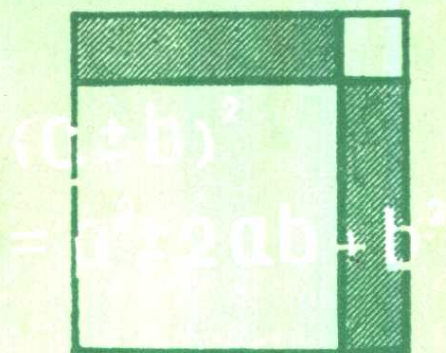


DAISHU

初级中学课本

代数

第二册



人民教育出版社

(京)新登字 113 号

初级中学课本

代 数

第 二 册

人民教育出版社数学室编

*

人民教育出版社出版

北京出版社重印

北京市新华书店发行

北京新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 5.75 字数 97 000

1989 年 12 月第 2 版 1993 年 1 月第 3 次印刷

印数 1—161 000

ISBN 7-107-00150-7

G·207 (课) 定价 1.15 元

明

一、这套《初级中学课本代数》第一至四册,是在中小学通用教材数学编写组编的《全日制十年制学校初中课本(试用本)数学》第一至六册中的代数部分的基础上,吸收了几年来各地在试用中的一些意见编写而成的。

二、本书内容包括:二元一次方程组、整式的乘除、因式分解和分式,供初中一年级第二学期使用,每周5课时。

三、本书的习题共分三类:练习、习题、复习参考题。

1. 练习 供课内练习使用。

2. 习题 供课内课作练习使用。

3. 复习参考题 供课内课作练习使用。其中少量带有“*”号的题,仅供学有余力的学生选作。

四、本书由人民教育出版社编写,参加编写工作的有蔡上鹤、陶振宗、贾云山、袁明德等。全书由张孝达、吕学礼校订。

五、本书第2版主要是进一步贯彻量和单位的国家标准,对于其他地方,只作了极少量的修改。本书第2版由薛彬责任编辑。

人民教育出版社

1989年12月

目 录

第五章 二元一次方程组.....	1
第六章 整式的乘除	39
一 整式的乘法.....	39
二 乘法公式.....	62
三 整式的除法.....	77
第七章 因式分解	97
第八章 分式.....	134

第五章 二元一次方程组

5.1 二元一次方程

我们来看下面的问题:

已知两个数的和是 7, 求这两个数.

这个问题里有两个未知数, 如果设一个数是 x , 另一个数是 y , 那么根据题意, 可以列出方程

$$x + y = 7.$$

这个方程含有两个未知数, 并且含有未知数的项的次数都是 1, 这样的方程叫做二元一次方程.

当 $x = 3, y = 4$ 时, 方程 $x + y = 7$ 左右两边的值相等, 我们说 $x = 3, y = 4$ 是适合 (或满足) 方程 $x + y = 7$ 的. 适合一个二元一次方程的每一对未知数的值, 叫做这个二元一次方程的一个解. 例如 $x = 3, y = 4$ 就是方程 $x + y = 7$ 的一个解, 我们把它记作

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 4. \end{cases}$$

要求二元一次方程 $x + y = 7$ 的解, 可以把这个方程变形, 用含有 x 的代数式表示 y , 得

$$y = 7 - x.$$

在这个方程里, 如果 x 取一个值, 就可以求出与它对应

的 y 的一个值。例如：

取 $x = -1$, 可以得到 $y = 8$;

取 $x = 0$, 可以得到 $y = 7$;

取 $x = 2.7$, 可以得到 $y = 4.3$;

取 $x = 5$, 可以得到 $y = 2$;

.....

这样得到的每一对未知数的值都适合方程 $x + y = 7$, 所以它们都是这个方程的解。

对于任何一个二元一次方程, 让其中一个未知数取任意一个值, 都可求出与它对应的另一个未知数的值。因此, 任何一个二元一次方程都有无数个解。

由二元一次方程的所有的解组成的集合, 叫做这个二元一次方程的解集。

练习

1. (口答) 下列方程中, 哪些是二元一次方程, 哪些不是, 为什么?

(1) $2x - 3y = 9$;

(2) $x + 1 = 6z$;

(3) $\frac{1}{x} + 4 = 2y$;

(4) $x - 5 = 3y^2$.

