

测量数据处理 及误差理论

刘 扬 张华丽 编著

原子能出版社



180545

TB9

0257

测量数据处理及误差理论

刘 扬 张华丽 编著

原子能出版社

内 容 简 介

本书是技术培训教材,共分十二章,两个附录,主要包括测量和误差的基本概念、概率论和数理统计的基本知识、随机误差和系统误差处理方法、误差传递理论与误差的合成、有效数字和可疑数据剔除、参数估计方法、最小二乘法拟合观测数据、假设检验、回归分析以及实验数据的数值计算方法等

本书可供科学工作者、工程技术人员以及高等院校师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

测量数据处理及误差理论/刘扬,张华丽编著. —北京:原子能出版社,1997.5

ISBN 7-5022-1698-7

I. 测… I ①刘… ②张… III. ①物理量-测量数据-数据处理-技术培训-教材②物理量-测量误差-理论-技术培训-教材 IV. O4-34

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09135 号

© 原子能出版社,1997

原子能出版社出版 发行

责任编辑:田宁

社址:北京市海淀区阜成路 43 号 邮政编码:100037

北京地质印刷厂印刷 新华书店经销

开本:787×1092 mm 1/16 印张 21.875 字数 523 千字

1997 年 5 月北京第 1 版 1997 年 5 月北京第 1 次印刷

印数:1~500

定价:68.00 元

前 言

随着科学技术的飞速发展,广大的科学实验工作者和工程技术人员对测量数据处理及其误差日益给予高度重视。如果能够对实验测量数据恰当处理和正确分析,就可以提取十分有价值的信息,并能定量地描述客观规律,进而指导科学实践和工程技术工作。众所周知,任何测量结果都含有误差,而误差又不能完全确切知道,只能合理地减少,并给出其数值大小的变化范围。因此,对测量数据及其误差,一般均采用数理统计的方法进行处理。当今,测量数据处理及其误差的内容十分广泛,其发展又非常迅速,本书的目的在于介绍测量数据处理及其误差的一些基本知识。

本书是为放射性源项调查人员编写的培训教材,十分注重理论联系实际和基础知识的学习。全书共分十二章,前五章重点介绍误差的一些概念,其主要内容包括测量和误差的基本概念、概率论基础知识、随机误差、系统误差以及总误差合成,后七章着重介绍测量数据处理程序、参数估计、最小二乘法、假设检验、曲线拟合、回归分析以及实验数据数值计算方法等。如果能系统学习本教材并经过适当地培训,就可掌握对测量数据进行处理和分析的基本方法,并能恰当地估计测量误差的大小。

本书编写过程中得到酒泉原子能联合企业和中国辐射防护研究院计算机中心的关心和帮助,在此一并致谢。

由于作者水平有限,编写中难免有疏漏和不当之处,热切希望有关专家、学者和广大读者给予批评指正。

编 者

1996年10月于太原

LRD89/07

目 录

第一章 测量和误差的基本概念	(1)
第一节 测量的定义及分类	(1)
一、测量的定义	(1)
二、标准、重复性和再现性	(2)
三、测量方法的分类	(2)
第二节 测量值的概念	(4)
一、真实值	(4)
二、测得值	(5)
第三节 测量误差的基本概念	(8)
一、误差的来源	(8)
二、测量误差的分类	(10)
三、测量误差的表示方法	(11)
四、对测量精确度的评定	(16)
第二章 概率论基础知识	(17)
第一节 随机事件和概率	(17)
第二节 随机变量及其概率分布	(18)
一、分布函数和概率(密度)函数	(19)
二、随机变量的变换	(21)
三、随机变量的特征数字	(22)
四、特征数字的运算	(24)
第三节 常用的几种概率分布	(24)
一、二项分布	(24)
二、泊松分布	(25)
三、正态分布	(26)
四、多维正态分布	(27)
五、指数分布	(30)
六、均匀分布	(31)
第四节 特征函数	(32)
一、特征函数的定义	(32)
二、特征函数的性质	(32)
三、母函数	(34)
四、有关母函数的运算法则	(34)

