

教育部重点课题研究成果



# 素质教育 **新** 教案

(配套 人民教育出版社 现行教材)

全国知名中学科研联合体

修订版

实施素质教育的途径与方法课题组 编

- 为教师减负
- 为家长分忧
- 为学生导航

## 数学

高中 (第二册下)

高二下学期用

西苑出版社  
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

素质教育新教案

# 数 学

高中第二册(下)

全国知名中学科研联合体实施  
素质教育的途径与方法课题组

编

西苑出版社  
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

**图书在版编目(CIP)数据**

素质教育新教案·数学:高中第二册(下)/全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组编. —北京:西苑出版社,2000.7

ISBN 7-80108-063-7

I. 素… II. 全… III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 64531 号

**数 学**  
**高中第二册(下)**

---

**编 者** 全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组  
**出版发行** 西苑出版社  
**通讯地址** 北京市海淀区阜石路 15 号 邮政编码 100039  
电话 68173419 传真 68173417  
**网 址** www.xyeds.com E-mail aaa@xyeds.com  
**印 刷** 北京诚顺达印刷有限公司  
**经 销** 全国新华书店  
**开 本** 787×1092 毫米 1/16 印张 16.625  
**印 数** 10 001—15 000 册 字数 362 千字  
2002 年 12 月第 2 版 2002 年 12 月第 1 次印刷  
**书 号** ISBN 7-80108-063-7/G·176

---

**定 价:18.00 元**

(凡西苑版图书有缺漏页、残破等质量问题本社负责调换)

## 编委会名单

总 编:赵钰琳

执行总编:王文琪 孟宪和

编 委:程 翔 刘德忠 蔡放明 熊成文  
肖忠远 税正洪 周家荣 汪长模  
林龙河 周卓涛 冉 盛 陈胜雷  
王朝阳 张文林 张雪明 陈书桂

本册主编:金迪曾

修订主编:王朝阳

编 者:周 平 孙庆宏 田冬文 袁永年  
宋继唤 边海云 金迪曾 王朝阳  
胡茂斌 张建兵

# 修订说明

伴着新世纪的钟声,《素质教育新教案》从第一版出版发行至今,已经走过了两年的历程。在这两年多时间里,我们收到了全国各地3500多封读者来信。从读者来信情况看,大家对《素质教育新教案》基本上是肯定的。广大读者对《新教案》予以很高的评价,并且发表了许多溢美之辞。但是,我们深知,《新教案》离真正实现素质教育理想尚有很大差距。特别是近两年,我国基础教育获得了很大的发展,国务院颁布了《关于基础教育改革与发展》的决定,教育部颁布了《基础教育课程指导纲要》。为了充分体现这些新精神、新观念,我们决定对《新教案》予以重新修订。

## 一、《素质教育新教案》的修订原则

**第一,加大理论联系实际内容。**以前中小学各科教案过于强调学科理论体系的完整与严谨,而对如何把学科理论和学生所面临的实际生活结合起来重视不够。本次修订的《新教案》加大把各学科灰色的理论和鲜活的实际生活相结合的内容,使教师和学生更好地理解和把握学科知识和生活实际。

**第二,实现4个渗透。**这4个渗透是:德育渗透、美育渗透、学科渗透、科学精神和人文精神的渗透。

**第三,教案学案一体化设计原则。**前两版《素质教育新教案》基本上是针对教师备课使用的。这次修订的《素质教育新教案》尽量增加学生可用的知识内容,争取让更多的学生能从中汲取有益的营养。

**第四,体现强烈的时代特点。**《新教案》充分体现了知识经济时代对人才综合素质的要求,突出对学生创新能力和实践能力的培养和训练。同时,尽最大可能激发学生的学习兴趣,关注学生的情感态度和价值观的培养。

**第五,内容上反映了最新成果。**本教案的编写力求在充分理解《国务院关于基础教育改革与发展的决定》基本精神基础上,结合中小学课程教材改革最新进程,总结倡导素质教育以来的最新成果。

**第六,可操作性原则。**《新教案》的体例设计和教学安排充分考虑到中小学的学习特点,所有教师活动和学生活动均方便操作。

**第七,多种教学模式并存的原则。**在修订《新教案》时注意了不能整本书只有一种教学模式,尝试将多种教学模式运用到各科教学中。

## 二、《素质教育新教案》修订时把握的全新理念

《素质教育新教案》应把握的理念很多,为方便起见,特通过与传统教案的比较说明如下:

