

自动控制理论习题集

增订第二版

〔苏〕 A.C. 沙塔洛夫 主编



化学工业出版社

自动控制理论习题集

增订第二版

〔苏〕 A.C. 沙塔洛夫 主编
孙 义 鹍 译

化学工业出版社

内 容 提 要

本习题集供巩固自动控制理论课程所学的有关内容之用。书中包含有自动控制理论的典型问题以及最优化方法和控制论方法等有关问题的习题,答案及解答,本书还包含有计算用参考图表和诺模图。

本书由浙江大学王骥程教授审校。

本习题集可供高等学校自控专业师生阅读,也可供有关工程技术人员学习参考。

А. С. ШАТАЛОВ

Задачник по теории

автоматического управления

Изд. 2-е

МОСКВА «ЭНЕРГИЯ» 1979

自动控制理论习题集

孙义鸽 译

责任编辑: 李涌雪

封面设计: 郑小红

化学工业出版社出版发行

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

开本850×1168¹/₃₂印张18字数494千字

1988年11月第1版 1988年11月北京第1次印刷

印 数 1—8000

ISBN 7-5025-0150-9/TQ·112

定 价 6.70 元

第 二 版 序

习题集的基本内容仍保持不变，因为它是以规定的自动控制理论的教学大纲为依据的。但是，在第一版问世以后过去的七年期间内，出版了许多自动控制理论的教科书和教学参考书，因此，作者在习题集的正文中作了一定的补充。习题的构造样式和所采用的符号与A.C.沙塔洛夫主编的教学参考书“自动控制理论”（莫斯科，“高等教育出版社”，1977）最相接近，在编写该教学参考书时，已经打算在教学过程中采用现在这一本新版的习题集。作者尽力设法纠正第一版的不足之处，并希望读者把新产生的意见告诉编辑部，作者谨向提出宝贵意见的读者预先表示衷心感谢。

编 者

第 一 版 序

在现有的自动控制理论习题集中[2, 4, 7, 13, 18], 实际上已经完成了在教学及科学技术文献中所阐明的已成为传统的计算自动控制系统和元件的方法。

但是, 最近出版了一系列专题学术著作[1, 3, 8, 15, 19, 26], 在这些著作中, 叙述了在很多情况下对教学过程和工程实践来说是极为有效和相当简单的分析及综合自动控制系统的计算实例与方法。

在编写本习题集时, 除了传统的资料外, 作者还采用了上述参考文献, 这些文献反映了它们的作者对许多实用的自动控制问题的看法。

习题集里资料的分配次序所追求的目标是使读者能循序的掌握自动控制理论的基本问题。近代自动控制理论包含着下列数学内容: 这就是环节和系统方程的列写, 方程的变换, 等等。但是, 方程的形式以及它们的阶次主要取决于现象的数学模型包括什么样的频率域。因此, 在习题集的第一章中先研究信号的频率组成, 同时, 用一系列例子把远非一般的阶跃函数和脉冲函数的概念加以巩固。

本书出了许多巩固实际求解自动控制系统矩阵方程与列写信号矩阵方程的技巧的习题, 以供在时域内分析自动控制系统中的过程之用。但是, 目的在于掌握算子法和频率法的习题仍占有相当重要的地位。

正如科学院院士A. A. 安德罗诺夫所指出的, 算子法是自动调节理论的一门初步知识, 尽管它在本身原理方面比较简单, 但是, 在应用时, 例如, 在应用于用复杂的形成器进行波形的离散调制时, 或者, 在应用于用触点的接触时间较长的开关进行波形的调制

时，以及在许多其他场合下，算子法会产生大量的新的关系式，每次都需为它们编制单独的对应表。

因此，在习题集里，用许多例子来说明函数的 λ 变换及其表示方法，它能使算子法和傅里叶变换法的所有实际的应用合并成一个统一的明显的体系[3, 26]。

与某些其他的自动控制理论文献一样，在本习题集中，没有把时变的线性系统从定常的线性系统中分立出来。恰恰相反，在这本习题集里，选取了许多用来说明这两种线性系统的矩阵法，算子法等一系列分析方法的共同性，初始值的估计的相似性，等等习题。

