

计算力学 并行结构

张汝清 著

重庆大学出版社

0342
1233

976484

0342
1233

并行计算结构力学

张汝清 著

重庆大学出版社

并行计算结构力学

张汝清 著
责任编辑 蒋怒安

*
重庆大学出版社出版发行
新华书店 经销
重庆印制一厂 印刷

*
开本：850×1168 1/32 印张：12 字数：323千
1993年5月第1版 1993年5月第1次印刷
印数：1—2000

标准书号：ISBN 7-5624-0598-0 定价：3.93元
○.83

(川)新登字020号

内 容 提 要

随着并行计算机的迅速发展，出现了一个新的学科分支领域——并行计算结构力学。这本书正是为适应读者学习、研究它的需要而编著的。

本书的主要内容，包含基于变分原理的有限元并行分析方法和基于边界积分方程的边界元并行算法。由于有限元方法在工程结构分析中有着最有效的和最广泛的应用，因此，本书系统的介绍了结构分析中的有限元并行分析方法。

本书共分十章。从并行算法的基础知识开始，系统的介绍了在向量机和并行机上，线性方程组的并行直接解法和并行迭代解法。在此基础上，系统的介绍了结构静力问题的并行分析方法；结构动态特性的并行解法；结构动力方程的并行算法；弹塑性问题的并行分析方法；弹性接触问题的并行算法以及边界元并行算法。本书可供力学、航天、航空、土木、机械、工程结构专业的工程师、教师、研究人员和学生使用。



作者简介

张汝清，1930年3月生于四川泸县，1953年毕业于重庆土建学院土木工程系。现任重庆大学工程力学系教授，国家教委工程力学专业教学指导委员会委员，中国力学学会计算力学专业委员会委员，重庆力学学会理事长，受聘为《应用数学和力学》、《计算结构力学及其应用》杂志编委。

作者长期从事计算力学教学和科学的研究工作，先后承担国家自然科学基金项目，国家“七、五”和“八、五”计划子项，以及部局项目等10项。其中，结构动力分析的理论和方法的研究项目，1989年获国家教委科技进步二等奖。近几年来从事并行计算力学研究。已出版有《计算结构力学》等专著5本，在国内外发表论文约40篇。

前　　言

当前，出现了如航天飞机、海洋钻井平台等等大型或超大型的复杂结构，而且还具有非线性性质，随机载荷和复杂边界条件等多种因素。对这样一些工程结构分析，需要进行大规模的科学计算。另一方面，在计算机的发展过程中，由于受到元器件物理性能的限制，按传统的串行结构方式已不能组装出更高速度的计算机。从70年代初开始，仅十多年的时间，国际上研制出几亿次/秒到几百亿次/秒的各种并行计算机已达数百台之多，这就为大规模的科学计算提供了可能性，也反映了在未来的科学和高技术的发展过程中，并行机已成为必不可少的重要工具和手段。

但是，当前的结构分析采用的是串行方法和串行计算机软件，它们不适用于新型的并行机体系结构，或者说只能发挥出并行机一小部分串行计算能力。这就给人们提出了一个新的领域——结构分析的并行计算方法和并行计算机结构分析软件的研究，本书把它称之为并行计算结构力学。

本书包含两个方面的内容，一是基于变分原理的有限元并行分析方法；二是基于边界积分方程的边界元并行算法。由于有限元法在工程结构分析中得到最为有效的和最广泛的应用，因此，本书系统的介绍结构分析中的有限元并行分析方法。

为便于读者学习，本书在前面三章介绍了有关并行算法的一些基础知识：向量机和并行机体系结构；线性方程组的并行直接解法和并行迭代解法。本书的后面七章，系统的介绍了结构静力分析的并行方法；结构特征值问题的并行算法；结构动力方程的并行解法；结构弹塑性问题的并行分析方法；结构弹性接触问题的并行算法以及边界元并行算法。其中，大部分内容反映了作者

近几年的研究成果，和提出的各种问题的并行方法。在研究过程中，得到了西安交通大学国家结构振动与强度重点实验室国家开放基金项目的资助。书中所提出的各种并行分析方法，都由胡宁博士在西安交通大学ELXSI-6400并行机上实现，编有相应的并行分析程序，作了算例分析，并验证了这些算法的有效性和实用性。

由于没有找到国内外有关专著参考，加上作者时间仓促和学术水平有限，书中难免存在缺点，甚至错误，敬请读者批评指正。尽管如此，为了迅速发展并行计算结构力学这一新的领域，作者能将研究成果、体会和见解及时的系统的提供出来，也许对广大读者有所帮助，这就是作者编著此书的目的和希望。