表现方式	传统的教案	素质教育新教案
教师与学生的位置	以教师为中心	以学生为中心
学生发展的关注范围	单方面发展(智育)	德智体美等多方面发展
知识范围	课内知识的理解	课内知识及课外广泛教育资源的运用
教学模式	灌输-接受	研究性学习
学习方式	独立学习	自主、合作、探究学习
学习反应	被动反应	有计划的行动
学习重点	以知识传授为重点	以能力和素质为重点
学习活动的內容	基于事实知识的学习	批判思维和基于选择、决策的学习
教学的背景	孤立的人工背景	仿真的、现实生活中的背景
教学媒体	单一媒体	多媒体
信息传递	单向传递	(双向)多项交换
评价方式	达标性内容和终结性评价	形成性评价以及这些评价所具有的反馈和激励功能
学习过程	基本知识和基本技能的分解	除双基外,更关注兴趣激发反学习中的情感体验和价值观的形成

### 三、《素质教育新教案》在原例题结构基础上增加或修改的内容

(一)“素质教育目标”增加“(四)美育渗透点”。

(二)增加“学法引导”，主要包括“教师教法”和“学生学法”。

(三)“学生活动设计”改为“师生互动活动设计”，即在原有“学生活动设计”基础上增加“教师活动设计”内容。

(四)“参考资料”改为“背景知识和课外阅读”，供教师备课参考和学生课外阅读。

(五)增加了“单元复习”教案。

(六)增加了“单元测试题”。

(七)增加了“期中期末测试题”。

(八)每节课增加3~10道题型多样的随堂练习。

(九)高中部分增加“研究性学习”课题及操作过程。初中部分增加“科学探究”课题及操作过程。

(十)语文学科除阅读课教案外，还增加听说和写作(作文)等内容的教案设计和训练。

(十一)英语学科，每单元增加一个听力材料。

总之，实施素质教育的主渠道在课堂，实施素质教育的关键在教师。这是教育界的普遍共识。不过，更具建设性的问题是，教师如何通过教案的准备和设计，在课堂教学中渗透素质教育的观念，真真正正地贯彻“以教师为主导，以学生为主体”这一教育思想，这是一个理论上没有正解的课题，实践上，也是一个存在着多元答案的开放性问题。因此，我们组织编写本教案的目的就是为广大教师进行课堂素质教育提供一种参考，而不是一种规范；这是对教学方法的研究，而不是对教学流程的固化。所以，我们希望通过此套教案，促进研讨，边实践边总结，广泛听取意见，把我们大家都关心的素质教育课题完成得更好。

本书涉及到中学的语文、数学、英语、政治、历史、地理、物理、化学、生物九个学科和小学的教学、语文两个学科。

这套丛书的读者对象，首先是有关学科的教师，其次是就读中小学的学生及主管教学工作的领导和开展素质教育科研工作的同志。此外，对关心孩子成长的家长来说，也是不可多得的良好益友。

《素质教育新教案》编委会

2003年1月



## 第九章

<b>直线、平面、简单几何体</b> .....	(1)
<b>一 空间直线和平面</b> .....	(1)
9.1 平面 .....	(1)
9.2 空间直线 .....	(12)
9.3 直线与平面平行的判定和性质 .....	(26)
9.4 直线与平面垂直的判定和性质 .....	(36)
9.5 两个平面平行的判定和性质 .....	(54)
9.6 两个平面垂直的判定和性质 .....	(66)
第一单元复习 .....	(81)
第一单元测试题 .....	(84)
<b>二 简单几何体</b> .....	(88)
9.7 棱柱 .....	(88)
9.8 棱锥 .....	(103)
9.9 研究性课题:多面体欧拉公式的发现 .....	(119)
9.10 球 .....	(125)
第二单元复习 .....	(142)
第二单元测试题 .....	(147)
<b>期中测试题</b> .....	(151)

## 第十章

<b>排列、组合和概率</b> .....	(154)
<b>一 排列与组合</b> .....	(154)
10.1 分类计数原理与分步计数原理 .....	(154)
10.2 排列 .....	(158)
10.3 组合 .....	(172)
10.4 二项式定理 .....	(187)
第一单元复习 .....	(202)

