

全国各类成人高等学校招生考试教程

数学

理工农医类

高中起点升本、专科

全国著名成考辅导学校 联合编写



新大纲
新教程

考试大纲要求

常考知识点精讲

重点难点疑点提示

典型考题与解题技巧

同步训练和综合练习

附赠：成人高考数学（理工农医类）一图通



中国人民大学出版社

全国各类成人高等学校招生考试教程

数学（理工农医类）

（高中起点升本、专科）

全国著名成考辅导学校 联合编写

中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学.理工农医类(高中起点升本、专科)/全国著名成考辅导学校联合编写
北京:中国人民大学出版社, 2002
(全国各类成人高等学校招生考试教程)

ISBN 7-300-04202-3/G·842

I. 数…

II. 全…

III. 数学-成人教育: 高等教育-入学考试-自学参考资料

IV. G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 076939 号

全国各类成人高等学校招生考试教程

数学 (理工农医类)

(高中起点升本、专科)

全国著名成考辅导学校 联合编写

出版发行: 中国人民大学出版社

(北京中关村大街 31 号 邮编 100080)

邮购部: 62515351 门市部: 62514148

总编室: 62511242 出版部: 62511239

本社网址: www.crup.com.cn

人大教研网: www.ttrnet.com

经 销: 新华书店

印 刷: 北京鑫鑫印刷厂

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 21 插页 1

2002 年 10 月第 1 版 2002 年 10 月第 1 次印刷

字数: 684 000

总定价 (16 册): 350.00 元 本册定价: 23.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

全国各类成人高等学校招生考试教程

编委会

主 编 李天健 程方平

编 委 (以姓氏笔画为序)

马逸空	王平安	王军秋	王学英	王贤钊	王春艳
朱漱珍	朱燕梅	刘录正	刘国胜	李 伟	李从容
李仙娥	李艳芳	李超源	张永会	张启哲	张攀峰
时俊卿	何新华	陈丽英	陈南蕴	段建军	倪 侃
高天成	郭 昕	程正效			

本 书 主 编 刘国胜

本书撰稿人 王贤钊 李智超 边信亮 刘国胜

出版说明

这套“全国各类成人高等学校招生考试教程”(含高中起点升本、专科,专科起点升本科),严格遵循教育部最新颁布的2003年起实行的考试大纲编写。

本套考试教程由全国著名成考辅导学校联合编写,内容规范,重点突出,各种形式的练习题较准确地体现了命题原则、思路,题型、题量、难易度完全与考纲一致。

本套考试教程本着“要精”、“要管用”的编写原则设计体例结构。内容模块包括:考纲要求、知识精讲、重点难点疑点提示、典型题精析、同步训练及参考答案、综合练习及参考答案等。

特别值得一提的是每本书后还附赠有该学科的知识系统网络“一图通”,把零散的知识点有机地逻辑地串联起来,使该学科的知识系统完整地呈现出来。这不仅有利于读者较快地全面整体地把握考试内容,而且特别有利于考生对考试中分值高的大题、综合题的解答。

这套考试教程的姊妹篇——“全国各类成人高等学校招生应试指导与模拟试卷”(含高中起点升本、专科,专科起点升本科),是专门为考生在复习的最后冲刺阶段进行实战演练、提高应试技能而编写的。

“一切为了考生,一切服务于考生”是我们的宗旨。我们真诚地祝愿广大考生通过系统的复习和模拟练习,取得理想的考试成绩。

中国人民大学出版社

目 录

第一部分 代 数

第一章 函 数	(1)
第一节 集 合	(1)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 函数的概念及函数的定义域	(6)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 函数的性质	(10)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第四节 一次函数和反比例函数	(14)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第五节 二次函数	(19)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第六节 反函数	(26)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第七节 指数函数、对数函数	(30)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(36)
第二章 不等式和不等式组	(39)
第一节 不等式的性质	(39)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 一元一次不等式及一元一次不等式组的解法	(42)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 含有绝对值符号的不等式	(51)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第四节 一元二次不等式	(56)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第五节 基本不等式及其应用	(61)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(64)

第三章 数 列	(69)
第一节 数列及有关概念	(69)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 等差数列	(73)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 等比数列	(78)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(83)
第四章 复 数	(86)
第一节 复数的概念	(86)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 复数的代数运算	(89)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 复数的三角形式及运算	(92)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(96)
第五章 导 数	(99)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(108)