本书承蒙杨桂通、徐秉业和吴中福等教授的推荐和审阅，并提出了许多宝贵意见，谨致以衷心的感谢。

张汝清

1991年10月于重庆大学

目 录

第一章 绪论	1
§1.1 引言	1
§1.2 结构力学中的并行计算方法发展概况	2
§1.3 并行机的分类	10
§1.4 向量计算机	12
§1.5 并行计算机	17
§1.6 并行化与向量化的基本概念	24
§1.7 矩阵乘法	36
§1.8 带状矩阵乘法	46
 第二章 线性方程组并行直接解法	54
§2.1 在向量机上的Gauss消去法和LU分解	54
§2.2 在向量机上的 LL^T 和 LDL^T 分解	65
§2.3 在向量机上的正交约化算法	71
§2.4 在并行机上的LU分解	79
§2.5 在并行机上的 LL^T 分解	92
§2.6 在并行机上三角系统的解法	93
§2.7 在并行机上Householder约化	96
§2.8 并行机上的Givens约化	99
§2.9 带状系统的LU分解	103
§2.10 带状三角系统解法	105
§2.11 带状系统的正交约化	107
§2.12 带状系统的分割方法	109
§2.13 带状系统的区域分解方法	115

§2.14 三对角系统和循环约化.....	120
第三章 线性方程组的并行迭代解法.....	123
§3.1 Jacobi 迭代解法.....	123
§3.2 向量机上的 Jacobi 迭代解法	129
§3.3 分块 Jacobi 方法	134
§3.4 Gauss-Seidel 和 SOR 迭代解法	139
§3.5 多色 (Multicoloring) 方法	150
§3.6 半迭代方法.....	159
§3.7 极小化方法.....	162
第四章 结构静力分析的并行直接解法.....	171
§4.1 基于变分原理的近似解法.....	171
§4.2 有限元子域并行直接解法.....	177
§4.3 有限元并行活动列方程解法.....	185
§4.4 有限元刚度阵并行组集方法.....	191
§4.5 子结构并行分析方法.....	195
§4.6 一种改进的子结构并行算法.....	206
§4.7 Cholesky 分解的子结构并行静凝聚方法.....	211
§4.8 子结构波前并行算法.....	216
第五章 有限元并行迭代解法.....	223
§5.1 有限元迭代并行求解算法.....	223
§5.2 EBE 向量和并行求解算法.....	232
§5.3 一种迭代格式的有限元法.....	240
§5.4 有色线剖分的有限元 SOR 并行迭代算法.....	245
第六章 结构特征值问题的并行算法.....	250
§6.1 大型结构特征值问题的几种基本解法.....	250
§6.2 向量逆迭代法和多项式割线迭代法的并行化.....	254

§6.3	Lanczos 求解特征值问题的 并行方法	258
§6.4	有限元子结构模态综合并行解法.....	262
§6.5	子空间迭代法的子结构并行算法.....	268
§6.6	大型结构特征值问题 Lanczos 子结构 并行算法	273
第七章	结构动力方程的并行解法.....	280
§7.1	动力方程的直接积分解法.....	280
§7.2	非线性动力方程并行数值积分方法.....	287
§7.3	非线性动力响应子域分解的并行算法.....	297
§7.4	并行一步 (one-step) 直接 积分法	303
第八章	结构弹塑性分析的并行算法.....	315
§8.1	一般的弹塑性问题的有限元法.....	315
§8.2	弹塑性分析的多波前子结构并行算法.....	318
§8.3	基于参数变分原理的弹塑性有限元并行算法.....	325
第九章	接触问题的有限元并行算法.....	335
§9.1	弹性接触问题的有限元法.....	335
§9.2	弹性接触问题参数变分原理及其有限元并行解 法.....	339
§9.3	利用间隙元进行接触分析的并行算法.....	350
第十章	边界元并行分析方法.....	353
§10.1	边界元法.....	353
§10.2	边界元分区处理的并行算法.....	359
参考文献	364

第一章 緒論

§ 1.1 引言

随着科学的研究和工程技术领域的不断开拓和发展，出现了诸如航天飞机、空间站、海洋石油钻井平台等大型或超大型的复杂结构。这些结构不仅是具有大量自由度的复杂结构，而且，还含有非线性性质，随机载荷和复杂的边界条件等多种因素。因此，对这些结构的分析必须借助于高阶的数值分析模型和进行大量的计算。例如，对一枚火箭这种复杂结构进行详细的分析，有效的计算速度一般应大于 10^8 MFLOP/s，这样的速度大大超过了现在通用的串行计算机的速度。另外，在科学的研究领域中，由于一些细观和微观结构问题，高速冲击问题的提出，大型和超大型的计算是不可避免的。所有这些促进了超大型高速计算机的发展。