第一单元测试题 .....	(205)
二 概 率 .....	(208)
10.5 随机事件的概率.....	(208)
10.6 互斥事件有一个发生的概率.....	(219)
10.7 相互独立事件同时发生的概率.....	(226)
第二单元复习 .....	(239)
第二单元测试题 .....	(241)
期末测试题 .....	(244)
参考答案 .....	(247)





## 第九章 直线、平面、简单几何体

### 一 空间直线和平面

#### 9.1 平面

##### 一. 素质教育目标

###### (一) 知识教学点

掌握平面的基本性质,会用斜二测的画法画水平放置的平面图形的直观图;能够画出空间两条直线、直线和平面的各种位置关系的图形,能够根据图形想象它们的位置关系.

###### (二) 能力训练点

逐步培养学生的空间想象能力,使他们在已有的平面图形知识的基础上,建立空间观念,实现从认识平面图形到认识立体图形这一飞跃.

###### (三) 德育渗透点

通过对平面基本性质的三个公理、三个推论的学习,认识我们所处的世界是一个三维空间,由此培养学生的辩证唯物主义世界观.

###### (四) 美育渗透点

通过画水平放置的平面图形的直观图,以及用符号语言表示点、线、面间的关系,体会数学图形的直观美以及数学语言的简洁美.

##### 二. 学法引导

1. 深刻理解平面性质中的有关公理,明白它们在证明直线在平面内、三点共线、共面等问题中的应用,注意培养空间想象能力,严格认真作图.
2. 充分利用实物,尽快建立空间观念.

##### 三. 重点、难点、疑点及解决办法

###### (一) 重点

掌握并熟记平面基本性质的三个公理及三个推论. 解决办法: 在应用中理解记忆.

###### (二) 难点

平面基本性质的应用以及利用它们证题. 解决办法: 抓住典型例题,注意分析类比.



教师备注

**(三)疑点**

三个推论的证明与证明方法.解决办法:应用公理及有关概念,注意反证法.

**四.课时安排**

3课时

**五.教学步骤****第一课时****(一)教具准备**

投影胶片、三角板、模型.

**(二)教学目标**

- 1.理解平面的概念,掌握平面的画法及记法.
- 2.理解并记住平面的基本性质.
- 3.初步掌握用符号表示点、线、面间的关系.

**(三)教学过程****[设置情境]**

师:日常生活中,哪些东西给我们以平面的形象?平面是如何定义的,怎么画?平面有哪些基本性质呢?

**[探索研究]****1.平面的概念**

常见的桌面、黑板面、平静的水面等,都给我们以平面的形象,几何里的平面就是从这样的一些物体中抽象出来的.与之不同的是几何里的平面是无限延展的.

**注意:**平面的概念是用描述性的语言进行说明的.

**2.平面的画法及表示**

通常我们画出直线的一部分来表示直线.同样地,我们也可以画出平面的一部分来表示平面.当我们从适当的角度和距离观察桌面或黑板面时,感到它们都很像平行四边形.因此,通常画平行四边形来表示平面(图9-1).当平面是水平放置的时候,通常把平行四边形的锐角画成 $45^\circ$ ,横边画成邻边的2倍长.当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮部分的线段画成虚线或不画(图9-2).有时根据需要也可用其他平面图形(例如三角形等)表示平面.

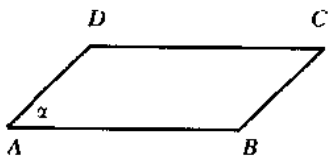


图9-1

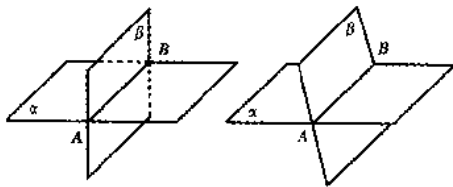


图9-2

平面通常用一个希腊字母 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 等来表示,如平面 $\alpha$ 、平面 $\beta$ 、平面 $\gamma$ 等,也可以用表示



教师备注

平行四边形的两个相对顶点的字母来表示,如平面 $AC$ (图9-1).

平面内有无数个点,平面可以认为是由它内部的所有的点组成的点集,其中每个点都是它的元素,点 $A$ 在平面 $\alpha$ 内,记作 $A \in \alpha$ ;点 $B$ 在平面 $\alpha$ 外,记作 $B \notin \alpha$ (图9-3),这里的平面看作是集合,而点看作是元素.

