丛书主编：希 扬

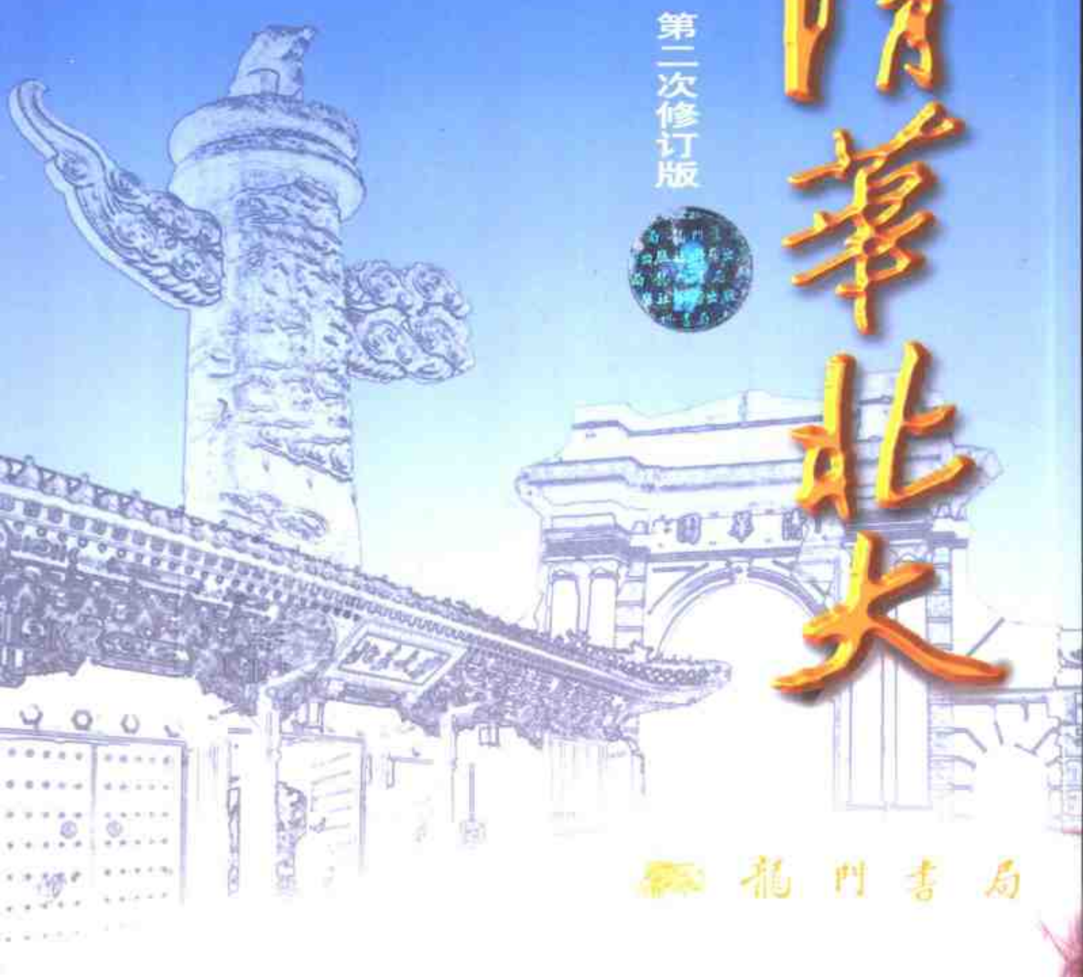
走向清华北大

同步导读

第二次修订版

初一 数学（下）

主编：屠新民 杜 瑜



龍門書局

走向清华北大·同步导读

（第二次修订版）

初一数学

（下）

主编　屠新民　杜　瑜

编者　屠新民　杜　瑜　项昭义
　　　陈　灏　张志红　杜林涛
　　　赵晓强　马建民　李丽琴

主编寄语

清华北大是科学家的摇篮——上清华北大，初中打好基础

——希扬

龍門書局

北京

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读．初一数学 下/希扬主编；屠新民，杜瑜分册主编；屠新民，杜瑜，项昭义编著．—修订版．—北京：科学出版社：龙门书局，2003

