

题解中心
几何辞典

薛德炯 吴裁耀 编译

上海科学技术出版社

續幾何學辭典索引

目次

第一門 立體幾何學

第一 定理之部 1

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| 1. 得作平面 1 | 2. 在平面上 2 |
| 3. 過點 3 | 4. 等遠 4 |
| 5. 二等分 5 | 6. 相交 5 |
| 7. 在直線上 6 | 8. 垂直 7 |
| 9. 平行 10 | 10. 爲三角形 12 |
| 11. 爲平行四邊形 13 | 12. 爲矩形 13 |
| 13. 爲梯形 14 | 14. 爲多角形 14 |
| 15. 爲圓 14 | 16. 過直線 14 |
| 17. 在球面上 15 | 18. 成比例 15 |
| 19. 全等,對稱 17 | 20. 等積 19 |
| 21. 線之相等及大小 20 | 22. 弧之相等及大小 23 |
| 23. 角之相等及大小 23 | 24. 相似 23 |
| 25. 正射影 27 | 26. 最大最小 29 |
| 27. 四邊形(同一平面上者) 30 | 29. 二面角 31 |
| 28. Gauche 四邊形 30 | 31. 三直三面角 34 |
| 30. 三面角(V-ABC) 32 | 33. 平行六面體 35 |
| 32. 多面角 34 | 35. 直角柱 36 |
| 34. 直角體 35 | 37. 三角柱 36 |
| 36. 斜角柱 36 | 39. 角柱 37 |
| 38. 四角柱 37 | 41. 四面體(三角錐) 38 |
| 40. 截頭角柱 37 | 43. 角錐 43 |
| 42. 正角錐 42 | 45. 角臺 44 |
| 44. 正角臺 43 | 47. 相似多面體 45 |
| 46. 多面體 44 | 49. 立方體(正六面體) 47 |
| 48. 正四面體 46 | 51. 正十二面體 48 |
| 50. 正八面體 47 | 53. 正多面體 48 |
| 52. 正二十面體 48 | |

54. 對稱圖形48	55. 曲線柱50
56. 直圓柱51	57. 斜圓柱51
58. 圓柱52	59. 曲線錐52
60. 直圓錐52	61. 斜圓錐53
62. 圓錐53	63. 圓臺54
64. 切面切線54	65. 球55
66. 球之小圓56	67. 球之大圓56
68. 二球57	69. 球面三角形58
70. 球面二等邊三角形60	71. 球面四邊形60
72. 球面多角形61	73. 月形61
74. 球帶61	75. 球狀楔61
76. 球面多角錐61	77. 球缺62
78. 球分62	29. 面積62
80. 體積64	81. 雜題67

第二 計算問題之部68

1. 角68	2. 線68
3. 面積70	4. 體積72
5. 比75	6. 雜題75

第三 軌跡之部76

1. 垂線或斜線足之軌跡76	
2. 中點之軌跡76	3. 中心之軌跡76
4. 定比分點之軌跡77	
5. 令距離成定比之點之軌跡77	
6. 令視角一定之點之軌跡77	
7. 等遠點之軌跡77	8. 定遠點之軌跡78
9. 令量一定之點之軌跡78	
10. 雜題78	

第四 作圖題之部79

1. 點79	2. 直線80
3. 角82	4. 平面82
5. 截面83	6. 切面84
7. 小圓84	8. 大圓85
9. 球85	10. 雜題85

第二門 平面幾何補遺

第一 定理之部 86	
1. 直線 86	2. 三角形 86
3. 多角形 87	4. 圓 88
5. 弦,割線,切線 ... 89	
第二 計算問題之部 89	
第三 軌跡,交跡之部 90	
第四 作圖題之部 91	
1. 求點 91	2. 引直線 98
3. 引弦 96	4. 引切線 97
5. 作三角形 98	6. 作四邊形 ABCD ... 99
7. 作梯形 101	8. 作平行四邊形 ... 101
9. 作矩形 102	10. 作菱形 102
11. 作正方形 102	12. 作多角形 103
13. 畫圓 103	

第三門 近世幾何學

1. 極大極小 104	2. 平均中心 108
3. 共點性,共線性 ... 107	4. 相似中心 111
5. 同軸圓 112	6. 相切 114
7. 倒形法 115	8. 調和點列 118
9. 極及極線 120	
10. 三角形之最近幾何學 123	