第二部分 三 角

第一章 三角函数及有关概念	(113)
第一节 角的概念的推广	(113)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 角的度量	(116)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 任意角的三角函数	(119)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(125)
第二章 三角函数式的变换	(127)
第一节 同角三角函数的基本关系	(127)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 诱导公式	(133)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 两角和与差、倍角和半角的三角函数	(137)

(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(150)
第三章 三角函数的图像和性质	(153)
第一节 正弦函数、余弦函数的图像和性质	(153)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 正切函数的图像和性质	(159)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 反三角函数	(161)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(166)
第四章 解三角形	(169)
第一节 解直角三角形	(169)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 解斜三角形	(172)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(176)

第三部分 平面解析几何

第一章 直 线	(179)
第一节 平面向量	(179)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 直线方程	(184)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 两条直线的位置关系	(188)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案	(193)
第二章 圆锥曲线	(196)
第一节 曲线和方程	(196)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 圆	(200)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 椭圆	(206)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第四节 双曲线	(214)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	

第五节 抛物线·····	(221)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第六节 坐标平移·····	(230)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第七节 参数方程·····	(235)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案·····	(240)

第四部分 立体几何

第一章 直线和平面 ·····	(243)
第一节 平 面·····	(243)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 空间两条直线·····	(245)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 平面的平行线和垂线·····	(248)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第四节 平面的斜线·····	(251)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第五节 空间两个平面·····	(255)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案·····	(261)
第二章 空间向量 ·····	(265)
第一节 空间向量的概念与线性运算·····	(265)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 向量的数量积与向量的分解·····	(267)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案·····	(269)
第三章 多面体和旋转体 ·····	(271)
第一节 校 柱·····	(271)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 校 锥·····	(275)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 圆柱、圆锥 ·····	(279)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第四节 球·····	(282)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	

本章综合练习及参考答案·····	(285)
------------------	-------

第五部分 概率与统计初步

第一章 排列、组合与二项式定理·····	(289)
第一节 加法原理与乘法原理·····	(289)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第二节 排列与组合·····	(291)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
第三节 二项式定理·····	(294)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
本章综合练习及参考答案·····	(296)
第二章 概率与统计初步·····	(298)
(考纲要求 知识精讲 典型题精析 同步训练及参考答案)	
附录1 成人高考数学(理工农医类)考试形式及试卷结构·····	(304)
附录2 成人高考数学(理工农医类)综合练习及参考答案(一)·····	(305)
附录3 成人高考数学(理工农医类)综合练习及参考答案(二)·····	(312)
附录4 2002年成人高等学校招生全国统一考试数学试题 与参考答案(理工农医类)·····	(319)

第一部分 代 数

第一章 函 数

第一节 集 合

考纲要求

一、了解集合的意义及其表示方法. 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法

二、了解符号 $\subseteq, \subset, =, \in, \notin$ 的含义, 并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系

知识精讲

一、集合及其有关概念

(一)集合

把具有某种特性的对象看成一个整体就形成了一个集合. 集合用大写的字母 $A, B, C, \dots$ 表示. 集合中的每一个对象叫做这个集合的元素. 元素用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示.

(二)集合中元素的性质

1. 确定性

对于给定的集合, 集合中元素是确定的, 即对于一个元素或者是这个集合的元素或者不是这个集合中的元素必能准确判定.

2. 互异性

在同一个集合中, 任何两个元素都不能相同, 相同的元素在同一个集合中只能是一个元素.

3. 无序性

对于一个给定的集合, 集合中的元素是没有顺序的.

(三)元素与集合的关系

对于给定的元素 a 和集合 A , 元素 a 或者是集合 A 中的元素, 或者不是集合 A 中的元素, 二者必居其一, 不能有第二种选择. 如果元素 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; 如果元素 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$ (或 $a \bar{\in} A$).

(四)几种常见的集合

1. 正整数集

全体正整数的集合, 叫做正整数集, 也叫自然数集合, 记为 N .

2. 整数集

全体整数的集合, 叫做整数集, 记作 Z .

3. 有理数集

全体有理数的集合, 叫做有理数集, 记为 Q .

4. 实数集

全体实数的集合,叫做实数集,记作 $\mathbf{R}$.

有时为了方便,还用 $\mathbf{Q}^+$ 表示正有理数集合,用 $\mathbf{Q}^-$ 表示负有理数集合,用 $\mathbf{R}^+$ 表示正实数集合,用 $\mathbf{R}^-$ 表示负实数集合.