ISBN 7-80160-150-5

Ⅰ．走…　Ⅱ．①希…②屠…③杜…④屠…⑤杜…⑥项…　Ⅲ．数学课－初中－教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第080283号

责任编辑：曾晓晖　夏少宁

封面设计：东方上林工作室

龍门書局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

中国人民解放军第1201工厂印刷

科学出版社总发行　各地书店经销

*

2001年1月第一版　开本：850×1168　1/32

2003年1月第二次修订版　印张：7

2003年1月第六次印刷　字数：189 000

印数：165 001—235 000

定　价：8.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

目 录

代数部分

几何部分

代数部分

第[illegible]章　二元一次方程组

导　言

本章的主要内容是二元一次方程、二元一次方程组、二元一次方程组的解等概念和解二元一次方程组的两种基本方法——代入消元法和加减消元法，简单的三元一次方程组以及二元一次方程组和三元一次方程组的应用．一方面在进一步学习高中数学如平面解析几何时要用到它们；另一方面在国防、科技、工、农、商业和生活的实际问题中也要用到它们．

本章的重点是二元一次方程组的两种基本解法和列出二元一次方程组解应用题．

难点是运用二元一次方程组解应用题．

本章内容所蕴含的数学思想是“消元”思想，化归思想．即把“三元”通过消去一个未知数转化为“二元”，“二元”再通过消去一个未知数转化为“一元”，转化为一元一次方程就会解了，化“未知”为“已知”，化“复杂”为“简单”，充满了辩证思维．而本章所蕴含的数学方法有代入法、加减法、图象法等．

列二元一次方程组和三元一次方程组解简单应用题的关键是：先建立数学模型，即寻求两个条件（对于二元一次方程组来说）列出两个方程来；或寻求出三个条件（对三元一次方程组来说）

列出三个方程，而这两个(或三个)方程正好表示了应用题的全部含义.

请注意，运用二元(或三元)一次方程组解决实际应用题，有利于培养同学的分析问题解决问题的能力，有利于培养同学的创新思维能力.

5.1 二元一次方程组

知识要点提示

本小节依次介绍了二元一次方程、二元一次方程组、二元一次方程组的解的意义、解二元一次方程组的总体思路以及检验一对数是否为某个二元一次方程组的解的方法.

重点问题剖析

二元一次方程组及其解的意义是学习本节的重点.难点是理解二元一次方程解的不定性.

同学在学习中要注意以下几个问题：

1. 要深刻理解“二元一次方程有无数个解”这个知识点.你看 $3x-4=5\Rightarrow x=3$. $x=3$ 是一元一次方程 $3x-4=5$ 的解，是确定的.但是 $6x+y=1$ 这个二元一次方程就不能确定未知数的值了！它只能确定两个未知数 x、y 之间的一种关系.由方程 $6x+y=1$，可以得到

$$y=1-6x, \qquad (※)$$

这就确定了 y 等于 1 减去 x 的 6 倍这样一种关系.

再看当 $x=1$ 时，$y=-5$；$x=2$ 时，$y=-11$；$x=3$ 时，$y=-17$；…等等，所以二元一次方程有无数个解.

2. 解二元一次方程的思路是：在一个方程中含有两个未知

数，如果我们把其中的一个未知数 x 暂时看作已知数，就可以把问题转化为一元一次方程来解了，此时解出一个未知数(y)用另一个未知数(x)表示的形式，如上面(※)那样，再进一步求出方程的若干个解来.用框图表示：

$\boxed{\text{二元一次方程}} \xrightarrow{\text{把 } x\text{(或 }y\text{)看成已知数}} \boxed{y\text{(或 }x\text{)的一元一次方程}}$

3. 正确理解“二元一次方程组的解”.能同时使两个二元一次方程都成立的未知数的值叫做二元一次方程组的解.因为二元一次方程组是由两个二元一次方程构成的，所以二元一次方程组的解当然是构成方程组的两个二元一次方程的公共解.