第四門 常用曲線

第一 定理之部 129	
1. 有對稱軸 129	2. 有中心 129
3. 有等角 129	4. 雜定理 130
第二 軌跡之部 131	
第三 作圖題之部 131	
1. 畫曲線 131	2. 引切線 131

續幾何學辭典

(索引)

第一門 立體幾何學

第一 定理之部

1. 得作平面

- ① 過一任意定直線，得作無數平面。 1
- ② (I) 一直線與此線外之一點，(II) 相交之二直線，(III) 不在一直線上之三點，(IV) 平行之二直線，得決定一平面。
... .. 2
- ③ 過直線 AP 上之一點 P ，得作此直線之唯一垂直平面。 25
- ④ 過直線 AP 外之定點 C ，得作垂直於此直線之唯一平面。
... .. 28
- ⑤ 過任意所設直線 HK ，得作平行於他任意所設直線 AB 之平面。 45
- ⑥ 過一定點 O ，得作一平面，令平行於空間之二直線 AB, CD 。
... .. 46
- ⑦ 過任意所設點 A ，得作平行於定平面 N 之一平面，而限於一。
... .. 70
- ⑧ 過平面 MN 上之任意直線 AB ，得作垂直於此平面之一平面，而限於一。
... .. 115
- ⑨ 過一任意所設直線，得作垂直於所設平面之平面。 128
- ⑩ 過一所設點，得作一平面，切於所設圓柱。 522
- ⑪ 過所設之一點，得作一平面，令切一圓錐。 540
- ⑫ 過所設球外之定直線，得作切此球之平面。 580
- ⑬ 設一直線過一所設點，沿不過此點之定直線而移動，則此直線成一平面。 5
- ⑭ 過一定點平行於所設平面之直線，其軌跡為平行於所設平面之一平面。 71

(1)

2. 在平面上

- 二平行直線中，其一直線上之任意點與他直線上之任意點聯結而得之直線，在此平行直線所定之平面上。 ... 3
- 設互相平行之諸直線與他一直線相交，則是等直線皆在一平面上。 ... 4
- 兩兩相交於三點之三直線，在一平面上。 ... 6
- 過同點之三直線，若皆垂直於過此點之他一直線，則此三直線在一平面上。 ... 26
- 設三平面 M, N, P 交於一直線 L ，由直線 L 上之任意點 O ，分別引平面 M, N, P 之垂線 m, n, p ，則 m, n, p 在一平面上。 ... 29
- 在平行於直線 AB 之平面 M 上，過任意點 C ，引平行於 AE 之直線 CD ，則 CD 在平面 M 上。 ... 49
- 有互相平行之二平面，過其一平面上之一點，引平行於他平面之直線，則此直線在前平面上。 ... 51
- 設兩有限直線不在一平面上，按同比內分或外分之，則聯結其分點之直線，在與聯結此有限直線對應端之直線平行之平面上。 ... 96
- 有在空間之四點 A, B, C, D ，兩兩聯結之，以 E, F 按同比分 AB, AC ，又以 G, H 按他之同比分 DB, DC ，則四點 E, F, G, H 在一平面上。 ... 99
- 設互相垂直之二平面為 P, M ，在其交線 BD 上取任意點 B ，過 B 引一平面 M 之垂線 AB ，則 AB 在他平面 P 上。 ... 125
- 設互相垂直之二平面為 P, M ，由平面 P 上之任意點 A 至他平面 M 引垂線 AB ，則 AB 在平面 P 上。 ... 126
- 設若干點投於一平面之正射影在一直線上，則此諸點在一平面上。 ... 129
- 設諸平面之交線，互相平行，則由空間之一任意點，至此諸平面所引之垂線皆在一平面上。 ... 137
- 距相交二平面等遠之點，在此二面所成二面角之二等分平面上。 ... 146
- 過三面角之頂點，在其各面上引垂直於此面對棱之直線，則此等三直線在一平面上。 ... 208
- 兩四面體中，聯結對應角頂之四直線，若過同點，則其對應平面之交線，在一平面上。 ... 401
- 垂直於直線 AP ，且皆過其上之定點 P 之諸直線 PB, PC, PD ，等，皆在過 P 而垂直於 AP 之平面上。又令過 P 之無