在计算机的发展过程中，由于受到元器件物理性能的限制，按传统的串行结构方式已不能组装出更高速度的计算机。因此，在70年代初，人们利用高度发展起来的硬件和一些新的计算机体系结构，组装出了并行机。由于并行机不管是在内存，还是在运算速度上都具有串行机无法比拟的优势。因此，它一经问世便受到科学界和工程界的高度重视。仅十多年的时间，国际上亿次/秒的计算机已有二百台之多，十几亿次/秒的并行机已投入使用，百亿次/秒的第二代并行机已问世。并行机的应用也正在逐步发展。美国科学基金会已投资将并行机安装在大学里，以从事基础理论研究。因此，在美国的一些中高级大学里，并行机已基本普及。日本东京大学几亿次/秒的并行机已用于工程结构分析。前苏联

在计算机领域比西方大约落后了十年，但现在已有五亿次/秒到几十亿次/秒的并行机在运行，还在研制百亿次/秒以上的超级计算机。因此，人们称80年代为并行机时代。在我国并行机的研究起步较晚，目前，由国防科大等单位研制的银河(YH)亿次/秒并行机已有三台在运行，20亿次/秒的第二代并行机已在加紧研制之中。所有这些，反映了在未来的科学和技术发展过程中，并行机已成为必不可少的重要工具和手段。

但是，如何才能有效地利用这些并行机来尽可能地提高运算速度，发挥它在大型复杂结构分析中的作用，这是当前应用中的一个迫切需要解决的重要问题。由于并行机采用的是新型的计算机体系结构，因此，采用常规的串行算法和串行计算机软件，仅仅只能发挥出并行机的常规的一小部分串行计算能力，而并行机硬件和体系结构所潜在的巨大计算能力，则白白地浪费掉了。这就为从事结构分析数值计算方法及计算机软件研究和开发的人们提出了一个新的领域——结构分析的并行计算方法和并行计算机软件的研究，并称之为并行计算结构力学。为便于读者学习和研究，本书系统地介绍了结构分析中并行计算方法的基本问题，以及国内外当前研究工作所取得的成果。

§ 1.2 结构力学中的并行计算方法发展概况

作为一种新型的数值计算方法——并行算法，从诞生到现在，其发展速度十分惊人。国际上已掀起了利用并行机进行工程分析和研究的高潮。目前，国外除召开了多次专门的国际并行计算大会以外，还创刊了专业性的并行计算的国际刊物(*Parallel Computing*)。此外，国外还针对一些具体的并行机，开发研制了一些大型的并行结构分析软件。据美国康奈尔大学Donald W. White和John F. Abel^[1]在1987年的不完全统计，从1977年到1987年十年间，有关有限元方法和相应的数值并行计算的文章已发表近200篇。近几年，关于这方面的研究和应用性文章

的数量更是有增无减，这从一个侧面反映了国外在并行数值计算，特别是在结构分析中有限元方法的并行实现的研究已迈出了一个新的台阶。国内由于受到计算机设备的限制，这个领域的研究工作起步较晚。但是，也逐渐受到工程界和科学界的重视。研究工作已开展起来，并取得了一系列的成果。

1.2.1 结构静力分析中的并行算法

早在1971年，W.L. Miranker^[6]就对各种算法中存在的并行性进行了讨论，另外，文[6]也对多处理机的同步和异步控制的并行算法进行了讨论。文[2]也对一些典型的算法，如递归、矩阵乘法等进行了讨论，并且引用和给出了评估一些并行算法优劣性的定义和标准，文[3]进一步给出了实用的工程数值算法的并行算法，如三角分解算法等。在国内，文[4]、[7]也对一些主要的并行算法进行了讨论和介绍。

然而，上面介绍的文献所讨论的范围仅局限于一些常规的算法，未涉及到力学领域。国内由于设备的限制，这方面的工作开展得较晚。下面先介绍国内外在结构静力分析中并行计算方法的研究状况。