中考样题例释

例 1 已知方程 $12(x+1)=7(y-1)$.

(1)写出用 y 表示 x 的式子；

(2)写出方程的 4 个解.

解：(1)原方程等价于 $12x+12=7y-7$，

移项， $12x=7y-19$， ①

∴ $x=\dfrac{7y-19}{12}$. ②

(2)在②中分别给 y 一些数值，就可以求出 x 的对应值，把它们放在一起就是方程①的一个解.于是可以求出方程①的 4 个解如下：

$$\begin{cases}x=-1,\\y=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-\dfrac{5}{12},\\y=2;\end{cases}\quad\begin{cases}x=\dfrac{1}{6},\\y=3;\end{cases}\quad\begin{cases}x=\dfrac{3}{4},\\y=4.\end{cases}$$

评注：请同学仿照例 1 的方程自编一题.以求达到举一反三，触类旁通之效.

例 2 选择题

(1)下列方程中，二元一次方程是 （　　）

(A) $3x-8y=11$　　　　(B) $\dfrac{1}{4}xy=5$

(C) $\frac{1}{6}x+\frac{1}{5}y^2=1$　　　　(D) $7x+2=\frac{1}{3}$

解：根据下列两条来判断一个方程是不是二元一次方程：① 方程中是否只含有两个未知数；② 未知项的次数是否为1.

在(B)中$\frac{1}{4}xy$是二次的，不是一次，应排除；

在(C)中$\frac{1}{5}y^2$项是二次的，应排除；

在(D)中，只有一个未知数(元)，少另一个未知数(元)，不是二元，应排除；

而(A)确是二元一次方程，故应选(A).

(2)下列各组数中，

(1)$\begin{cases}x=2,\\y=2;\end{cases}$　(2)$\begin{cases}x=2,\\y=1;\end{cases}$　(3)$\begin{cases}x=2,\\y=-2;\end{cases}$　(4)$\begin{cases}x=1,\\y=6\end{cases}$

是方程$4x+y=10$的解的有　　(　　)

(A)4个　　(B)3个　　(C)2个　　(D)1个

解：判断一组数是不是二元一次方程的解，只要把这一组数代入方程的左边、右边，若能使左边＝右边，则是方程的解，若不能使左边＝右边，则不是方程的解.

把(1)代入方程，左边$=4\times2+2=10$，右边$=10$. ∴ (1)是方程的解.

又把(4)代入方程，左边$=4\times1+6=10$，右边$=10$，∴ (4)是方程的解. 而(2)、(3)不满足方程. 故应选(C).

例3　选择题

下列四个方程组中，是二元一次方程组的有　　(　　)

(1)$\begin{cases}3x^2+y=1,\\10x-8y=-8;\end{cases}$　(2)$\begin{cases}xy=4,\\x-2y=6;\end{cases}$

(3)$\begin{cases}x-y=2,\\\frac{1}{x}-3y=-\frac{8}{3};\end{cases}$　(4)$\begin{cases}x+2y=4,\\7x-9y=5.\end{cases}$

(A)1 个　　(B)2 个　　(C)3 个　　(D)4 个

解：判断方程组是否为二元一次方程组，按照其定义看方程组中每个方程是否是二元一次方程. 观察分析题给 4 个方程组可知，只有方程组(4)是二元一次方程组，故应选(A).

例 4　下列每个方程组后的一对数值 x、y 是不是这个方程组的解?