限直線 PQ 恆垂直於 AP ，而以 P 為樞軸轉時， PQ 作過 P 而垂直於 AP 之平面。... .. 27

- 與平行於所設平面之任意二直線相交之二直線，通常不在一平面上。... .. 40
- 有相交二平面，設二直線投於其一平面上之正射影平行，投於他平面上之正射影相交，則此二直線不在一平面上。... .. 195

3. 過 點

- 設由一點 A 發射若干直線，過其中每二直線作一平面，則所作諸平面中任何二者之交線皆過點 A 。... .. 11
- 命 AB 為平面 M 上之直線， XY 為此平面之垂線。由 XY 上之一切點至 AB 所引之垂線，皆過一定點。... .. 37
- 設兩三角形 ABC ， abc 在相異之二平面上，其對應邊 AB 與 ab ， BC 與 bc ， CA 與 ca 之延線相交，則直線 Aa ， Bb ， Cc 或過同點，或相平行。... .. 58
- 有兩發光點 O_1 ， O_2 ，其光線射於三角形 ABC ，而生於同平面之影為 $A_1B_1C_1$ ， $A_2B_2C_2$ 。此時 B_1C_1 與 B_2C_2 ， C_1A_1 與 C_2A_2 ， A_1B_1 與 A_2B_2 之交點在一直線上。且 A_1A_2 ， B_1B_2 ， C_1C_2 過同點。... .. 59
- 過所設點及各平行線之諸平面與他平面相交，則其交線皆過前之諸平面之交線與後一平面之交點。... .. 61
- 設三直線兩兩在一平面上，則此三直線或過同點，或相平行。... .. 57
- 底為平行四邊形之角臺，其對角線皆過同一點。... .. 317
- 由四面體各面之外心，分別引各面之垂線，則此等垂線會於一點。... .. 320
- 四面體中二面角之二等分面皆過同點。... .. 328
- 四面體中，聯結對棱中點之三直線，交於一點，且交互二等分。... .. 329
- 四面體之對棱，若互相垂直，則由各項點至對面所引之垂線及對棱之公垂線皆過同點。... .. 332
- 四面體側面之各棱與底上分別對此各棱之棱之中點所定之三平面，過一直線。又以四面體之各面為底，則得如是之直線四，而此四直線交於一點，且互分於比 $1:3$ 。... .. 321
- 設四面體 $SABC$ 為一平面所截，命其截口為 DEF ，命四邊形 $ABED$ ， $BCFE$ ， $ACFD$ 之對角線交點分別為 G ， H ， K ，又命直線 SG ， SH ， SK 之延線與底 ABC 之邊分別交於 L ， M ， N 。此時 (I) 直線 AM ， BN ， CL 過底 ABC 上之一點 O 。(II) 直

- 線 SO, AH, BK, CG 過同點 P 392
- ①四面體 $SABC$ 截以平行於其底 ABC 之平面，將其切口 DEF 各邊之中點與底面上之對角頂聯結，則此三直線過同點. 393
- ②三角臺中，底之各角頂與他底對棱中點聯結之三直線，過同點. 394
- ③三角臺中，各側面之對角線交點與其對棱中點聯結之三直線過同點. 395
- ④有兩相似多面體，若將小者納入大者，令對應棱平行，則聯結對應頂點之直線過同點. 412
- ⑤圓錐軸過平行於其底之諸平面切口之中心. ... 532
- ⑥由球之中心，至切面所引之垂線，過切點. 反之，由切點所引切面之垂線過中心. 575
- ⑦過四面體各面之外心，所引各面之垂線過同點. ... 595
- ⑧過四面體六棱之中點，而垂直於其棱之六平面過同點. 596
- ⑨球面三角形中，聯結各頂點與對邊中點之三大圓弧過同點. 653
- ⑩球面三角形中，過各邊中點而與其邊直交之三大圓周過一點. 655
- ⑪球面三角形中，二等分三角之三大圓周過一點. ... 656
- ⑫球面三角形中，將一角二等分之大圓周與將他二角外角二等分之大圓周過同點. 657
- ⑬球面三角形中，過各角頂而垂直於對邊之三大圓周過同點. 658
- ⑭相交於球面上一點之大圓周，又交於其直徑之對點. 557