第五节 几个重要统计量的分布	(36)
一、 χ^2 分布	(36)
二、 t 分布	(37)
三、 F 分布	(38)
四、抽样分布定理	(39)
第六节 大数定律和中心极限定理	(40)
一、契比雪夫不等式	(40)
二、大数定律	(40)
三、贝努里定理	(41)
四、中心极限定理	(41)
第三章 随机误差	(43)
第一节 概述	(43)
第二节 随机误差的统计特征	(43)
一、随机误差所遵循的统计特征	(43)
二、随机误差的正态分布规律	(44)
三、非正态分布的随机误差	(45)
第三节 等精度测量值的精度参数	(46)
一、置信限和置信概率	(46)
二、概率积分的计算和数表	(46)
三、测量列精度参数的意义	(48)
第四节 测量结果的数值表示	(51)
一、用算术平均值表示测量结果	(51)
二、测量结果精度参数的估计	(51)
三、对精度参数的精度估计	(54)
第五节 测量值总体标准误差的估计方法	(54)
一、标准误差的无偏估计	(55)
二、佩斯特法(残差法)	(56)
三、最大误差法	(57)
四、最大剩余误差法	(58)
五、极差法	(58)
六、变程法	(59)
七、各种估计对测量数据的利用效率	(60)
第六节 测量仪器灵敏阈对标准误差的影响	(61)
第七节 确定测量次数的方法	(62)
一、确定测量次数的依据	(62)
二、测量次数的确定	(65)

第八节 权与不等精度测量	(65)
一、“权数”及加权平均值	(65)
二、加权平均值 $\bar{x}_w$ 精度参数的估计	(67)
第九节 误差的传递理论	(69)
一、间接测量的误差传递定律	(69)
二、间接测量误差 ξ_y 的误差 Δy 的计算	(72)
三、工程测量误差的评定	(72)
四、间接测量的两种常用函数关系	(73)
第十节 不等精度间接测量误差的计算	(74)
第十一节 直接被测量为相关量的误差传递	(75)
第十二节 未知函数关系的误差传递定律	(77)
第十三节 误差分配和取舍原则	(78)
一、间接测量误差分配	(78)
二、微小误差取舍原则	(80)
第四章 系统误差	(82)
第一节 系统误差的性质和分类	(82)
一、不变的系统误差	(82)
二、线性变化的系统误差	(82)
三、周期性变化的系统误差	(82)
四、复杂规律变化的系统误差	(83)
第二节 发现系统误差的简单方法	(83)
一、实验对比法	(83)
二、剩余误差观察法	(83)
三、剩余误差校核法	(86)
四、误差的直接计算法	(86)
五、系统误差的假设检验	(90)
第三节 系统误差的消除或减弱法	(100)
一、从产生系统误差的根源上消除系统误差	(100)
二、利用修正值 C 消除系统误差	(100)
三、消除系统误差的几种典型方法	(100)
第五章 总误差的合成	(104)
第一节 随机误差的合成	(104)
一、利用误差传递定律合成	(104)
二、利用随机变量方差合成原理合成	(105)
第二节 系统误差的合成	(117)

一、已定系统误差的合成	(117)
二、未定系统误差的合成	(118)
第三节 误差的综合	(120)
第六章 测量数据的处理程序	(122)
第一节 有效数字	(122)
一、有效数字的概念	(122)
二、有效位数的判定准则	(123)
三、有效数字的化整原则	(124)
四、数值化整后的误差	(124)
第二节 可疑数据的剔除	(125)
一、在测量过程中剔除可疑值	(125)
二、粗大误差判别准则	(126)
第三节 实验数据处理步骤和计算	(130)
一、测量数据处理步骤和方法	(130)
二、算术平均值及其精度	(132)
三、置信度和置信区间	(133)
第四节 不等精度观测平均值和误差的处理	(135)
一、权的概念和加权算术平均值	(135)
二、加权平均值的均方根差	(136)
三、单位权方差的估算	(137)
四、分组数据的处理	(138)
第五节 实验结果列表表示法	(141)
一、列表表示法的优点和缺点	(141)
二、列表法的表格事项	(142)
三、数据的分度	(143)
第六节 实验数据的图形表示法	(145)
一、曲线的拟合的程序	(145)
二、提高拟合精度的方法	(148)
第七章 参数估计	(150)
第一节 总体与样本	(150)
一、测量数据的随机变量意义	(150)
二、分布概率密度的近似求法	(150)
第二节 估计的分类	(152)
一、一致估计	(152)
二、无偏估计	(153)