习题集的前三章以必要的连贯性包括模拟线性系统的分析和综合的基本问题。任何一个较为复杂的系统必然包含有线性模拟部分，或者在分析这个系统时，会利用线性化方法，因此，在本书的前三章中，所收集的习题数量最多。在这几章中，用线性模拟系统例子研究了自动控制的基本问题和自动控制问题发展的连贯性。所以，对于其他类型的系统，研究得比较充分的只是它们的一些特殊的例子。

在研究离散系统的第四章中，把注意力集中在举例说明开关的特殊状态的习题上，开关的这些特殊状态需要采用分区的变形的 z 传递函数工具。这一章也十分重视对有助于运用新的很有前途的状态空间法问题的研究。

关于非线性系统的第五章的习题是精心挑选出来的，为的是概括非线性系统问题的现状。为了展示非线性最优系统的计算原理，选择了一系列最基本的问题。

统计计算方法集中在第六章中，尽管它们同样也能分散到其余各章中，因为确定性的计算方法是统计法的特殊情况。然而，资料的集中能使问题自然而然地从简单的向复杂的过渡并有助于下列用以示例的新问题的研究：

供分析和综合非线性系统用的直接线性化和统计线性化问题，

按复杂的准则，例如在个别场合按均方根误差最小值准则来确定连续和离散最优系统问题。

收集在第七章中的工程控制论问题的习题，应看作是概述性的资料，因为实际工业上采用的解决方法在现有程度上，能够提供作为习题进行数字计算的数据还不是很多。

所有习题都附有解答。主要的习题既有解答，又有有助于按照所推荐的顺序来系统研究自动控制理论问题的说明。

习题集可供面授及函授的大学生独立研究自动控制理论课程之用，也可供工程及科学技术工作者作参考用。

为方便独立研究起见，书中包括下列三个单独的篇：

习题的正文（有完备学识的读者可以解出这些习题中的一部分而不必去找答案）；

答案和解答；

变换表，特殊函数表及诺模图形式的附录。

习题的编号采用三位数编号：章，节，节内部的顺序号。例如，1-3-5表示第一章，第3节，第5道习题。在答案中前面添加数字0，即01-3-5与习题编号相对应。

书中插图没有连贯的编号，它们是按照相应的习题（1-3-5）或答案（01-3-5）而配置的。

本书的作者分工如下：A.C.沙塔洛夫——第一章，第二章，3-2节，4-1节，习题4-2-8，6-1-20，6-1-21，附录；C. T. 巴甫洛夫——1-7节，1-8节，第三章；B. H. 扎哈罗夫——第四章；H.C.列皮洛夫第五章，习题1-8-15；H. И. 安德烈耶夫，C. K. 瓦西里耶夫——第六章；M. M. 科罗京尼——第七章。

编 者

目 录

第二版序

第一版序

第一篇 习 题

第一章 模拟定常和时变环节的信号线性变换	1
1-1. 以模拟形式和频率形式给定典型的输入信号	1
1-2. 环节的线性微分方程的列写	3
1-3. 过渡特性及脉冲特性的确定	11
1-4. 在时域内对信号通过线性环节的分析	13
1-5. 根据拉普拉斯变换法分析线性环节	15
1-6. 根据 Z 变换法分析连续过程	19
1-7. 频率特性	21
1-8. 输出过程的频谱	26
1-9. 基特性	29
1-10. 初始条件和初始值	29
第二章 拓扑学分析法	31
2-1. 一般法则与限制的规定	31
2-2. 环节和系统的结构变换	33
2-3. 电路的结构分析	43
2-4. 信号流程图	44
2-5. 矩阵和行列式的拓扑学变换及分块变换	46
第三章 线性连续控制系统的分析及综合原理	48
3-1. 定常系统 (具有恒定参数) 的强制运动的准确度	48
3-2. 时变线性系统的准确度	54
3-3. 渐近稳定性	54
3-4. 线性连续控制系统的品质	66
3-5. 控制系统和校正回路总结构的综合	68