4. 等 遠

- ①設一平面將聯結二定點之直線垂直二等分，則此平面上之一切點，距此二定點等遠. 19
- ②過三角形 ABC 之外心 O ，引此平面之垂線 OP ，則 OP 上之任意點距 A, B, C 等遠. 23
- ③兩平行平面之距離，不論在何處，皆相等. 88
- ④將二面角二等分之平面上，其一切點距二面角之各面等遠. 145
- ⑤設直線 AD 與二面角 $PEFQ$ 之各面成相等之角，則此直線與面之交點 A, B 距 EF 等遠. 166
- ⑥二直線之距離與分別過此二直線之二平行平面之距離相等. 173

- 直圓柱曲面上之一切點，皆距軸等遠。... .. 509
- 球之小圓周或大圓周上之一切點，距其極等遠。... 564

5. 二等分

- 有不在一平面上之二直線，過其公垂線之中點，作平行於此二直線之平面，則聯結此二直線中一直線上之任意點，與他一直線上之任意點之直線，為此平面所二等分。 98
- 平行六面體之四對角線，交互二等分。... .. 262
- 平行六面體中過對角線交點之直線，二等分於此交點。... .. 268
- 四面體中，聯結對棱中點之三直線，交於一點，且交互二等分。... .. 329
- 在四面體 $SABC$ 中，過兩對棱 SA, BC 之中點 D, E ，作平面，令截棱 SB 於 F ，棱 AC 於 G ，則直線 FG 為直線 DE 所二等分。... .. 334
- 四面體中，過相對二棱中點之平面，將此四面體二等分。... .. 378
- 在同一球之兩大圓，互相二等分。... .. 558
- 球之小圓為過其極之大圓所二等分。... .. 563
- 球面三角形 ABC 中，設弧 AC 之中點為 E ，大圓弧 BE, BC 之交點為 B' ，則弧 AC 與半圓周 BAB' ，及 ECB' 所成之錯角相等時，過 AC 中點 E 之半圓周 BEB' 二等分於 E 。再試由是導出平面幾何學中對應於此之定理。... .. 624
- 二等邊球面三角形 ABC 中，聯結頂點 A 與底 BC 中點 D 之大圓弧，將頂角二等分，且垂直於底。... .. 638
- 二等邊球面三角形中，將頂角二等分之大圓弧，又將底垂直二等分。... .. 639
- 立於同底邊上之兩二等邊球面三角形中，聯結其二頂點之大圓周將底邊垂直二等分。... .. 640
- 球面四邊形之二雙對邊皆相等，則兩對角線交互二等分。... .. 674
- 球面四邊形中，若四邊相等，則其對角線互相垂直，且將四邊形之各角二等分。... .. 676

6. 相交

- 二平面之交界為一直線。... .. 9
- 設二直線平行，則與其一相交之平面，又必與他一相交。... .. 10
- 設由一點 A 發射若干直線，過其中每二直線作一平面，則所作諸平面中任何二者之交線皆過點 A 。... .. 11

- 普徧言之,三平面交於一點. 54
- 三平面將空間分成幾部分? 55
- 設一平面與二平行平面之一相交,則亦與他平面相交. 67
- 設一直線與平行二平面之一相交,則又與他平面相交. 66
- 過二直線投於一平面之正射影之交點,引垂直於此平面之直線,則此垂線與此二直線相交. 又若平面平行於此二直線,則此垂線亦垂直於此二直線. 153
- 四面體 $ABCD$ 中,若兩平面角 ABD, ACD 之二等分線相交,則他兩平面角 BAC, BDC 之二等分線亦相交. ... 323
- 以過兩球中心之任意平面截兩球,若其二截面大圓完全不交,或內切,或外切,或相交,則兩球從之而完全不交,或內切,或外切,或相交. 586