三、充分估计	(154)
四、有效估计	(155)
五、渐近有效估计	(157)
第三节 参数的估计方法	(158)
一、矩法	(158)
二、最大似然法	(159)
第四节 最大似然估计的性质	(161)
一、最大似然估计的唯一性	(161)
二、似然函数的渐近性质	(161)
第五节 估计量的优劣标准	(164)
一、无偏性	(164)
二、有效性	(164)
三、一致性	(165)
第六节 区间估计	(166)
一、置信区间的概念	(166)
二、置信区间的求法	(167)
第七节 参数估计的贝叶斯方法	(171)
一、参数的验前分布和验后分布	(171)
二、用观测值推断随机参数	(172)
三、贝叶斯假设	(173)
第八章 最小二乘法 and 参数估计	(175)
第一节 最小二乘法原理	(175)
一、最小二乘法准则	(175)
二、最小二乘法与最大似然法	(176)
三、残差平方和	(177)
第二节 线性参数的最小二乘法估计	(177)
一、一元线性方程	(177)
二、多元线性方程	(179)
第三节 最小二乘估计的精度	(181)
一、协方差矩阵的概念	(181)
二、最小二乘法估计的协方差矩阵	(182)
三、观测值的方差 σ^2	(183)
第四节 不等精度观测下线性参数的最小二乘法估计	(184)
一、线性参数的最小二乘法估计	(184)
二、用最小二乘法估计参数的实例	(186)
第五节 非线性参数的最小二乘法估计	(188)

一、非线性参数的估计	(188)
二、几种函数形式转化成直线形式的方法	(189)
三、迭代法对参数的估计	(190)
第九章 假设检验	(193)
第一节 显著性检验的概念	(193)
一、统计假设	(193)
二、检验统计量和显著水平	(194)
三、两类错误	(195)
第二节 正态总体的假设检验	(196)
一、平均值的检验	(196)
二、两个总体平均值的比较	(201)
三、方差的检验	(202)
第三节 总体分布函数的假设检验	(205)
一、分布函数的 χ^2 检验法	(205)
二、游程数R检验法	(210)
三、柯尔莫哥洛夫检验法	(211)
第四节 似然比检验	(213)
一、对单假设的似然比检验	(213)
二、最大似然比检验	(215)
第五节 方差分析	(217)
一、单因素方差分析	(217)
二、双因素方差分析	(219)
第十章 曲线拟合法	(221)
第一节 用多项式作曲线拟合	(221)
第二节 拟合曲线的置信区间	(223)
第三节 多项式拟合阶数的选取	(224)
第四节 用正交多项式拟合曲线	(226)
一、一般正交多项式拟合曲线	(226)
二、用勒让德多项式拟合曲线	(229)
第五节 约束条件下的最小二乘法曲线拟合法	(230)
一、线性约束	(231)
二、非线性约束	(236)
第六节 分段逼近的曲线拟合法	(240)
一、一般的样条函数	(240)
二、三阶B样条函数	(241)

第十一章 回归分析	(243)
第一节 一元线性回归分析	(243)
一、一元线性回归方程	(243)
二、一元线性回归方程系数的确定方法	(244)
第二节 回归方程的显著性检验	(246)
一、相关系数 R 值	(246)
二、线性相关关系的显著性检验	(248)
三、回归方程的精度	(251)
第三节 利用回归方程进行预报与控制	(252)
一、回归方程对 Y 值的预报	(252)
二、回归方程对 Y 值的控制	(253)
第四节 一元非线性回归分析	(254)
一、线性化变换分析方法	(254)
二、一元回归曲线的线性化变换原理和步骤	(259)
三、确定变量 X 、 Y 间的函数曲线类型	(260)
第五节 多元回归分析	(260)
一、多元线性回归的数学模型	(261)
二、多元线性回归方程系数的确定方法	(261)
第六节 回归方程的显著性检验	(264)
一、相关系数检验法	(264)
二、回归系数的显著性检验	(266)
第七节 利用回归方程进行预测与控制	(268)
一、回归方程对 Y 值的预测	(268)
二、回归方程对 Y 值的控制	(269)
第八节 逐步回归分析	(269)
一、逐步回归数学模型	(270)
二、逐步回归分析的计算方法	(273)
第九节 多项式回归	(277)
一、多项式回归分析	(277)
二、多项式回归阶数的选取	(279)
第十节 正交多项式回归	(281)
一、正交多项式一般的统计性质	(281)
二、正交多项式的产生	(282)
三、自变量 x 值等距配置	(283)
四、加权最小二乘法	(284)
第十一节 正交多项式回归的应用	(285)

