.

3. 某种动物由出生活到20岁的概率为0.8，活到25岁的概率为0.4，问现年20岁的动物活到25岁的概率是多少?

4. 在区间(0, 1)内任取2个数，求这2个数的乘积小于$\frac{1}{4}$的概率.

5. 每门高射炮(每射一发)击中敌机的概率为0.6，现若干门同型号的高射炮同时发射(每炮射一发)，欲以99%以上的把握击中一架敌机，问至少需要配置几门高射炮?

四、综合题 (8×4=32分)

1. 假设每个人的生日在任何月份是等可能的. 已知某单位中至少有1个人的生日在一月份的概率不小于0.96，问该单位有多少人?

2. 甲、乙、丙3人各自加工1个产品，检查的结果是在3个产品中发现1个次品. 设甲、乙、丙加工产品的次品率分别是0.1，0.2，0.3，求这个次品是甲加工的概率.

3. n 个人每人携带 1 件礼品参加联欢会，联欢会开始后，先把所有礼品编号 1，2，…，n，然后每人各抽 1 个号码，按号领取礼品，求所有参加联欢会的人都得到别人赠送的礼品的概率.

4. 排球竞赛规则规定：发球方赢球时得分，输球时则被对方夺得发球权. 甲、乙 2 个排球队进行比赛，已知当甲队发球时，甲队赢球和输球的概率分别是 0.4 和 0.6；当乙队发球时，甲队赢球和输球的概率都是 0.5. 无论哪个队先发球，比赛进行到任一队得分时为止，求当甲队发球时各队得分的概率.

五、证明题 （7×2＝14 分）

1. 设 $P(A)>0$，试证明：$P(B|A)\geqslant 1-\dfrac{P(\overline{B})}{P(A)}$.

2. 一个袋中有 4 个球，其中 1 个红球，1 个白球，1 个黑球，还有 1 个画着红、白、黑 3 种颜色的球. 从袋中任取 1 个球，并设事件 A，B，C 分别表示取出的球上画有红、白、黑色. 证明：A，B，C 两两独立，但不相互独立.