2. (口答) 在

$$\begin{cases} x=0, \\ y=-2, \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=-3, \end{cases} \quad \begin{cases} x=1, \\ y=-5 \end{cases}$$

三对数值中,

- (1) 哪几对是方程 $2x - y = 7$ 的解?
- (2) 哪几对是方程 $x + 2y = -4$ 的解?
3. 在下列方程中, 用含 x 的代数式表示 y :
- (1) $2x + y = 3$; (2) $3x - y = 2$;
- (3) $x + 3y = 0$; (4) $2x - 3y + 5 = 0$.
4. 在方程 $3x + 2y = 12$ 中, 设 $x = 2, 3, 4, 5$, 分别求出对应的 y 的值.

5.2 二元一次方程组

我们再来看下面的问题:

有甲、乙两个数, 甲数的 3 倍比乙数的 2 倍多 11, 甲数的 2 倍与乙数的 3 倍的和是 16, 求甲、乙两数.

这个问题, 用设一个未知数列一元一次方程的方法来求解, 比较困难. 如果设两个未知数, 例如设甲数是 x , 乙数是 y , 那么就可以列出下面两个二元一次方程:

$$3x - 2y = 11, \quad (1)$$

$$2x + 3y = 16. \quad (2)$$

上面的问题就是要求出既适合方程 (1), 又适合方程 (2) 的 x 与 y 的值, 也就是求出这两个方程的公共解.

把这两个方程变形, 用含有 x 的代数式表示 y , 得

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{11}{2}, \quad (3)$$

$$y = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x. \quad (4)$$

从(3)可以求得方程(1)的一些解

$$\begin{cases} x=0, \\ y=-\frac{11}{2}, \end{cases} \quad \begin{cases} x=1, \\ y=-4, \end{cases} \quad \begin{cases} x=5, \\ y=2, \end{cases} \quad \dots;$$

从(4)可以求得方程(2)的一些解

$$\begin{cases} x=3, \\ y=\frac{10}{3}, \end{cases} \quad \begin{cases} x=5, \\ y=2, \end{cases} \quad \begin{cases} x=7, \\ y=\frac{2}{3}, \end{cases} \quad \dots$$

可以看出,其中的

$$\begin{cases} x=5, \\ y=2 \end{cases}$$

既是方程(1)的一个解,又是方程(2)的一个解,所以它就是这两个方程的公共解.

上面所说,可以用图 5-1 来表示.

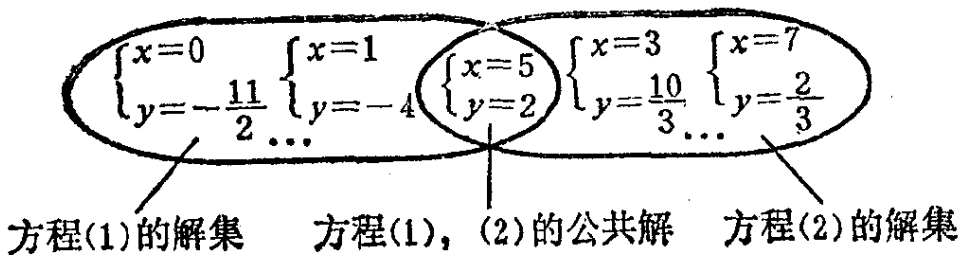


图 5-1

由几个方程组成的一组方程,叫做方程组. 由几

个一次方程组成并含有两个未知数的方程组，叫做二元一次方程组。例如，上面的方程(1)，(2)合在一起，就组成一个二元一次方程组，记作

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 2x + 3y = 16. \end{cases}$$

本章中所说的二元一次方程组，都是指由两个一次方程组成的二元一次方程组。

方程组里各个方程的公共解，叫做这个方程组的解。例如，上面的方程(1)，(2)的公共解

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 2 \end{cases}$$

就是方程组

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

的解。

练习

1. (口答)下列方程组中，哪些是二元一次方程组，哪些不是。为什么？

(1) $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ 2x - 3y = 3; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 3y = 6, \\ x^2 - y^2 = 8; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x + 3y = 9, \\ y + z = 7; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ xy = 2; \end{cases}$

$$(5) \begin{cases} x+3y=3, \\ \frac{x}{6}+\frac{2y}{3}=1; \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x+3y=2, \\ \frac{6}{x}-2y=3. \end{cases}$$

2. (口答)在

$$\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4, \\ y=5 \end{cases}$$

三对数值中, 哪一对是下列方程组的解?