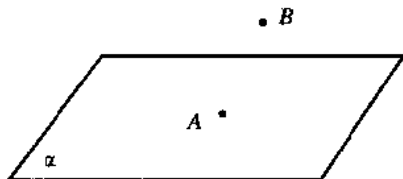


图9-3

### 3. 平面的基本性质

我们下面学习平面的基本性质的三个公理.所谓公理,就是不必证明而直接被承认的真命题,它们是进一步推理的出发点和根据.

**公理1** 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内

从集合的角度看,这个公理就是说,如果一条直线(点集)中有两个元素(点)属于一个平面(点集),那么这条直线就是这个平面的真子集.

直线也是由无数个点组成的集合,点 $P$ 在直线 $l$ 上,记作 $P \in l$ ;点 $P$ 在直线 $l$ 外,记作 $P \notin l$ ,如果直线 $l$ 上所有的点都在平面 $\alpha$ 内,就说直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 内,或者说平面 $\alpha$ 经过直线 $l$ ,记作 $l \subset \alpha$ .否则,就说直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 外,记作 $l \not\subset \alpha$ .

公理1的含义如图9-4所示,也可以用符号表示为

$$A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha.$$

公理1为证明直线在平面内提供了依据.

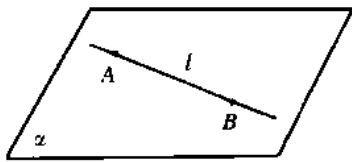


图9-4

**公理2** 如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.

**注意:**没有特别说明的“两个平面”,以后均指不重合的两个平面.

两个不重合的平面,只要它们有公共点,它们就是相交的位置关系,交集是一条直线.

如果平面 $\alpha$ 和 $\beta$ 有一条公共直线 $l$ ,就说平面 $\alpha$ 和 $\beta$ 相交,交线是 $l$ ,记作 $\alpha \cap \beta = l$ .

公理2的含义如图9-5所示,也可以用符号表示为

$$P \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l \text{ 且 } P \in l.$$

公理2为证明若干点共线提供了一条新的途径.



教师备注

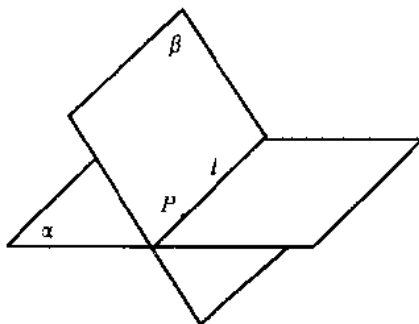


图 9-5

公理 3 经过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面(图 9-6).

老师问学生:经过一点、两点或同一直线上的三点有多少个平面?过不在同一直线上的四点呢?前一问有无数个平面,后一问不一定有平面.

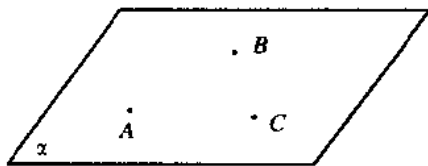


图 9-6

公理中,“有且只有一个”的含义:“有”是说图形存在,“只有一个”是说图形惟一.不能仅用“只有一个”来替代“有且只有一个”,否则未表达出存在性的含义.

过  $A, B, C$  三点的平面可记作“平面  $ABC$ ”.

**[演练反馈]**

1. 举例说明生活中本节公理的应用.

2. 填空:

正方体的各顶点如图 9-7 所示,正方体的三个面所在平面  $A_1C_1, A_1B, BC_1$  分别记作  $\alpha, \beta, \gamma$ , 试用适当的符号填空.

- (1)  $A_1$  \_\_\_\_\_  $\alpha, B_1$  \_\_\_\_\_  $\alpha$ .
- (2)  $B_1$  \_\_\_\_\_  $\gamma, C_1$  \_\_\_\_\_  $\gamma$ .
- (3)  $A_1$  \_\_\_\_\_  $\beta, D_1$  \_\_\_\_\_  $\beta$ .
- (4)  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta = A_1B_1, \beta$  \_\_\_\_\_  $\gamma = BB_1$ .
- (5)  $A_1B_1$  \_\_\_\_\_  $\alpha, BB_1$  \_\_\_\_\_  $\beta, A_1B_1$  \_\_\_\_\_  $\gamma$ .