上面已指出，各种数值计算方法的并行化研究发展十分迅速，但是，真正在计算结构力学中进行并行算法的研究，是在1975年之后才逐渐发展起来的。A. Noor和R.E. Fulton^[8]首先从向量并行处理机的角度出发，论述了流水线向量并行机对有限元法未来的发展和影响。A. Noor, Husen Kamel, R.E. Fulton等在文献[9]中讨论了利用子结构方法建立并行计算问题。之后，A. Noor, S. Hartley 又在文[10]中针对 CDC STAR-100向量并行机讨论了有限元刚度矩阵的并行生成问题。其主要思想是通过矩阵和矩阵、矩阵和向量的并行乘法运算，寻找有效的向量长度，建立了有效的向量并行算法。之后，H.F. Jordan, P.A. Sawyer^[11]又对适用于结构并行分析的多处理机系统进行了讨论，但对于如何实现有限元并行分析的方法未作

具体讨论。

到了80年代，随着并行算法理论的进一步发展和成熟，在有限元线性静力分析方面，根据所使用的不同类型的计算机，逐渐形成了以直接并行算法和迭代并行算法为基础的两个主要发展方向。同时，由于它们之间互有联系，对于并行功能很强的计算机，两种方法的耦合使用已成为另一个发展方向。从运算角度来看，两种方法各有其优点，下面分别加以介绍。

直接并行算法，主要是利用子结构方法，在并行生成子结构刚度矩阵的同时，对子结构内部结点方程并行地进行静凝聚，从而使原来整体结构中大部分方程能并行消去。最后，在已知界面位移后，再由各子结构并行回代，得到各内点位移和应力。另一种直接解法，是在求解方程时，利用Gauss消元或 LDL^T 分解，并通过使用“锁”或“信号量”等系统并行控制功能，进行并行同步控制来实现。上面介绍这两种方法，子结构方法为完全的异步控制，所以，有明显的优势。当然，上面的两种解法可以联合使用。直接解法的主要优点是算法稳定性好，精度高，同时，便于对现已广泛使用的串行程序进行修改，但主要的缺点是在求解方程过程中，由于要多次调用系统功能实现并行控制，会花费不必要的进程等待信息和传递信息的CPU时间，有时将导致并行算法的并行效率下降。另外，在流水线向量计算机上，也有人对求解方程组的向量化问题进行了讨论。

对于子结构方法的并行算法，文[9]指出该方法的优势，但未作深入具体的研究。之后，Shun Doi, Shoichi Koyama^[12], Edward Wilson, Charbel Farhat^[13], Charbel Farhat, Luis Crivell^[14], Charbel Farhat, Edward Wilson^[15]等人先后做过这方面的工作。另外，对有限元方程的直接解法，也有不少学者进行过深入的研究。R. J. Melosh, Senol Utku^[16]对 LDL^T 直接解法的并行实施进行过讨论，D. Goehlich, L. Komzsik 和 R. E. Fulton^[17]也进行过类似讨论，并对并行效率进行了分析，Charbel Farhat, Edward Wilson^[18]还讨

论按列高存储的 LDL^T 并行分解方法，并给出了相应的程序。此外，David R. Kincaid, Thomas C. O'Leary^[19] 还对更广泛的 LU 的并行分解进行了讨论。在所有直接解法的并行化研究中，值得一提的是 Charbel Farhat^[20]，不但对子结构直接并行算法进行了讨论，还对子结构利于取得最佳效率的划分方法进行了研究。他们的主要工作都是在共享内存式(Shared memory) 并行机上进行的。另外，James G. Malone^[21] 也作过类似的工作。

在国内，文[22]首先对子结构并行解法进行了分析，之后，文[23]针对狭长结构提出了一种新的结点编号方法和静凝聚方法的并行算法，有利于节约内存和提高运算速度。文[24]利用 Cholesky 分解提出了一种新的并行静凝聚方法。文[25]还利用波前法的概念，提出了多波前并行处理方法，对节约内存和提高运算速度都是十分有益的。另外，文[26]还对有限元子结构并行算法的效率进行了详细的分析。文[27]还对国产银河向量计算机，利用向量Fortran语言对方程求解器进行向量化处理。文[28]也对Gauss消元法提出了并行处理方法。

与此同时，迭代格式的有限元并行方法的研究已在不断地发展。迭代法的主要优点在于可避免或减少同步控制，并且有些方法，如EBE(Element-By-Element) 方法，可在不形成总刚度阵的情况下解得结果。它的主要缺点是不便于和目前现有的一些成熟的大型软件接口，另外，现有迭代方法的收敛速度和稳定性还需要进一步改进。一般来说，迭代解法在具有向量处理能力的并行机上的效果是显著的。