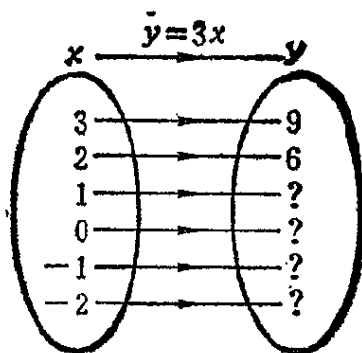
$$(1) \begin{cases} 2x-y=3, \\ 3x+4y=10; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y=2x-3, \\ 4x-3y=1. \end{cases}$$

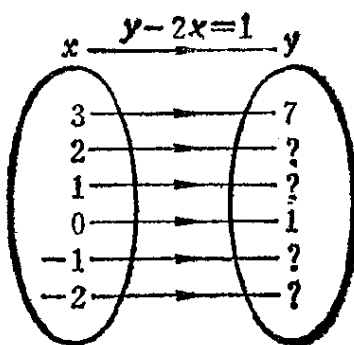
3. 根据已知条件, 求出 y 的值, 分别填入下列各图的右圈里, 并找出方程组

$$\begin{cases} y=3x, \\ y-2x=1 \end{cases}$$

的解.



(1)



(2)

(第3题)

5.3 用代入法解二元一次方程组

求方程组的解的过程, 叫做解方程组.

下面我们来学习解二元一次方程组的两种常用方法。

我们学过解一元一次方程，如果能够通过二元一次方程组里的两个方程，得到一个只含一个未知数的一元方程（即一元一次方程），求出这个未知数的值，然后再设法求出另一个未知数的值，问题就解决了。

下面我们就按照这条化“二元”为“一元”的思路来分析具体问题。例如，解方程组

$$\begin{cases} y = 2x, \\ x + y = 3, \end{cases}$$

这就是要求出这两个二元一次方程的公共解。如果这两个二元一次方程有公共解，那么两个方程中同一个未知数就应取相同的值。因此，第二个方程中的 y 可用第一个方程中表示 y 的代数式 $2x$ 来代替：

$$y = \boxed{2x}, \quad (1)$$

$$\downarrow$$
$$x + y = 3. \quad (2)$$

把(1)代入(2)，得 $x + 2x = 3$ 。这样，就由两个二元一次方程得到一个一元一次方程，消去了一个未知数。解这个一元一次方程，得 $x = 1$ ，把 $x = 1$ 代入(1)，就可以得到 $y = 2$ 。

要检验所得结果是不是原方程组的解，应把这对数值代入原方程组里的每一个方程进行检验。

经过检验可以知道，由上述步骤得到的一对未知数的值

$$\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$$

是原方程组的解。

我们再看几个例子。

例1 解方程组

$$\begin{cases} y=1-x, & (1) \\ 3x+2y=5. & (2) \end{cases}$$

解：把(1)代入(2)，得

$$3x+2(1-x)=5,$$

$$3x+2-2x=5,$$

$$\therefore x=3.$$

把 $x=3$ 代入(1)，得

$$y=-2.$$

$$\therefore \begin{cases} x=3, \\ y=-2. \end{cases}$$

检验：把 $x=3, y=-2$ 代入(1)，得

$$\text{左边} = -2, \text{右边} = 1 - 3 = -2,$$

$$\text{左边} = \text{右边};$$

再代入(2)，得

$$\text{左边} = 3 \times 3 + 2 \times (-2) = 5, \text{右边} = 5,$$

$$\text{左边} = \text{右边};$$

所以

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-2 \end{cases}$$

是原方程组的解.

(检验可用口算,不必写出,以下同.)

例 2 解方程组

$$\begin{cases} 2x+5y=-21, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y=8. & (2) \end{cases}$$

分析: 在这个方程组里, 方程(2)中未知数 x 的系数是 1, 为了方便起见, 可以先把方程(2)变形, 用含 y 的代数式表示 x , 然后再解.