一、正交多项式回归方法	(285)
二、正交多项式的回归的应用举例	(290)
第十二章 实验数据数值算法	(293)
第一节 插值法	(293)
一、线性插值法	(293)
二、图解插值法	(294)
三、差分插值法	(294)
四、方程插值法	(296)
五、拉格朗日内插公式	(298)
六、外推法	(299)
第二节 列表及图解的微分法与积分法	(299)
一、用切线法求导数	(299)
二、用列表法求导数	(300)
三、用列表法求积分	(301)
附录一 附表	(303)
表1 标准正态分布 $N(0,1)$ 概率密度函数	(303)
表2 标准正态分布函数	(304)
表3 χ^2 分布表	(306)
表4 t 分布表	(308)
表5 F 分布表	(309)
表6 误差函数的 $\text{erf}(k)$ 表	(311)
表7 标准误差的置信限	(312)
附录二 关于几种常用的统计量	(313)
一、正交矩阵与正态分布	(313)
二、关于 χ^2 分布	(315)
三、关于 t 分布	(320)
四、关于 F 分布	(322)
参考文献	(325)

第一章 测量和误差的基本概念

本章主要介绍测量数据处理和误差的一些初步概念,为后续各章对测量数据处理及其误差的深入讨论奠定基础。测量是人类认识和改造客观世界的一种必不可少的主要手段,在科学研究和工程实施中均要求对客观事物的某种特性给出定量的数字表征,尤其在科学表述中应尽量给出“真值”。但是,测量的数值只能无限地接近于真值,而不可能测量出真值,所以测量值和真值之间的误差是必然存在的,是不可避免的。

第一节 测量的定义及分类

一、测量的定义

测量就是把被测量直接或间接地与另一个同类的已知量相比较,并用该已知量作为计量单位,测定出被测量是该单位量的若干倍或几分之几;也就是说,测量是求出被测量与计量单位的比值。更具体地讲,测量就是人们借助专门设备,通过实验方法,对客观事物取得测量结果的认识过程。它是通过物理实验把一个量(被测量)和作为比较单位的另一个量(标准)相比较的过程。

根据实际需要,测量结果不外乎有以下三种形式:

- (1)带有单位的数值;
- (2)在固定坐标上给出的曲线;
- (3)按一定比例给出的图形。

以上任一形式的测量结果都可以用下面的公式表示:

$$\text{测量结果} = \text{数值(被测量结果与标准的比值)} \times \text{单位(量纲)}$$

从这个测量的基本公式可以看出,测量结果应包括两部分:

数值是被测量的测得值,它可以是具体的数值,也可以用线段的长度或图形的大小来表示,实质上它就被测量与其计量标准(单位)的比值。在测量中有时还包括表示测量误差大小的精确度参数。

单位就是得到公认的、根据定义能得到数值为1的被测量的基本量。目前多数国家都采用了国际单位制(SI单位制)。它是由国际计量大会批准,由各国计量权力机关执行的。我国已颁布了计量法,制定了法定计量单位(即SI单位制)。同一被测量可用不同的测量单位来表示,但应根据单位间的换算关系,相应地改变测得值。

测量单位都有名称,作为测量结果一般都是有名数的,所以给出的测量结果,绝对不能忽略测量单位。虽然,在一些特殊情况下给出的测量结果,直观看可不带测量单位,例如分贝数、光的折射率等,但是这些物理量本身的定义,仍包含与标准量相比的内容,故一般不带单位的数值,不能明确地表示测量结果。

二、标准、重复性和再现性

1. 标准

无论何种测量总得有一个标准作参考,以便把被测量的量与这个参考标准作比较,这样的参考标准,一般可以有以下三种类型:

(1)真值 A_0 真值 A_0 称为理论值或定义值。真值是按照理论严格定义的量值,是存在于理论中的、测不到的客观实在。例如,若把理论安培用为电流的计量标准,则其定义为:若在真空中有二根截面积无限小的相距 1 m 的无限长平行直导线,在其上流过 1 A 的恒定电流时,则在二导线之间产生 2×10^{-7} N/m 的相互作用力。

这样的参考标准实际上是不存在的,它只存在于纯理论之中,这样的真值是未知的。如果,要想知道它,就必须测量它;而测量它又需要某种参考作为标准,这样就陷入无穷的循环之中。因此,绝对的真值是不可知的。但是,随着人类认识运动的发展,可以无限地逐渐逼近它。

(2)指定值(或约定真值) A_s 由于绝对的真值不可知,所以一般由国家设立各种尽可能维持不变的实物基准的标准器,指定以它的基准作为参考标准。这种基准是指用当代最先进的科学技术和工艺,以最高的精确度和稳定性建立起来的专门用以规定、保持和复现某种物理量计量单位的特殊量具或仪器。

根据基准的不同性质和用途,通常把一个国家直接按物理量单位的定义复现的最高水平的基准叫做主基准或原器。主基准可以用来充当国家标准。为了保证国家基准的精确度不致因经常使用和搬动而降低,还做成有各种专门用途的若干副基准或称为次级基准,它的量值是根据主基准来确定的。例如,国家计量局的铯射束原子频率标准中,铯-133 原子的基态超精细能级跃迁频率的平均值为 9 192 631 770 Hz。

(3)实际值(或传递值) A 日常工作仪器(量具)不可能一一都直接与国家标准相比对,一般通过多级计量检定网来进行一系列逐级比对。在每一级的比对中,常以直接上级的标准器的量值 A 当做近似真值,而称之为实际值,亦称参考值或传递值。

2. 重复性

测量结果的重复性是指用同一种方法、同一仪器(或量具),同一观察者在相同的环境条件下,在短时间内,对同一特定的待测量进行连续地多次测量结果之间的一致程度。

3. 再现性

测量结果的再现性是指用不同的方法、不同的仪器(或量具),或在不同的环境条件下,在比单次测量长的时间内,对同一特定的待测量进行多次测量结果之间的一致程度。

三、测量方法的分类

根据测量精度、测量方法、测量条件以及被测量对象在测量过程中所处状态,可把测量方法分为四种类型。这只是对测量方法粗浅的分类,根据研究的需要还会有不同的分类方法。

1. 按照对测量结果精确度分类

(1)工程测量 工程测量是一般工作中所进行的测量,对测量结果只要求取得测量值就能满足对测量的要求,不需要考虑测量误差的大小或估计测量值的可信程度。用于这种测量的设备或仪器,其灵敏度及精确度都比较低,对进行测量的环境条件几乎没有什么特殊要求,给出的测定值也比较稳定。它经单次测量或多次测量给出的测量结果完全是一样的,所以这种测量不需要考虑测量误差问题。

另一种工程测量是对测量结果只需要考虑误差的上限值(误差存在的最大变化范围)的测量。对取得的测量结果,不需要对测量误差做精细的分析和考虑,只需给出测量误差的极限值就能满足要求。用于这种测量的仪器和设备,在出厂前和长期使用后经过标定或校对而得到测量误差极限值,并在铭牌或说明书中标注出来。因此,用这种仪器或设备经过单次测量所得到的结果即为测量结果,把标注出的测量误差极限值作为测量结果的误差。

在一般生产现场或一般工程实验中所进行的测量,多为工程测量。

(2)精密测量 凡是经过测量取得测量结果后,要求估计出测量结果的误差确切值的测量,即为精密测量。这种测量在误差理论指导下,需要经过反复多次的测量过程,所用的测量仪器和设备应具有较高的精度和灵敏度,在每次测量中能够反映出测量误差的变化和存在。在测量完成后把所获取的数据根据误差理论进行处理,计算出最佳测量结果,并估计出表示测量误差的确切值。进行精密测量的条件要求比工程测量要严格,大多数是根据测量仪器的使用条件,在实验室内进行,所以也叫实验室测量。