3. 根据下列符号表示的语句,说出有关点、线、面的关系,并画出图形.

- (1)  $A \in \alpha, B \notin \alpha$
- (2)  $l \subset \alpha, m \not\subset \alpha$
- (3)  $\alpha \cap \beta = l$

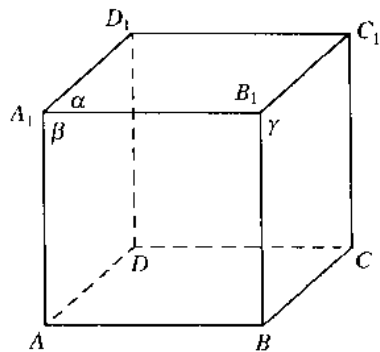


图 9-7



教师备注

(4)  $P \in l, P \notin \alpha, Q \in l, Q \in \alpha$ 

[参考答案]

1. (略)

2. (1)  $\in; \in$  (2)  $\in; \in$  (3)  $\in; \notin$  (4)  $\cap; \cap$  (5)  $\subset; \subset; \varnothing$ 3. (1) 点  $A$  在平面  $\alpha$  内, 点  $B$  不在平面  $\alpha$  内.(2) 直线  $l$  在平面  $\alpha$  内, 直线  $m$  不在平面  $\alpha$  内.(3) 平面  $\alpha$  与  $\beta$  交于直线  $l$ .(4) 直线  $l$  经过平面  $\alpha$  外一点  $P$  和平面  $\alpha$  内一点  $Q$ .

图形略.

[总结提炼]

[学生回答, 教师补充完善.]

本节课主要学习了:

1. 平面的概念、画法及记法.

2. 平面的基本性质: 公理 1, 公理 2, 公理 3.

3. 点在(不在)平面内, 直线在(不在)平面内, 两个平面交于一条直线等的符号的表示.

**(四) 布置作业**

课本 P7~P8 习题 9.1 1, 2, (1), 3, 4.

[参考答案]

略.

**(五) 板书设计**

1. 平面的概念	公理 2	3. 练习
2. 公理 1	公理 3	

**第二课时****(一) 教具准备**

投影仪、胶片、三角板.

**(二) 教学目标**

理解掌握公理 3 的三个推论.

**(三) 教学过程**

[设置情境]

我们知道, 不共线三点确定一个平面, 那么还有其他确定一个平面的情况吗?

[探索研究]

**推论 1** 经过一条直线和这条直线外的一点, 有且只有一个平面(图 9-8(1)).

**证明:** (存在性) 设点  $A$  不在直线  $a$  上, 在直线  $a$  上任取两点  $B$  和  $C$ , 于是有  $A \notin a, B \in a, C \in a$ , 即  $A, B, C$  为不共线的三点. 根据公理 3, 经过  $A, B, C$  三点有一个平面  $\alpha$ , 因为  $B \in a, C \in a$ , 所以由公理 1 可知  $a \subset \alpha$ , 即平面  $\alpha$  是经过直线  $a$  和点  $A$  的平面.

(惟一性) 又根据公理 3, 经过不共线的三点  $A, B, C$  的平面只有一个, 所以经过直线  $a$

教师备注

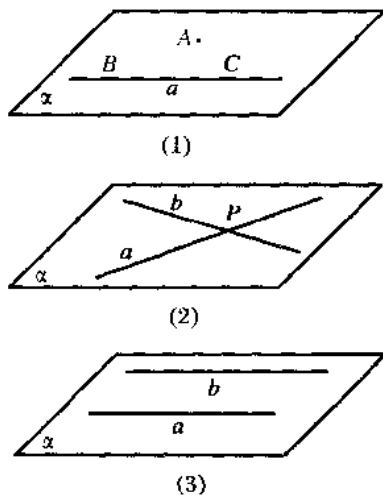


图 9-8

和点  $A$  的平面只有一个.

推论 1 的证明分两部分来证,即第一要证存在一个平面,第二要证这个平面是唯一的.

推论 1 可以用符号表示为

$A \notin a \Rightarrow$  有且只有一个平面  $\alpha$ , 使  $A \in \alpha, a \subset \alpha$ .

推论 2 经过两条相交直线,有且只有一个平面(图 9-8(2)).