第四章 离散自动控制系统	71
4-1. 离散系统中过程的算子描述	71
4-2. 单回路离散控制系统的分析和综合	74
4-3. 根据状态参数法综合离散系统	76
第五章 非线性系统的分析和综合	80
5-1. 典型的非线性及其特性	80
5-2. 相轨迹法	80
5-3. 对位法	81
5-4. 用Я. 3. 齐普金法研究继电器系统	82
5-5. 在滤去高次谐波条件下研究非线性系统自激振荡的近似法	83
5-6. 振动线性化方法	85
5-7. 最优非线性系统的综合	87
第六章 用统计方法研究自动控制系统	89
6-1. 常受随机作用的线性系统的分析	89
6-2. 常受随机作用的非线性系统的分析	94
6-3. 按统计准则为最优的系统	97
6-4. 常受随机作用的线性离散系统的研究	103
6-5. 统计决策理论的基本原理	105
第七章 基于控制论方法的自动控制系统	107
7-1. 极值调节系统	107
7-2. 模型自整定系统	110
7-3. 矩阵博弈及线性规划问题	115

第二篇 解 答

第一章 模拟定常和时变环节的信号线性变换	118
01-1. 以模拟形式和频率形式给定典型的输入信号	118
01-2. 环节的线性微分方程的列写	126
01-3. 过渡特性及脉冲特性的确定	138
01-4. 在时域内对信号通过线性环节的分析	146
01-5. 根据拉普拉斯变换法分析线性环节	150
01-6. 根据 z 变换法分析连续过程	171
01-7. 频率特性	178
01-8. 输出过程的频谱	194

01-9. 基特性	208
01-10. 初始条件和初始值	213
第二章 拓扑学分析法	218
02-1. 一般法则与限制的规定	218
02-2. 环节和系统的结构变换	223
02-3. 电路的结构分析	240
02-4. 信号流程图	245
02-5. 矩阵和行列式的拓扑学变换及分块变换	252
第三章 线性连续控制系统的分析及综合原理	261
03-1. 定常系统(具有恒定参数)的强制运动的准确度	261
03-2. 时变线性系统的准确度	269
03-3. 渐近稳定性	271
03-4. 线性连续控制系统的品质	285
03-5. 控制系统和校正回路的总结构的综合	290
第四章 离散自动控制系统	300
04-1. 离散系统中过程的算子描述	300
04-2. 单回路离散控制系统的分析和综合	313
04-3. 根据状态参数法综合离散系统	327
第五章 非线性系统的分析和综合	349
05-1. 典型的非线性及其特性	349
05-2. 相轨迹法	354
05-3. 对位法	364
05-4. 用Я. 3. 齐普金法研究继电系统	372
05-5. 在滤去高次谐波条件下研究非线性系统自激振荡的近似法	375
05-6. 振动线性化方法	387
05-7. 最优非线性系统的综合	399
第六章 用统计方法研究自动控制系统	415
06-1. 常受随机作用的线性系统的分析	415
06-2. 常受随机作用的非线性系统的分析	432
06-3. 按统计准则为最优的系统	444
06-4. 常受随机作用的线性离散系统的研究	469
06-5. 统计决策理论的基本原理	475
第七章 基于控制论方法的自动控制系统	479

07-1. 极值调节系统	479
07-2. 模型自整定系统	497
07-3. 矩阵博弈及线性规划问题	510

第三篇 附 录

附录1. 二阶方程系数矩阵表 (此表用来复现给定函数形式下的作用)	523
附录2. 按原始关系式的参数 λ 的变换法求函数及其乘积的拉普拉斯变换式表	525
附录3. 计算时变和定常 ($k=0$) 响应初始值的系数表	528
附录4. 从原函数转换到拉普拉斯变换式及 z 变换式的转换表	530
附录5. 分贝值与其真值互换表	533
附录6. 振荡环节的渐近对数幅频特性校正数据	534
附录7. 从对数幅相频率特性转换到实频特性和虚频特性的诺模图 (G, B 诺模图)	535
附录8. 闭环诺模图 (ϕ 诺模图)	536
附录9. h_x 函数表及特殊函数 (标准化的正弦, 标准化的正弦的平方及正弦积分) 表	537
附录10. 标出闭环控制系统实频特性 $G_0(\omega)$ 的闭环诺模图	543
附录11. 非线性环节的特性	544
附录12. 函数 $\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 数值表	557
附录13. 有理分数函数的积分公式	559
附录14. 供确定以典型的传递函数给出的, 常受单位强度的白噪声作用用的系统输出端上相关函数用的表	560
附录15. 调节时间和超调量与实频特性最大值之关系	561
附录16. 调节时间和超调量与梯形实频特性的斜率之关系	561
附录17. 在自变量 t, p, z 域中函数的符号以及由一个自变量域转向另一个自变量域的转移算子的符号	562
参考文献目录	563