7. 在直線上

- 距三點 A, B, C 等遠之點 P , 在過三角形 ABC 之外心 O , 且垂直於其平面之直線上. 17
- 設有限直線 AB 交平面 M 於點 C , 由 AB 之兩端 A 及 B 至此平面引垂線 AA', BB' , 則其足 A', B' , 與 C 在一直線上. 34
- 有兩發光點 O_1, O_2 , 其光線射於三角形 ABC , 而生於何平面之影為 $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$, 則 B_1C_1 與 B_2C_2, C_1A_1 與 C_2A_2, A_1B_1 與 A_2B_2 之交點在一直線上. 且 A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 過同點. 59
- 設二直線 AB, CD 與三平行平面 L, M, N 之交點分別為 A, E, B, C, F, D , 命 AD, CB 與平面 M 之交點為 G, H , 則 $EGFH$ 為平行四邊形. 且此平行四邊形對角線之交點, 在聯結 AC, BD 中點之直線上. 94
- 設角錐或角柱截以不平行於其底之平面, 則將截面與底之對應邊延長, 令其相交時, 是等交點在一直線上. 343
- 設相交二平面截一角錐, 其截面為兩平面 $ABCD$ 及 $abcd$ 則此截面之二對應邊 AB 與 ab, BC 與 bc 等相交於兩平面之交線上. 344
- 兩球之交線為圓, 此圓之平面垂直於聯結兩球中心之直線, 且圓之中心, 在此直線上. 584
- 兩球相切時, 切點及兩中心在一直線上. 587
- 設 A, B, C 為相異半徑之三球, 則其兩兩之諸相似中心中, (I) 三外心在一直線上, (II) 其中之二, 例如 A, B 之外心與 C, A 及 C, B 之內心在一直線上. 591

- 對棱互相垂直之四面體中，由各頂點至對面所引垂線之交點 H [垂心]，與其四面體之重心 I ，及外心 O 在一直線上，且 I 為 OH 之中點。... 606

8. 垂 直

- 若一直線直交他二直線於其交點，則此直線垂直於後二直線所定之平面。... 12
- 由平面外之一點至此平面，必有一垂線，且限於一。... 13
- 過平面上之一點至此平面之垂線有一，而限於一。... 14
- 距直角三角形各角頂等遠之點，若取於此三角形平面之外，則聯結此點與斜邊中點之直線，垂直於三角形之平面。... 18
- 由垂直於一平面之直線之足，引一直線，令直交此平面上之任意直線，則聯結其交點與垂線上任意點之直線，垂直於此平面上之上述任意直線。... 30
- 由平面 M 之垂線 AP 上之任意點 A ，至此平面上之任意直線 BC 引垂線 AD ，則 (I) PD 為 BC 之垂線，(II) 在此平面上由 D 所引 BC 之垂線過 P 。... 31
- 與平面相交之諸直線中，至少有一直線，與平面上之一直線直交。... 32
- 由三角形 ABC 之垂心 O ，引其平面之垂線 OP ，則直線 PA ，垂直於過 A 平行於 BC 所引之直線。... 33
- 在同一之平面 M 上，有過同點 A 之三直線 AB, AC, AD 。過 A 引與此三直線成等角之直線 AP ，則 AP 垂直於平面 M 。... 35
- 有 AB, BC, CD 三直線，角 ABC 及角 BCD 各為直角，且直線 AB 垂直於 BC, CD 所定之平面，則 CD 垂直於 AB, BC 所定之平面。... 36
- 有相交之二平面，由其中一平面上之點 A ，引此平面之垂線，命其與他平面之交點為 B 。次，由 B 引第二平面之垂線，令其與最初平面之交點為 C ，則 CA 垂直於二平面之交線 EF 。... 38
- 設一直線平行於一平面，則垂直於此平面之直線，又垂直於此直線。... 50
- 一直線垂直於二平行平面之一，則亦垂直於他平面。... 69
- 設二平行線之一，為某平面之垂線，則他亦為此平面之垂線。... 78
- 不在一平面上之二直線，得垂直於同一之平面否？... 82
- 二面角之平面角，其平面垂直於其棱。反之，二面角之棱之