推论 2 的证明可口头讲一下,详细过程可见“教参”.

我们规定:直线  $a$  和  $b$  相交于点  $P$ ,记作  $a \cap b = P$ ,不可以只写  $a \cap b$ ,需将交点字母写出来,也不能记作  $a \cap b = A$ .

推论 2 可以用符号表示为

$a \cap b = P \Rightarrow$  有且只有一个平面  $\alpha$ , 使  $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ .

推论 3 经过两条平行直线,有且只有一个平面(图 9-8(3)).

推论 3 的证明分两步进行,第一步证存在性,要利用平行线的定义,即在一个平面内,两条没有公共点的直线叫做平行线,第二步证惟一性,与推论 1 类似,也可见“教参”.

推论 3 可以用符号表示为

$a \parallel b \Rightarrow$  有且只有一个平面  $\alpha$ , 使  $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ .

“有且只有一个平面”也可以说成“确定一个平面”.

公理 3 及它的三个推论给出了确定一个平面时经常使用的一些条件,下面通过一道例题来学习基本性质的应用.

例题 如图 9-9,直线  $AB, BC, CA$  两两相交,交点分别为  $A, B, C$ ,判断这三条直线是否共面并说明理由.

解:这三条直线共面.理由如下:

$\because$  直线  $AB$  和  $AC$  相交于点  $A$ .

$\therefore$  直线  $AB$  和  $AC$  确定一个平面  $\alpha$  (推论 2).

$\because B \in AB, C \in AC$ .

$\therefore B \in \alpha, C \in \alpha$ .

$\therefore BC \subset \alpha$  (公理 1).



教师备注

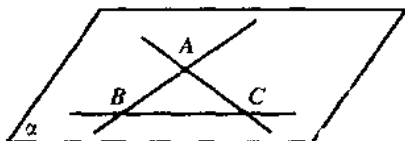


图 9-9

因此, 直线  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$  都在平面  $\alpha$  内, 即它们共面.

由上可知, 证明三条直线共面, 可以先证其中两条直线共面, 再证第三条直线也在这个平面内.

## [演练反馈]

1. 两个不重合的平面有公共点, 则公共点的个数是 ( )

- A. 2 个                                      B. 有无数个且在一条直线上  
C. 一个或无数个                          D. 1 个

2. 点  $A$  在直线  $l$  上,  $l$  在平面  $\alpha$  外, 用符号表示正确的是 ( )

- A.  $A \in l, l \notin \alpha$                             B.  $A \in l, l \not\subset \alpha$   
C.  $A \subset l, l \not\subset \alpha$                             D.  $A \subset l, A \notin \alpha$

3. 若  $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \cap b = c, a \cap b = M$ , 则 ( )

- A.  $M \in c$                                     B.  $M \notin c$   
C.  $M \subset \alpha$                                     D.  $M \subset \beta$

4. 三条直线相交于一点, 过每两条相交直线作一个平面, 最少可作几个平面? 最多可作几个平面? 若三条直线相交于三点呢?

5. 已知直线  $a \parallel b$ , 且  $l \cap a = A, l \cap b = B$ , 求证:  $a, b, l$  三线共面.

## [参考答案]

1. B    2. B    3. A

4. 答: 相交于一点时, 最少一个平面, 最多三个平面; 相交于三点时, 只有一种情况, 即为一个平面.

5. 证明:  $\because a \parallel b$

$\therefore a, b$  确定一个平面  $\alpha$  (推论 3)

又  $\because l \cap a = A, l \cap b = B$

$\therefore A \in a \subset \alpha, B \in b \subset \alpha$

$\therefore AB \subset \alpha$ , 即  $l \subset \alpha$  (公理 1)

$\therefore a, b, l$  三线共面.

## [总结提炼]

[学生回答, 教师完善.]

本节课主要学习了:

1. 公理 3 的三个推论: 推论 1, 推论 2, 推论 3.

2. 证明若干个点、线共面的方法.

(先证其中某些点、线确定一个平面, 再证剩余点、线落在此平面内.)

## (四) 布置作业

(1) 课本 P8 习题 9.1    2. (2), 5, 6, 7, 8.

(2) 思考题: 已知三直线  $a \parallel b \parallel c$ , 且直线  $l$  与  $a, b, c$  分别交于  $A, B, C$  三点, 求证:  $a, b,$



教师备注

$c, l$  四条直线共面.