(五)有限集和无限集

含有有限个元素的集合叫做有限集,含有无限个元素的集合叫做无限集.

(六)空集

不含有任何元素的集合,叫做空集,用符号“ $\emptyset$ ”表示.

二、集合的表示方法

(一)列举法

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫做列举法.

(二)描述法

把集合中的元素所具有的共同性质描述出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫做描述法.通常在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线右边写出集合中元素的共同性质,即{元素|性质}.

三、集合与集合的关系

(一)子集

1. 子集的概念

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

2. 子集的性质

(1)任何一个集合都是它本身的子集,即 $A \subseteq A$.

(2)规定:空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.

(3)若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

3. 集合相等

对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,同时又有 $B \subseteq A$,那么就说集合 A 与集合 B 相等.记作 $A = B$.

4. 真子集

(1)真子集的概念.如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

(2)真子集的性质.我们规定:空集是任何非空集合的真子集,即如果 A 是非空集合,那么 $\emptyset \subset A$.

如果 $A \subset B, B \subset C$,则 $A \subset C$.

(二)交集

1. 交集的概念

由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的交集.记作 $A \cap B$.读作 A 交 B ,即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$,如图1-1-1所示.

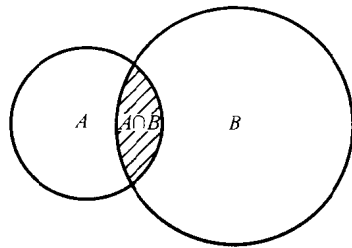


图 1-1-1

2. 交集的性质

(1) $A \cap A = A$.

(2) $A \cap \emptyset = \emptyset$.

(3) $A \cap B = B \cap A$.

(三) 并集

1. 并集的概念

由所有属于集合 A 或者集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的并集.记作 $A \cup B$.读作 A 并 B ,即 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$,如图 1-1-2 所示.

2. 并集的性质

(1) $A \cup A = A$.

(2) $A \cup \emptyset = A$.

(3) $A \cup B = B \cup A$.

(四) 补集

1. 全集

在研究集合与集合之间的关系时,这些集合都是某一给定集合的子集,这个给定的集合叫做全集,一般用 I 表示.

2. 补集

(1) 补集的概念.已知全集 I ,集合 A 是 I 的子集,即 $A \subseteq I$.由 I 中所有不属于 A 的元素所组成的集合,叫做集合 A 的补集.记作 $\bar{A}$.读作 A 补,即 $\bar{A} = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$.

(2) 补集的性质(如图 1-1-3 所示).

① $A \cup \bar{A} = I$.

② $A \cap \bar{A} = \emptyset$.

③ $\bar{\bar{A}} = A$.

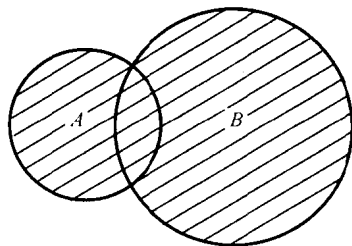


图 1-1-2

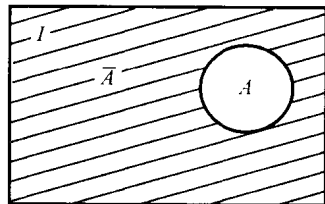


图 1-1-3

四、不等式及不等式组的解集

在第二章中,我们用不等式来表示不等式和不等式组的解集.我们学习了集合后,一般都要用集合的形式来表示不等式及不等式组的解集,具体的表示方法见第二章中的“区间”.

五、方程和方程组的解集

由方程的解组成的集合,叫做方程的解集.由方程组的解组成的集合,叫做方程组的解集.

典型题精析

【例 1】 选择题.

1. 已知集合 $M = \{a, 0\}$, $N = \{1, 2\}$, 且 $M \cap N = \{1\}$, 那么 $M \cup N$ 等于 ()

A. $\{a, 0, 1, 2\}$

B. $\{1, 0, 1, 2\}$

C. $\{0, 1, 2\}$

D. 不能确定

【分析】 首先根据 $M \cap N = \{1\}$ 可知,集合 M 与 N 中只有一个公共的元素 1,其余的元素均不相同,然后由并集的定义即可求出 $M \cup N$.

解: $\because M \cap N = \{1\} \therefore 1 \in M$

$\therefore a = 1$

$\therefore M \cup N = \{1, 0\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\}$ 故选 C.

说明: 在该题中一定要正确理解 $M \cap N = \{1\}$ 和 $M \cup N$ 的概念.