(1) $\begin{cases}5x-2y=3,\\13x+y=14.\end{cases}$　　$\begin{cases}x=1,\\y=1.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}3x+5y=7,\\y=14+6x.\end{cases}$　　$\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x+3y=0,\\8x+9y-6=0.\end{cases}$　　$\begin{cases}x=3,\\y=-2.\end{cases}$

(4) $\begin{cases}7x+y=-18,\\5x-6y=14.\end{cases}$　　$\begin{cases}x=-2,\\y=-4.\end{cases}$

(5) $\begin{cases}2x-y=5,\\3x+4y=10.\end{cases}$　　$\begin{cases}x=0,\\y=-5.\end{cases}$

分析：判断一对数值 x、y 是不是方程组的解，按照定义只须看它是不是方程组中每一个方程的解. 具体方法：把这一对数值 x、y 代入方程组中进行检验，只要不是其中一个方程的解，那么它就不是方程组的解.

解：(1) ∵　$5\times1-2\times1=3$,

$13\times1+1=14$,

∴　$\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}5x-2y=3,\\13x+y=14\end{cases}$ 的解.

(2) ∵　$3\times(-1)+5\times2=7$,

$2\neq14+6\times(-1)$,

∴　$\begin{cases}x=-1,\\y=2\end{cases}$ 不是方程组 $\begin{cases}3x+5y=7,\\y=14+6x\end{cases}$ 的解.

(3) ∵　$2\times3+3\times(-2)=0$,

$8\times3+9\times(-2)-6=0$，

∴ $\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$是方程组$\begin{cases}2x+3y=0,\\8x+9y-6=0\end{cases}$的解.

(4)∵ $7\times(-2)+(-4)=-18$，

$5\times(-2)-6\times(-4)=14$，

∴ $\begin{cases}x=-2,\\y=-4\end{cases}$是方程组$\begin{cases}7x+y=-18,\\5x-6y=14\end{cases}$的解.

(5)∵ $2\times0-(-5)=5$，

$3\times0+4\times(-5)\neq10$.

∴ $\begin{cases}x=0,\\y=-5\end{cases}$不是方程组$\begin{cases}2x-y=5,\\3x+4y=10\end{cases}$的解.

例 5 已知$\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$是方程组$\begin{cases}3x+ky=10,\\mx+y=8\end{cases}$的解，求 k 和 m 的值.

解：∵ $\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$是方程组的解，

∴ 把它代入后，原方程组成立. 即

$$\begin{cases}3\times3+(-1)\cdot k=10, & ①\\3m+(-1)=8. & ②\end{cases}$$

由①解得 $k=-1$，

由②解得 $m=3$.

例 6 当 m 为什么值时，方程

$$(m^2-4)x^2+(m+2)x+(m+1)y=m+5 \qquad (※)$$

是一元一次方程？二元一次方程？

解：当(※)是一次方程时，x^2 项应是零，即有

$m^2-4=0$，

∴ $m=\pm2$.

当 $m=2$ 时，方程(※)为 $4x+3y=7$，这是二元一次方程.

当 $m=-2$ 时，方程(※)为 $y=-3$，这是一元一次方程.

答：当 $m=-2$ 时，(※)为一元一次方程，当 $m=2$ 时，(※)为二元一次方程.

评注：这是一道含有字母系数 m 的关于 x、y 的方程，是一道典型题目. 由二次项系数是 0 求出字母 m，从而确定方程(※)是不是一次方程. 本题蕴含有分类讨论的思想方法.

例 7 求方程 $x=15-4y$ 的所有正整数解.

解：∵ x、y 是正整数，∴ $15-4y>0$，即 x 只能取 1～15 之间的某几个正整数，列表于下：

x	3	7	11
y	3	2	1

∴ 所有的正整数解共有 3 组：

$\begin{cases}x=3,\\y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=7,\\y=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=11,\\y=1.\end{cases}$

素质能力训练

1. **选择题**

(1) 下列方程中，二元一次方程是 ( )