- 垂直平面與此二面角各面之交線所成之角，等於此二面角。
 109
- 將兩平面相交而生之兩隣二面角，以兩平面二等分，則後二平面，互相垂直。... .. 116
- 含一平面之垂線之諸平面，皆垂直於原平面。... 120
- 設一平面 P 垂直於他平面 M 上之一直線，則 P 垂直於 M 。
 121
- 設三直線 AO, BO, CO 公有一點 O ，且互相垂直，則各直線垂直於他二直線所定之平面，且此三平面互相垂直。
 122
- 設直線 AB 平行於平面 MN ，則垂直於 AB 之平面，亦垂直於 MN 。... .. 123
- 設兩平面互相垂直，在一平面上引垂直於此交線之直線，則此直線垂直於他平面。... .. 124
- 若相交二平面，各垂直於第三平面，則此二平面之交線又垂直於第三平面。... .. 132
- 設一平面垂直於相交二平面之交線，則此平面又垂直於二平面。... .. 133
- 設相交二平面之一，與第三平面直交，其交線垂直於前二平面之交線，則此第三平面又與他一平面直交。... 134
- 設相交二平面之一，與第三平面直交，且他一平面與第三平面之交線，垂直於原二平面之交線，則第三平面垂直於他一平面。... .. 135
- 由同點至相交二平面各引一垂線，則含此二垂線之平面，垂直於前二平面之交線。... .. 136
- 設三平面中，任一平面垂直於他二平面，則其三交線中，任一交線垂直於他二交線。... .. 138
- 由一所設點 A 至相交二平面 P, Q ，分別引垂線 AB, AC ，又由 C 至平面 P 引垂線 CD ，則直線 BD 垂直於平面 P 及 Q 之交線。... .. 142
- 設兩平面分別垂直於兩不相交亦不平行之二直線，則其交線垂直於與此二直線平行之任意平面。... .. 144
- 有不在一平面上之二直線 AB, CD 。過 AB 平行於 CD 作一平面，命 CD 投於此平面上之正射影與 AB 之交點為 P 。過 CD 平行於 AB 作一平面，命 AB 投於此平面上之正射影與 CD 之交點為 Q 。於是 PQ 垂直於 AB 及 CD 。... 149
- 垂直於平面之直線，又垂直於在此平面上所引之任意直線。... .. 150
- 有相交二直線，射影於某平面，則聯結其射影之交點與原

- 二直線交點之直線，垂直於此平面。 151
- 垂直於相交二直線之直線，又垂直於此相交二直線所定之平面。 152
- 過二直線投於一平面之正射影之交點，引垂直於此平面之直線，則此垂線與此二直線相交。又若平面平行於此二直線，則此垂線亦垂直於此二直線。 153
- 設 P, Q 為相交之二平面， AB 為垂直於平面 P 之任意直線，則 AB 投於平面 Q 上之正射影，垂直於此二平面之交線。 156
- 在一平面上，過一斜線之足，得引此斜線之唯一垂線。 164
- 由兩點 A, B 至一平面 P 引垂線 AX, BY ，作垂直於直線 AB 之平面 Q ，命其與 P 之交線為 LM 。於是 LM 垂直於 XY 。 175
- 由一點 O 引平行於平面 M 之二直線 OA, OB ，次，過 O 作平面 P, Q ，令分別垂直於二直線 OA, OB ，則 P, Q 之交線 OC 垂直於平面 M 。 178
- 平行二直線之一，若垂直於不平行之二直線，則他一直線亦垂直於此二直線。 187
- 設一三角形之三角頂在不在一平面之三平行線上，則其周之最長，在三角形之面垂直於平行線時。 192
- 設一三角形之三角頂在不在一平面之三平行線上，則其面積之最長，在三角形之面垂直於平行線時。 193
- 三面角 $V-ABC$ 中，若二平面角 AVB, BVC 相等，則二面角 VB 之二等分平面垂直於平面 VAC 。 217
- 以任意平面截三直三面角，聯結所生三角形之垂心與三面角之頂點，則聯結之直線垂直於截面。 227
- 四面體中，若兩雙對棱分別互相垂直，則他一雙亦互相垂直。 330
- 四面體中，若聯結對棱中點之三直線相等，則諸對棱分別互相垂直。 331
- 四面體中，若聯結一頂點與其對面垂心之直線，垂直於此面，則對棱皆互相垂直，聯結他頂點與其對面垂心之直線亦垂直於此面。 335
- 設 A, B, C, D 為不在一平面上之四點， $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2 = BC^2 + AD^2$ ，則此四點中，聯結其任意二點之直線，垂直於聯結他二點之直線。 339
- 斜圓柱或斜圓錐中，過軸之平面所截得之設口，其最大者與最小者互相垂直。 530