第一篇 习 题

第一章 模拟定常和时变环节的信号线性变换

1-1. 以模拟形式和频率形式给定典型的输入信号

1-1-1. 对于如图1-1-1所示的实频谱, 已知其带宽 ω_0 是有限的且单位高度 $\rho_x(\omega)=1$;

a) 试确定与此频谱相对应的过程 $x_1(t)$;

b) 绘出过程的曲线图并计算它的面积;

b) 试确定过程第一次通过零的时间 T_1 (快速作用的倒数)与频谱的带宽之关系, 并绘出这个关系的曲线图;

r) 判明与带宽 $\pm \omega_0$ 无限扩展时的 $x_1(t)$ 相等效的极限过程。

1-1-2. 对于以标准的正弦积分函数形式给出的过程

$$x_2(t) = \frac{2}{\pi} \text{Si} \omega_0 t = \frac{2}{\pi} \int_0^t \frac{\sin \omega_0 t}{t} dt$$

过程的曲线如图1-1-2所示, 求出与该过程相对应的频谱, 并绘出其曲线图。

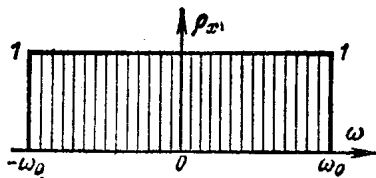


图 1-1-1

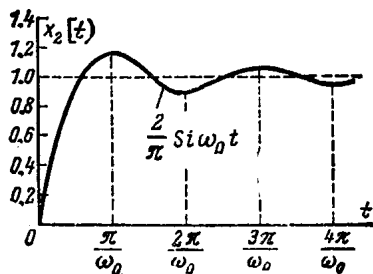


图 1-1-2

确定与带宽 $\pm\omega_0$ 无限扩展时的 $x_2(t)$ 相等效的过程。

1-1-3. 根据已知的单位函数的虚频谱 $x_2(\omega) = -1/\omega$, 求出脉冲 $\delta(t)$, 它的导数 $\delta'(t)$, $\delta'(t)$ 的频谱以及线性函数 $t \cdot 1(t)$ 和二次函数 $\frac{t^2}{2} \cdot 1(t)$ 的频谱。

1-1-4. 对于以复指数函数形式

$$\bar{e}(t, \eta, \bar{\Omega}, \bar{\varphi}) = \exp[\eta t + j(\Omega t + \varphi)]$$

写出的具有实参数和虚参数的过程, 求出关于参数 t 的傅里叶变换: $\bar{E}(j\omega, \eta, \Omega, \varphi)$, 当 $\eta < 0$ 时。然后, 利用其运算形式为实部(Re)和虚部(Im)相分离的 λ -变换, 并假定各个参数等于零, 求出所有可能导出的过程的形式及与之相对应的频谱。

1-1-5. 对于上面一个例子中得出的过程与频谱间关系式, 应用其运算形式是对参数 η 进行微分 $(\partial/\partial\eta)$ 的附加的 λ 变换, 并用这种方法确定下列过程的频谱:

a) $te^{\eta t}$;

b) $\frac{t^k}{k!} e^{\eta t}$;

b) $\frac{t^k}{k!}$;

r) $te^{\eta t} \sin(\Omega t + \varphi)$ 。

1-1-6. 用选取必要的 λ 变换的方法, 确定调幅信号

$$x(t) = \sin(\Omega_1 t + \varphi_1) \sin(\Omega_2 t + \varphi_2)$$

的频谱。

1-1-7. 某输入过程是以位移脉冲 $\delta[t - \theta]$, $\theta = 2$ 秒和该位移脉冲对时间的导数乘以连续的时变系数

$$b(t) = \sin \frac{\pi}{12} t$$

的相乘积形式给出的。

求出能表征脉冲强度与可微性质的下列乘积:

$$a) \pi_1[t] = b(t)\delta[t - \theta];$$

$$b) \pi_2[t] = b(t)\delta[t - \theta];$$

$$B) \pi_3[t] = b(t)\delta[t - \theta]。$$

1-1-8. 连续函数 $b(t) = 5e^{2t}$ 是已经给定的。求出能表征脉冲滤波性质的下列积分式:

$$a) \beta_1(t) = \int_0^\infty b(t)\delta[t - \theta]dt$$

$$b) \beta_2(t) = \int_0^\infty b(t)\delta[t - \theta]dt$$

$$B) \beta_3(t) = \int_0^\infty b(t)\delta[t - \theta]dt,$$

当 $\theta = 7$ 秒时。

1-2. 环节的线性微分方程的列写

1-2-1. 控制系统关于独立变量 (时间) t 的未知函数 (输出函数) y 与已知函数 (控制函数) x 的微分方程 (写成经典形式的微分方程) 是已经给定的:

$$\begin{aligned} a_n(t)y^{(n)}(t) + \dots + a_0y(t) \\ = b_m(t)x^{(m)}(t) + \dots + b_0(t)x(t). \end{aligned}$$

试以代数形式, 简缩的代数形式以及利用代数微分多项式——线性算子符号的书写形式写出该方程。

1-2-2. 以经典形式写出的控制系统的微分方程具有如下形式:

$$a_ny^{(n)}(t) + \dots + a_0y(t) = b_mx^{(m)}(t) + \dots + b_0x(t)$$

试以算子形式写出在零的初始条件下的该方程。

1-2-3. 试确定在以偏差形式给出的下列控制系统方程中导数旁边的系数的量纲:

$$(T_2p + 1)U_y(p) = (T_1p + 1)U_x(p);$$

$$(a_2p^2 + a_1p + 1)U_y(p) = (b_1p + 1)U_x(p);$$

$$c_1\dot{y}(t) + y(t) = d_2\ddot{x}(t) + d_1\dot{x}(t) + x(t);$$

$$\left(\sum_{i=0}^n a_i D^i \right) g(t) = \left(\sum_{j=0}^m \beta_j D^j \right) x(t)。$$

1-2-4. 描述飞机平面回转运动的微分方程是已经给定的

$$a_2(t) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + a_1(t) \frac{d\theta}{dt} + a_0(t)(\theta) = b_1(t)\delta + b_0(t)\theta_c + m,$$

式中 $a_2(t) = d_2 - c_2 t$ ——惯性力矩系数; $a_1(t) = k_2(t - c_1)^2 + d_1$ ——阻尼力矩系数; $a_0(t) = k_0(t - c_0)^2 + d_0$ ——气体动力学的稳定力矩系数; $b_0(t) = a_0(t)$; $b_1(t) = L_1 t + h_1$ ——舵的力矩系数; m ——扰动力矩。

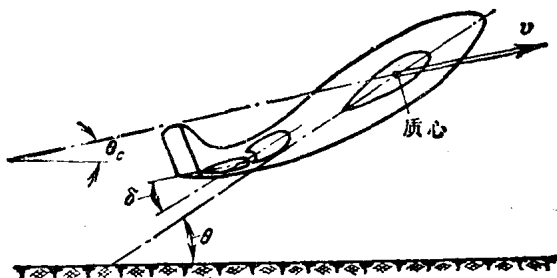


图 1-2-4

角 θ , θ_c 和 δ 的物理涵义可由图 1-2-4 看出。试以习题 1-2-1 中所列举的形式写出该方程。

1-2-5. 以一般形式写出的具有恒定参数的下列环节的微分方程是已经给定的:

$a_1 \dot{y} + a_0 y = b_0 x$ ——非周期环节的微分方程;

$a_0 y = b_1 \dot{x} + b_0 x$ ——一阶超前环节的微分方程;