(A) $11x+5y=21$ (B) $\frac{3}{5}xy=7$

(C) $\frac{1}{3}x^2+y=1$ (D) $10x+1=\frac{1}{7}$

(2) 下列各组数中，

① $\begin{cases}x=2,\\y=4;\end{cases}$ ② $\begin{cases}x=1,\\y=2;\end{cases}$ ③ $\begin{cases}x=7,\\y=40;\end{cases}$ ④ $\begin{cases}x=\frac{3}{5},\\y=-\frac{27}{5}\end{cases}$

是方程 $6x-y=8$ 的解的有 ( )

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

(3) 下列四个方程组中，是二元一次方程组的有 ( )

① $\begin{cases}3x+4y=7,\\5x-y=12;\end{cases}$　② $\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=4,\\x+y=3;\end{cases}$

③ $\begin{cases}xy=12,\\3x-10y=1;\end{cases}$　④ $\begin{cases}x+3y=12,\\6x-2y=1.\end{cases}$

(A) 1 个　(B) 2 个　(C) 3 个　(D) 4 个

(4) 若二元一次方程 $2x+y=3$，$3x-y=2$ 和 $2x-ky=-4$ 有公共解，则 k 取值为　(　　)

(A) -3　(B) 4　(C) 5　(D) 6

(5) 若二元一次方程 $3x-2y=1$ 有正整数解，则 x 的取值为　(　　)

(A) 0　(B) 偶数

(C) 奇数　(D) 奇数或偶数

2. 填空题

(6) 方程 $\dfrac{1}{3x+y}=5$，$3x-\dfrac{1}{3}y^7=2$，$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{2}{y}=4$，$x^2-y^2=5$，$4(x+y)=8(x-y)$，$3x^2-6x=1$ 中，是二元一次方程的有__________.

(7) 已知二元一次方程 $5x-2y=3$，若 $x=3$，则 $y=$________；若 $x=0$，则 $y=$__________.

(8) 方程组 $\begin{cases}2x-y=1,\\13x+2y=32\end{cases}$ 的解一定是方程________和________的解.

3. 解答题

(9) 已知 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2},\\y=-1\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}ax-3y=15,\\2x+by=1\end{cases}$ 的一个解，求 $4(a-4b)-3b^2$ 的值.

(10) 有一个两位数，它的十位数字与个位数字之和为 8，求符合条件的两位数.

(11)已知方程$(p+3)x^{|p|-2}+(q-4)y^{q^2-15}=6$是二元一次方程，求$p$、$q$的值.

5.2 用代入法解二元一次方程组

知识要点提示

本小节通过引例和三个例题介绍了解二元一次方程组的基本方法之一——代入消元法.并在此基础上总结出用代入法解二元一次方程组的一般步骤.

重点问题剖析

用代入法解二元一次方程组是学习的重点，难点是：(1)灵活运用代入法解二元一次方程组的技巧；(2)用代入法求出一个未知数的值后，如何判断把它代入哪个方程运算较简单.

同学在学习中要注意以下几个问题：

1. 要细读教科书(P10)例1的“注意”那几行文字：“……检验时，需将所求得的一对未知数的值分别代入原方程组里的每一个方程中，……”,是代入“原方程组”中,且还要代入“每一个”方程中.抓住关键词语,深刻理解.

2. 认真体会用代入法解二元一次方程组所蕴含的数学思想：转化思想(“二元”转化为“一元”)、消元思想以及等量代换的思想方法.

3. 要熟练掌握用代入消元法解二元一次方程组的一般步骤，并注意观察题给方程组的结构特征(如某方程中x的系数是1等等)，想办法使变形后的方程较简单，化简较容易，也就是要积极寻求简捷的解题方法.

4. 用代入法解二元一次方程组的思路框图如下：

$$\boxed{\text{二元一次方程组}} \xrightarrow[\boxed{\text{暂时把一个未知数看成已知数}}]{\text{消元}} \boxed{\text{一元一次方程}}$$

中考样题例释

例1 解方程组$\begin{cases}3x+8y=10, & ①\\ 5x-12y=23. & ②\end{cases}$

分析：因为我们已经会解一元一次方程，而二元一次方程与一元一次方程相比较，只有一点差别：多了一个未知数.所以我们运用转化思想：把二元一次方程中的某一个未知数暂时看作已知数，就可以把它当作一元一次方程来解了.