- 直圓柱或直圓錐之切面，垂直於其面所含之母線及軸所定之平面。... 542
- 設斜圓柱或斜圓錐為過軸之平面所截，其截面有最小之面積，則過此截面上之母線之切面，垂直於此截面。544
- 球之切面，垂直於過其切點之半徑。... 574
- 過球之半徑在球面上之一端，且垂直於此半徑之直線為球之切線，反之，球之切線垂直於過其切點之半徑。575
- 兩球之交線為圓，此圓之平面垂直於聯結兩球中心之直線。... 584
- 設球之大圓 AC' 過另一大圓 CC' 之極 A ，則兩大圓互相垂直，其逆亦真。... 615
- 二等邊球面三角形 ABC 中，聯結頂點 A 與底 BC 中點 D 之大圓弧，將頂角二等分，且垂直於底。... 638
- 二等邊球面三角形中，將頂角二等分之大圓弧，又將底垂直二等分。... 639
- 立於同底邊上之兩二等邊球面三角形中，聯結其二頂點之大圓周將底邊垂直二等分。... 640
- 球面四邊形中，若四邊相等，則其對角線互相垂直，且將四邊形之各角二等分。... 676
- 設兩直線不在一平面上，則 (I) 得引此二直線之公垂線，(II) 此公垂線唯一，(III) 公垂線為在此二直線間所引一切直線中之最短者。... 169

9. 平 行

- 過二平行直線之一，作不與此二線所定平面相合之平面，則此平面與他一直線平行。... 39
- 與不在一平面上之二直線相交之二直線，不能平行。... 41
- 垂直於同一直線之直線及平面，互相平行。... 43
- 設 AB, BC, CD 為不在一平面上之三有限直線，則過此三直線中點之平面，平行於 AC 及 BD 。... 44
- 過定平面 M 上之一點 C ，引一直線 CD ，令平行於此平面外之一直線 AB ，若 CD 在平面 M 上，則 AB 平行於平面 M 。... 47
- 設一直線平行於一平面，則過此直線之甚多平面與原平面之交線，皆平行於此直線，且互相平行。... 48
- 過平行二直線之一，各作一平面，則此二平面之交線，平行於原直線。... 53
- 設兩平面平行於一直線，則此兩平面之交線，平行於此直

- 線. 56
- 設三直線兩兩在一平面上,則此三直線或過同點,或相平行. 57
- 設兩三角形 ABC , abc 在相異之二平面上,其對應邊 AB 與 ab , BC 與 bc , CA 與 ca 之延線相交,則直線 Aa , Bb , Cc 或過同點,或相平行. 58
- 設一平面與過一所設直線之若干平面相交,則其交線或皆過所設直線與此平面之交點,或所設直線與此平面不相交,則皆平行於所設直線. 60
- 垂直於同一直線之平面,互相平行. 62
- 兩平行平面與第三平面相交,則其交線相平行. ... 64
- 平行於同一平面之二平面,互相平行. 68
- 設相交二直線,各平行於定平面,則此二直線所定之平面,平行於此定平面. 72
- 設不在一平面上之二角,其一之二邊,分別平行於他之一之二邊,且有同向,則此二角相等,其平面相平行. ... 74
- 有不在一平面上之二直線,過其各直線作平行於他直線之平面,則此二平面相平行. 75
- 設不在一平面上之三平行線相等,則過此各直線一端之平面,平行於過他端之平面. 77
- 垂直於同一平面 M 之二直線 AB , $A'B'$ 相平行. ... 79
- 設兩平行線分別與兩平面垂直,則此兩平面平行. ... 80
- 若由所設二點至一平面所引之垂線相等,則聯結此二點之直線平行於此平面. 83
- 設兩直線 A , B 各平行於第三直線 C ,則 A 及 B 亦互相平行. 84
- 互相平行之平面,若為他平行平面所截,則其交線皆相平行. 90
- 有不平行之二直線,過一任意點平行於此各直線之平面,與過他任意點平行於同直線之他平面相平行. ... 92
- 設 A , B , C , D 為不在一平面上之四點,直線 PQ 交 AB , AC 於 P , Q ,與 PQ 平行之直線 RS 交 BD , CD 於 R , S ,則此二直線皆平行於 BC 97
- 設三定直線平行於一平面,則與此三直線相交之直線,恆平行於他定平面. 104
- 垂直於同一平面之直線與平面,互相平行. 127
- 設兩平面分別過二平行直線,且皆垂直於他一平面,則此二平面平行. 131
- 平行於一平面之直線,投射於此平面上之正射影,為平行