在测量之前,首先应明确对测量结果的精度要求,确定属于哪种测量。这对于考虑测量方案、选用测量仪表和设备、对测量值进行处理,都是很重要的。采用精密测量得到的测量结果精度较高,因而付出的代价也大。而工程测量得到的测量结果精度较低,所用的测量设备简单,价格便宜,操作也比较简便,故所付出的代价也比较小。在实际工作中,不仅要考虑所付代价大小的问题,而且要选择合适的测量仪表和测量方法,否则会得到事与愿违的结果。例如,工程测量所用的测量设备(如日常用的各种量具)得不到精确的测量结果,根据测得值也无法估计测量误差的确切值。反之,采用精密测量的测量设备,在进行工程测量的环境条件下也不能正常地进行工作,甚至会造成测量设备的损坏。因此,采用精密的测量设备进行测量,若不能满足测量设备对环境条件提出的要求,就不会得到精确的测量结果。所以,根据实际的需要和可能,合理地确定采用哪种测量是极为重要的。

2. 按照取得测量结果的方法分类

(1)直接测量 把被测量和作为测量标准的量直接进行比较,或用预先按标准校对好的测量仪器对被测量进行测量,通过测量能直接得到被测量数量大小的测量结果,称此种测量为直接测量。直接测量可用下面一般公式来表示

$$y = x$$

式中: y 为被测量; x 为测得值。

在工程测量中,如对时间、长度、质量进行的测量和专用仪表对压力、温度、湿度进行的测量都是直接测量。

(2)间接测量 被测量不能用直接测量方法得到,而必须通过一个或多个直接测量值,利用一定函数关系运算才能得到,这种测量称为间接测量。间接测量可以用下面一般公式来表示

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

式中: y 为被测量; $x_1, x_2, \dots, x_m$ 为各直接测量值。

间接测量在科学研究中用得最多,因为在多数情况下,用直接测量方法不能得到被测量;或者能够测量得到被测量,但测量过程比较复杂,不如采用间接测量方便、精确,例如,天文学方面各种参数的测量,核子物理研究中对原子内部结构参数的测量等。

(3)组合测量 被测量不能通过直接测量或间接测量得到,而必须通过直接测量的测得值或间接测量的测得值建立联立方程组,通过求解联立方程组的办法,才能得到最后的测量结果。这样的测量称为组合测量,它可用下面的一般公式来表示

$$F_1(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m, x_{11}, x_{21}, x_{31}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{n1}) = 0$$

$$F_2(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m, x_{12}, x_{22}, x_{32}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{n2}) = 0$$

.....

$$F_m(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m, x_{1m}, x_{2m}, x_{3m}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{nm}) = 0$$

式中: $F_1, F_2, \dots, F_m$ 为组合测量中 y 与 x 构成的已知函数关系; $y_1, y_2, \dots, y_m$ 为组合函数中的 m 个被测量值; x_{ij} 为组合测量中第 j 个直接(或间接)被测量的第 i 次测得值, 其中 $i = 1, 2, 3, \dots, n, j = 1, 2, 3, \dots, m$ 。

上述联立方程可通过改变测量条件列出, 也可以把被测量 y 用不同的组合参加测量过程而列出, 使方程数目 m 与被测量 y 的个数相等, 这样就可以解此联立方程而求得各被测量。

组合测量只用于实验室和其它特殊场合作为一种特殊的和精密的测量方法, 一般用到这种测量方法的机会不多, 例如在大地测量或标准砝码的校对中会用到这种测量方法。

3. 按照测量条件分类

(1)等精度测量 对某一固定被测量进行重复测量, 所取得的测量数据, 可以认为是在相同的测量精度条件下得到的, 这种测量称为等精度测量。对一固定被测量作等精度测量, 所得测量数据允许有一定范围的大小变化, 但对偏大或偏小的数值, 不能判定哪种数值更加接近被测量的真实值, 只能同等对待, 即对取得数据的信赖程度是相同的, 这是判定是否为等精度测量的重要依据。

(2)不等精度测量 对被测量进行测量所得到的数据, 其精确度可判定是不等的, 这种测量称为不等精度测量。不等精度测量造成精度不等的原因, 可能是由于条件的改变、所用测量设备的不同或更换, 也可能由于数据的来源不同。对不等精度的数据应当采取特殊的处理方法。