解: 由(2), 得

$$x=8-3y. \quad (3)$$

把(3)代入(1), 得

$$2(8-3y)+5y=-21,$$

$$16-6y+5y=-21,$$

$$-y=-37,$$

$$\therefore y=37.$$

把 $y=37$ 代入(3), 得

$$x=8-3 \times 37,$$

$$\therefore x=-103.$$

$$\therefore \begin{cases} x=-103, \\ y=37. \end{cases}$$

例3 解方程组

$$\begin{cases} 2x - 7y = 8, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 8y - 10 = 0. & (2) \end{cases}$$

分析: 在这个方程组里, 每个方程中各个未知数的系数都不是1, 但可以运用方程同解原理把其中的一个方程变形, 使这个方程中的一个未知数的系数为1, 然后再解.

解: 由(1), 得

$$2x = 8 + 7y,$$

$$x = \frac{8 + 7y}{2}. \quad (3)$$

把(3)代入(2), 得

$$\frac{3(8 + 7y)}{2} - 8y - 10 = 0,$$

$$24 + 21y - 16y - 20 = 0,$$

$$5y = -4,$$

$$\therefore y = -\frac{4}{5}.$$

把 $y = -\frac{4}{5}$ 代入(3), 得

$$x = \frac{8 + 7 \times \left(-\frac{4}{5}\right)}{2},$$

$$\therefore x = 1\frac{1}{5}.$$

$$\therefore \begin{cases} x = 1\frac{1}{5}, \\ y = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$

上面几个例题的解题步骤一般是：

1. 将方程组里的一个方程变形，用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数；

2. 用这个代数式代替另一个方程中相应的未知数，使解二元一次方程组转化为解一元一次方程，求得一个未知数的值；

3. 把求得的这个未知数的值代入原方程组里的任意一个方程，求得另一个未知数的值，从而得到方程组的解。

这种解方程组的方法叫做代入消元法，简称代入法。

练习

1. 用代入法解下列方程组，并写出检验：

$$(1) \begin{cases} y = 2x, \\ 7x - 3y = 1; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + 5z = 6, \\ 3x - 6z = 4. \end{cases}$$

2. 用代入法解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} y = 2x - 3, \\ 3x + 2y = 8; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 6x - 5y = -1, \\ x = \frac{2}{3}; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2s = 3t, \\ 3s - 2t = 5; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x - z = 5, \\ 3x + 4z = 2; \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 2x + 3y = -1, \\ 4x - 9y = 8; \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} 3m - 4n = 7, \\ 9m - 10n + 25 = 0. \end{cases}$$

5.4 用加减法解二元一次方程组

我们再来学习另一种通过消去未知数来解二元一次方程组的方法。例如，解方程组

$$\begin{cases} x + y = 5, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1. & (2) \end{cases}$$

在这个方程组的两个方程中，未知数 y 的系数互为相反数，如果把这两个方程的两边分别相加，就可以消去 y ，得到一个一元一次方程。

$$x \begin{array}{|c} +y \\ \hline \end{array} = 5, \quad (1)$$

$$x \begin{array}{|c} -y \\ \hline \end{array} = 1. \quad (2)$$

(1) + (2), 得

$$2x = 6. \quad (3)$$

由(3), 得 $x = 3$. 把 $x = 3$ 代入(1)或(2), 得 $y = 2$. 经过检验,

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 2 \end{cases}$$

是原方程组的解.

在上面的方程组的两个方程中,我们又看到,未知数 x 的系数相等. 如果把这两个方程的两边分别相减,就可以消去未知数 x ,也能得到一个一元一次方程.

$$\boxed{x} + y = 5, \quad (1)$$

$$\boxed{x} - y = 1. \quad (2)$$

(1) - (2), 得

$$2y = 4. \quad (4)$$

由(4), 得 $y = 2$. 把 $y = 2$ 代入(1)或(2), 得 $x = 3$.

我们再看几个例子.

例 1 解方程组

$$\begin{cases} 3x + 7y = -20, & (1) \\ 3x - 5y = 16. & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = -20, & (1) \\ 3x - 5y = 16. & (2) \end{cases}$$

分析: 在这两个方程中,未知数 x 的系数相等,把方程(1), (2)的两边分别相减,就可以消去 x .

解: (1) - (2), 得

$$12y = -36,$$

$$\therefore y = -3.$$

把 $y = -3$ 代入(1), 得

$$3x + 7 \times (-3) = -20,$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}.$$