$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_0 x$ ——振荡环节的微分方程;

$a_2 \dot{y} + a_0 y = b_0 x$ ——谐振环节的微分方程;

$a_0 y = b_2 \ddot{x} + b_1 \dot{x} + b_0 x$ ——二阶超前环节的微分方程;

$a_0 y = b_1 \dot{x}$ ——微分环节的微分方程;

$a_1 \dot{y} + a_0 y = b_1 \dot{x}$ ——实际微分环节的微分方程,

$a_1 \dot{y} = b_0 x$ ——积分环节的微分方程。

试以代数形式和算子形式写出所给出的方程。

1-2-6. 根据给定的环节的微分方程 $a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_0 x + b_1 \dot{x}$, 需得出:

a) 完整的脉冲特性的微分方程,

б) 简化的脉冲特性的微分方程,

в) 从简化的脉冲特性转换到完整的脉冲特性的微分方程。

1-2-7. 具有恒定参数的环节 (定常环节) 的期望简化脉冲特性是以如下的形式给出的:

$$g(t) = \frac{1}{T^2 \Omega} e^{-\sigma t} \sin \Omega t,$$

式中 $\sigma = \xi/T$; $\Omega = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}$, 事先约定时间常数 $T = 0.1$ 秒,

相对衰减系数 $\xi = 0.6$ 。

当给定的放大系数 $k = 10$ 时, 试对于简化的脉冲特性及对于过渡特性, 列写环节的微分方程。

1-2-8. 对于变参数环节 (时变环节), 列写微分方程, 使形式为

$$g(t_0, \tau) = \frac{e^{-\sigma \tau}}{\Omega(t_0 + \tau)} \sin \Omega \tau$$

的简化脉冲特性是该微分方程的解, 这里 $\sigma = 2 \text{ 秒}^{-1}$; $\Omega = 6 \text{ 秒}^{-1}$ 。

先对于以字母形式给出的加入脉冲的瞬间 t_0 , 再对于具体的数值 $t_0 = 10$ 秒写出方程。

1-2-9. 列写如图1-2-9所示的电路的微分方程。

1-2-10. 列写如图1-2-10所示的电路的微分方程。

1-2-11. 对于用如图1-2-11所示的电路来传输电压的条件, 列写微分方程。

1-2-12. 具有很大的放大系数的直流放大器, 如图1-2-12所示, 它具有负反馈。

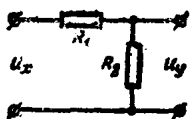


图 1-2-9

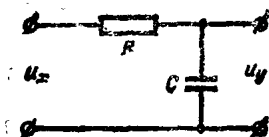


图 1-2-10

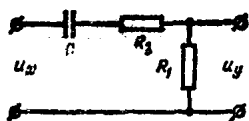


图 1-2-11

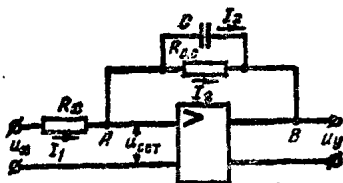


图 1-2-12

列写直流放大器的微分方程，如果：

- a) 在放大器的反馈中接有并联电路 $R_{o.c}$;
- b) 在放大器的反馈中只接有电容 C ($R_{o.c} = 0$);
- b) 在放大器的反馈中只接有电阻 $R_{o.c}$ ($C = 0$)。

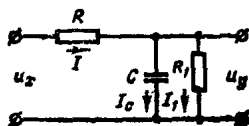


图 1-2-13

1-2-13. 列写描述如图 1-2-13 所示电路的传输特性的微分方程。

1-2-14. 对于用如图 1-2-14 所示的电路来传输电压的条件，列写微分方程。

1-2-15. 列写如图 1-2-14, a 所示电路的微分方程，如果输入端接有负载 R_n 。

1-2-16. 对于如图 1-2-16 所示的电路，列写微分方程。

1-2-17. 列写如图 1-2-17 所示的低频滤波器的微分方程。

1-2-18. 对于他激式直流电动机 (图 1-2-18)，写出把加在电枢上的外加电压与输出轴转角联系起来的微分方程，反电动势与外加电压之间的不相重合可以忽略不计。