4. 按照被测对象在测量过程中所处的状态分类

(1)静态测量 被测量在测量过程中可以认为是固定不变的, 对这种被测量进行测量称为静态测量。实际上, 静态测量不需要考虑时间因素对测量的影响, 可以把被测量或测量误差作为随机变量来研究。

(2)动态测量 被测量处在随时间不断变化的状态, 对这种被测量进行的测量称为动态测量。进行这种测量和处理这种测量得到的数据, 就要考虑时间因素对测量的影响, 即把测得值或测量误差作为随机过程来研究。

上面介绍的四种对测量的分类方法, 只涉及到以后研究测量数据处理和误差问题首先要弄清楚的基本概念, 以及各种专业进行测量时所具有的共性问题。

第二节 测量值的概念

测量原理就是测量工作所依据的客观事物的规律或物理现象, 而测量值就是把被测量值的量直接或间接地与同一类的已知量相比较而得到的量值。测量的量值是客观事物的某种特性的定量表征, 但不能完全准确地反映客观存在, 只能无限地趋近反映客观事物某种量值特征。

一、真实值

真实值是指某一被测量在一定条件下客观存在的量值。由于测量误差的普遍存在, 若想通

过测量得到某些被测量的真实值是不可能的。通过测量得到的只能是真实值的近似值。但在实际工作中可把下面三种量值看作是真实值。

(1) 真值(A_0) 真值也称为理论值、理论真值或定义值,即根据一定的理论,在严格的条件下,按定义确定的数值。在实际测量中这种值是测不到的,但这种值又确实存在。

根据误差理论可把真值定义为在排除系统误差的条件下,经过等精度多次重复测量,当测量次数 n 趋近无穷大时,所得测得值的算术平均值 $x_n (n = 1, 2, \dots, \infty)$, 就是被测量的真值 A_0 。

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^{\infty} x_n \quad (1.2.1)$$

而在实际进行测量过程中,绝对排除系统误差是不可能的,另外,进行测量的次数也总是有限的。所以,尽管理论上能把真值定义出来,通过实际测量是得不到的。在实际测量得到的测量值只能是随着科学技术的发展逐渐接近真值 A_0 的量值。

(2) 指定值(A_s) 指定值又称约定真值、相对真值或代替真值。由于被测量的真值不能通过测量得到,所以指定值就是由国际计量大会确定的、得到国际上公认的各种基准或标准的指示值。指定值还应具有足够的稳定性和复现性,它是人为约定的量值。因此,指定值会随着科学技术的发展不断得到完善和修正。

(3) 实际值(A) 由于指定值(A_s)的获得比较困难,而在实际测量中对测量结果的精度要求又不是那样高,因此在满足实际需要的前提下,相对于实际测量所要求的精度,其测量误差可以忽略的测量结果,称为实际值(或传递值)。

二、测得值

测得值或测量值包括通过各种实验测量所得到的量值,其来源多是测量仪器或各种测量装置的读数和指示值,由于测量过程中普遍存在的测量误差,所以测得值都是被测量真值的近似值。

在测量分类中已提到,对一般测量值,可直接把测得值作为测量结果表示出来。对于精密测量,则应根据数据处理和误差理论及有关知识对测得值进行加工整理,然后才能给出合理的测量结果。只有这样,才能充分利用所具备的测量条件,得到比较精确的测量结果。

下面介绍常用的把测得值作为测量结果的表示方法。

(1) 单次测得值(x) 若对测量结果的精度要求不高或有足够的把握,经过一次测量所得到的测得值,能够满足对测量结果的精度要求时,就用单次测得值 x 来近似地表示被测量的真值。

(2) 算术平均值($\bar{x}$) 在单次测量不能满足实际需要的测量精度情况下,为了充分利用测量设备或仪器所能达到的测量精度,必须经过多次测量,在等精度的测量条件下,取有限 n 次测得值 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 用这些测得值来估计被测量的真实值 μ , 习惯上规定凡是没有明确指出真实值是真值 A_0 、指定值 A_s 、传递值 A 中哪一种具体值时,均用 μ 表示。

在对测量数据进行处理中,得到普遍应用的是取所有测得值(即观测值)的算术平均值 $\bar{x}$ 来代替不能测得的被测量真值 μ 。

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \quad (1.2.2)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n$ 。