[参考答案]

略.

(五) 板书设计

推论 1	例题
推论 2	画图
推论 3	练习

第三课时

(一) 教具准备

投影仪(胶片)、三角板.

(二) 教学目标

1. 巩固复习平面的基本性质.
2. 会应用 3 个公理及推论证明三点共线和若干个点、线共面.

(三) 教学过程

[基本知识回顾]

平面基本性质小结

名称	作用
公理 1	判断直线在平面内的依据
公理 2	两个平面相交以及它们的交点共线的依据
公理 3 及三个推论	确定一个平面的依据

[探索研究]

例 1 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中(如图 9-10),  $A_1C$  与截面  $DBC_1$  交于  $O$  点,  $AC$ 、 $BD$  交于  $M$ , 求证:  $C_1, O, M$  三点共线.

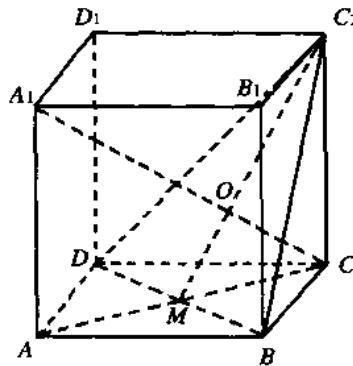


图 9-10





教师备注

分析:三点共线问题的证法是:证明此三点同在两个相交平面内,显然  $C_1, O, M \in$  平面  $BC_1D$ , 且  $C_1, O, M \in$  平面  $A_1ACC_1$ , 故可证得三点共线.

证明:  $\because C_1, O, M \in$  平面  $BC_1D$ .

又  $\because C_1, O, M \in$  平面  $A_1ACC_1$ .

据公理 2, 知  $C_1, O, M$  在平面  $BC_1D$  与平面  $A_1ACC_1$  的交线上, 即  $C_1, O, M$  三点共线.

例 2 已知直线  $l$  与三条平行线  $a, b, c$  都相交(如图 9-11), 求证:  $l$  与  $a, b, c$  共面.

证明:  $\because a \parallel b$ ,

$\therefore a, b$  确定平面  $\alpha$ , 设  $l \cap a = A, l \cap b = B, l \cap c = C$ .

$\therefore A \in \alpha, B \in \alpha$ .

$\therefore l \subset \alpha$ .

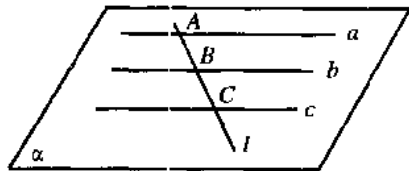


图 9-11

同理,  $b, c$  确定平面  $\beta, l \subset \beta$ , 则平面  $\alpha$  与  $\beta$  都过两相交直线  $b$  与  $l$ , 而过  $b$  和  $l$  有且只有一个平面.

$\therefore \alpha$  与  $\beta$  重合.

故  $l, a, b, c$  共面.

教师点评:证共面问题,可先由公理 3(或推论)证某些元素确定一个平面,再证其余元素都在此平面内;或者指出给定的元素中的某些元素在一个平面内,再证两个平面重合.

例 3 不共点的四条直线两两相交,求证:这四条直线在同一个平面内.

分析:此题要注意两种情况:一是无三条直线相交于一点;二是其中只有三条直线交于一点.教师讲第一种情况,第二种情况由学生来证,可以由一学生上台板演.

已知:直线  $AB, BC, CD, DA$  两两相交,且不过同一点.

求证:直线  $AB, BC, CD, DA$  共面.

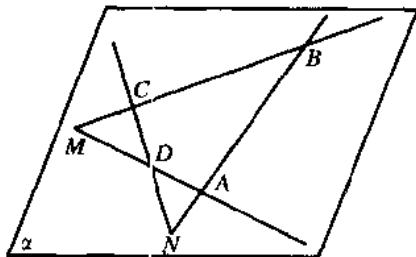


图 9-12

证明:如图 9-12,  $AB, BC, CD, DA$  两两相交,且无三条直线相交于一点.

设  $AD, BC$  交于点  $M, AB, CD$  交于点  $N$ .

$\therefore AB, CD$  确定一个平面  $\alpha$ .