解：由①得 $x=\dfrac{10-8y}{3}$. ③

把③代入②中，得

$$5\left(\frac{10-8y}{3}\right)-12y=23,$$

$$5(10-8y)-36y=69,$$

$$-76y=19,$$

$\therefore\quad y=-\dfrac{1}{4}$.

把 $y=-\dfrac{1}{4}$ 代入③中(请注意，求 x 时应代入③不宜代入①中)得 $x=4$.

$\therefore\quad \begin{cases}x=4,\\ y=-\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

例2 解方程组$\begin{cases}2x+4y=8, & ①\\ 4x+9y=18. & ②\end{cases}$

解：由②得 $2(2x+4y)+y=18$. ③

把①代入③，得 $2\times8+y=18$.

$\therefore\quad y=2$.

把 $y=2$ 代入①，得 $2x+8=8$.

$\therefore\quad x=0$,

$\therefore\quad \begin{cases}x=0,\\ y=2.\end{cases}$

评注：上述解法叫做整体代入法，这是运用整体思想解题的一个绝妙例子.

例 3 解方程组 $\begin{cases}x=4y+0.6, & ①\\ x-3y=5.7. & ②\end{cases}$

分析：方程①直接给出了未知数 x 由 y 表示的代数式，这样，我们可以直接把①代入②比较简便.

解：把①代入②，得

$$4y+0.6-3y=5.7,$$

$$y=5.1.$$

把 $y=5.1$ 代入①，得

$$x=21.$$

$\therefore\quad \begin{cases}x=21,\\ y=5.1.\end{cases}$

评注：解方程组时宜先观察结构特征. 若给出了未知数 x(或 y)由 y(或 x)表示的代数式，则用它代入另一个方程，运算较简. 另外，本题虽含有小数，也不必化为整数再解.

例 4 解方程组 $\begin{cases}5x+2y=24.4, & ①\\ 2.5x-y=3.8. & ②\end{cases}$

分析：因为方程②中未知数 y 的系数为 1，所以把它表示成含 x 的代数式，再代入①中.

解法 1：由②，得

$$y=2.5x-3.8. \qquad ③$$

把③代入①，得

$$5x+2(2.5x-3.8)=24.4,$$

$$5x+5x-7.6=24.4,$$

$10x=32$,

∴ $5x=16$, $x=3.2$.

把 $5x=16$ 代入①，得

$y=4.2$,

∴ $\begin{cases}x=3.2,\\y=4.2.\end{cases}$

评注：(1)当求出 $10x=32$ 时，有两种思路可供选择：不急于求出 x，而是根据题目结构特征，求出 $5x$ 再代入，当然也可以求出 $2.5x$ 代入②来求出 y.

(2)把思维的翅膀再展开一点，你看方程②变形后可化为 $5x-2y=7.6$ 的形式，而方程①中既有 $5x$ 项又有 $2y$ 项，这样可以把 $5x$ 或 $2y$ 作为一个整体直接代入①.

解法 2：由②，得

$5x-2y=7.6$,

$5x=2y+7.6$. ④

把④代入①，得

$(2y+7.6)+2y=24.4$,

$2y+7.6+2y=24.4$,

$4y=16.8$,

∴ $y=4.2$.

把 $y=4.2$ 代入②，得

$x=3.2$.

∴ $\begin{cases}x=3.2,\\y=4.2.\end{cases}$

评注：(1)由②也可以得 $2y=5x-7.6$，再代入①. 请同学自己完成解题过程.

(2)在解题过程中，我们把 $5x$、$2y$ 看作一个整体，代入方程. 这种整体代入法是整体思想在解方程组时的具体体现. 这种方法大大减少了运算过程，有化繁为简的功效.