- 於原直線之直線. 148
- 互相平行之直線投於同平面上之正射影互相平行. 155
- 二直線之公垂線平行於各直線之垂面之交線. ... 174
- 若許多直線垂直於不平行之二直線，則此許多直線互相平行. 186
- 設二直線投於相交二平面中任一平面之正射影皆相平行，則此二直線平行. 194
- 角柱之側棱，互相平行. 251
- 直角體之高，平行於側棱. 252
- 圓柱為平行於其底之平面所截時，其截面為與底全等之圓，又連結兩底中心之直線，過截面之中心，且平行於母線. ... 508
- 切一圓柱之二平面，其交線平行於圓柱之母線. ... 523
- 設一圓柱為過其軸之平面所截，則過其截面所含二母線之二切面平行. 524
- 以過圓錐軸之平面截圓錐，過其截口中之二母線作二切面，則此二切面之交線，平行於底. 541
- 有同極之小圓，其平面平行. 551
- 在空間之二直線，若俱垂直於第三直線，則此二直線互相平行否？ 63
- 在空間之二直線，平行於一已知平面，則此二直線平行否？ 73

10. 為三角形

- 正角錐之側面皆為全等之二等邊三角形. 307
- 若過斜圓錐軸之平面與底所成之角，等於其軸與底所成之角，則截面為二等邊三角形. 526
- 斜圓錐為過其軸之平面所截時其截面之最大者，為二等邊三角形. 527
- 設一平面垂直於過斜圓錐軸之平面所截得之最小截面，且過頂點，則此平面所截得之截面，皆為二等邊三角形. 529
- 設直圓錐為過其軸之平面所截，則截面為二等邊三角形. 534
- 直圓錐為過頂點之平面所截時，其截面為二等邊三角形. 537
- 球面二等邊三角形之極三角形，亦為二等邊三角形. 630

- 設球面三角形之二角皆為直角，則其極三角形為二等邊三角形。... 632
- 球面等邊三角形之極三角形，亦為等邊三角形。... 631
- 設三面角之一二面角為直角，則以垂直於任意棱之平面截之，其截面為直角三角形。... 226
- 由一點 P 至三點 A, B, C 引直線 PA, PB, PC ，設此三直線中，任一直線垂直於他二直線，又由 P 至 BC, CA, AB 分別引垂線 PX, PY, PZ ，則三角形 XYZ 為三角形 ABC 之垂足三角形。... 228
- 設四面體中，一切對棱分別相等，則四面皆為銳角三角形。... 324
- 若四面體中三頂點上平面角之和，各為二直角，則其餘一頂點上平面角之和亦等於二直角，而四面為全等之三角形。... 325
- 曲線錐為過其頂點之平面所截時，其截面或三角形，但母曲線與截面僅交於二點。... 525

11. 為平行四邊形

- 命直線 AB, CD 與三平行平面 L, M, N 之交點為 A, E, B 及 C, F, D ，又命 AD, BC 與平面 M 之交點為 G, H ，則 $EGFH$ 為平行四邊形。... 94
- 平行六面體之對面，為全等之平行四邊形。... 247
- 平行六面體中，任意四平行棱之中點，為平行四邊形之各角頂。... 249
- 角柱截以平行於其側棱之平面時，所得截面為平行四邊形。... 257
- 以一平面截平行六面體，若單截其兩對面，而不及其他一雙對面，則截面為一平行四邊形。... 260
- 平行六面體截以其一棱之平行平面，則其截面為平行四邊形。... 261
- 以過曲線柱母線之平面截曲線柱，則其截面為平行四邊形。... 504
- 圓柱以過其軸之平面截之，其截面為平行四邊形。... 510
- 圓柱為平行於其軸之平面所截時，其截面為平行四邊形。... 515

12. 為矩形

- 設一折線有四直線，其所圍圖形之四角皆為直角，則此圖