现在，广泛研究和使用的并行迭代算法是在共轭梯度法 [即 PCG (Preconditioned Conjugate Gradient) 方法] 的基础上实现的 EBE 方法。按照一般的运算格式，该方法将运算扩展到单元一级，化为大量的矩阵和矩阵、矩阵和向量的乘法运算，所以，该方法勿需组集过程，因而在向量机上实现很有优势。国外许多学者都作过这方面的研究。E. Barragy, G. F. Ca-

rey^[29]将其运用于差分方程的求解，并对其并行层次进行了分析。G. F. Carey, E. Barragy等^[30]又对EBE算法进行了详细的讨论。此外，Kincho H. Law^[31]详细讨论了该方法在有限元分析中的实施过程。William T. Carter, T. L. Sham 和 Kincho Law^[32], R. B. King, V. Sonnad^[33], Thomas J. R. Hughes, Robert M. Ferencz^[35], Thomas J. R. Hughes, Itzhak Levit^[34]等许多学者都在这方面进行过研究。另外，还有一些学者对其他一些以迭代算法为基础的并行算法进行过研究。L. Adams, J. Ortega^[36]，对差分方程建立了SOR并行迭代算法。I. Levit^[37]通过对方程的剖分，在多种迭代解法的基础上建立了并行进程。另外，M. P. Pattrick, T. W. Prat^[38]还讨论了迭代并行算法的各进程的信息传递问题。Akiko Hayash, Robert J. Melosh 和 Senol Utku^[39]还对各种迭代并行算法的并行效率进行了比较，得到了一些十分有益的结论。

在国内，文[40]通过 Jacobi 块迭代法和加权残值法推导了一种有效的有限元块迭代的并行解法。另外，文[41]通过有色线对有限元网格进行剖分，提出了有限元全过程的 SOR 并行迭代解法。可以预料，国内这方面的研究工作，将随着各种并行机的普及，会很快得到发展。

目前，在这个领域发展的主流，是直接和迭代两种方法的耦合使用。比如，先利用子结构并行解法，进行静凝聚，然后，将子结构看成仅有界面结点的大单元，使用迭代法如 EBE 方法求解。另外，国外一些学者对一些具体的机型，发展出一些相应的算法，如 Dimibris Zois^{[42], [43]}等人建立的算法。总之，目前这一领域的发展十分迅速，甚至向商业化软件开发方面发展。

1.2.2 结构动力分析中的并行算法

由于结构动力问题在数值分析中是一个重要领域，同时又由于它比结构静力问题更耗费机时，因此，对它进行有效的并行分

析是十分重要的。

动力分析的内容主要有两个方面，一是结构在外载作用下的动力响应；二是结构动态固有特性的分析。下面分别就这两方面的问题加以介绍。

1. 动力响应问题的并行算法

动力响应问题的并行算法，主要是通过各种动力积分方法的并行化来完成的。目前，国外在这方面已开展得较为普遍和深入。A. Noor, J. Lambiotte^[44]首先在CDC-STAR-100流水线向量计算机上讨论了动力响应的求解如何向量化问题，其中，包括质量阵、阻尼阵的向量并行生成等，Olaf Storaasli, Jonathan Ransom^[45]又在特定的计算机上，对一些动力积分方法，特别是中央差分法的并行化进行了讨论，并使其固定化，模块化，形成了所谓的有限元机器。Ronfu Ou, Robert, E. Fulton^[46]对多种积分方法，包括中央差分法，Wilson-θ法、Newmark法的并行化进行了讨论，并且指出，在集中质量阵的情况下，中央差分法的并行效率最高。同时，在将动力问题化为求解线性方程组时，用直接并行求解或迭代并行求解（比如，用Jacobi-Seidel 迭代法），同时指出，如迭代解法的稳定性得到保证，迭代并行解法将优于直接并行解法。之后，Jerome F. Hajjar, John F. Abel^{[47]、[48]}又用子区域法和中央差分法对三维空间杆系结构的动力响应作了并行化讨论。另外，P. Smolinski^[49]，对多步积分方法的并行化及其信息传递进行了讨论。M. Ortiz, P. M. Pinsky^[50]还讨论了 EBE 并行迭代法求解动力积分方程，同时，M. Ortiz, Bahram Nour-Omid^[51]也用迭代法对动力问题求解进行了讨论。M. Ortiz^[52]还对一些并行求解动力问题算法的精度进行了讨论。在国内，我们在 L. Brusa, L. Nigro 提出的一步动力积分方法的基础上，利用子结构方法的思想，提出了相应的并行算法。

2. 结构动特性分析的并行算法

如果对结构动力响应直接求解，有两个方面的问题。一是不