2. 下列关系中,正确的是

()

A. $\{0\} = \emptyset$

B. $\emptyset \in \{0\}$

C. $\emptyset \subset \{0\}$

D. $0 \subset \{0\}$

【分析】 正确地理解元素和集合、集合和集合的关系是解答本题的关键所在.

解: $\{0\}$ 表示非空集合, 而 $\emptyset$ 是空集.

$\therefore \{0\} \neq \emptyset$, 故排除 A.

$\emptyset$ 是一个集合, 故排除 B.

0 是一个元素, 不能用集合与集合的关系符号表示 0 和 $\{0\}$, 故排除 D, 所以选 C.

说明: 一定要分清元素与集合的关系用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”表示, 集合与集合的关系用“ $\subseteq$ ”或“ $\subset$ ”表示.

3. 设集合 $M = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $P = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $(M \cup N) \cap P =$ ()

A. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

B. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

C. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

D. $\{x | 0 \leq x \leq 4\}$

【分析】 本题主要考查集合的交、并运算, 应先在数轴上画出三个集合的内容, 再以此为参考, 计算出 $M \cup N$ 和 $(M \cup N) \cap P$ 的结果.

解: $\therefore M \cup N = \{x | 1 \leq x \leq 3\} \cup \{x | -1 \leq x \leq 2\} = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$

$\therefore (M \cup N) \cap P = \{x | -1 \leq x \leq 3\} \cap \{x | 0 \leq x \leq 4\} = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 故选 A.

【例 2】 设集合 $M = \{1, 2, 4\}$, $N = \{0, 2, 3, 4\}$, 求 $M \cap N$, $M \cup N$.

解: $M \cap N = \{1, 2, 4\} \cap \{0, 2, 3, 4\} = \{2, 4\}$

$M \cup N = \{1, 2, 4\} \cup \{0, 2, 3, 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

【例 3】 设全集 $I = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{-1, 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 求 $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$.

【分析】 本题是考查交、并、补运算的题目, 一般解法是先求出集合 A, B 的补集, 然后求出它们的交集和并集.

解: 由补集的定义, 得

$$\overline{A} = \{-2, 1, 2\}, \overline{B} = \{-2, -1\}$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{-2, 1, 2\} \cap \{-2, -1\} = \{-2\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{-2, 1, 2\} \cup \{-2, -1\} = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{-1, 0\} \cap \{0, 1, 2\} = \{0\}$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$\therefore \overline{A \cup B} = \{-1, 0\} \cup \{0, 1, 2\} = \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$\therefore \overline{A \cup B} = \{-2\}$$

说明: 由上面的运算可知 $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$. 在有些运算中, 可运用上面的两个结果, 能使运算简便.

【例 4】 设一元二次方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 的解集为 A, 方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集为 B, $A \cap B = \{3\}$, 求集合 A 与 B.

【分析】 首先根据 $A \cap B$ 的意义得出 3 既是方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 的解, 又是方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解, 然后求出 p, q 的值, 进而求出这两个方程的其余根, 就可以求出集合 A 和集合 B 了.

解: $\therefore A \cap B = \{3\}$

$\therefore 3 \in A$ 且 $3 \in B$

故 3 是方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 和方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的根.

$$\therefore 9 - 3p + 15 = 0$$

$$9 - 15 + q = 0$$

$$\therefore p = 8, q = 6$$

原方程是 $x^2 - 8x + 15 = 0$, $x^2 - 5x + 6 = 0$

解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的二根是 $x_1 = 3, x_2 = 5$

$$\therefore A = \{3, 5\}$$

解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的二根是 $x_1 = 2, x_2 = 3$

$$\therefore B = \{2, 3\}$$

说明: 集合本身是一种数学工具, 集合题经常与其他内容如方程、不等式、三角、几何等内容联系起来出现, 把集合作为载体考查大家各学科知识的掌握情况. 本题把集合概念与一元二次方程联系起来, 既考查了大家的集合概念, 又检查了大家一元二次方程有关知识的掌握情况.

同步训练及参考答案

一、同步训练

(一)选择题

- 下列关系中正确的是 ()
A. $0 = \emptyset$ B. $0 \subset \emptyset$ C. $0 \in \emptyset$ D. $0 \notin \emptyset$
- 已知 $M = \{x | x \leq \sqrt{2}\}$, $a = \sqrt{12}$, 则下列关系中正确的是 ()
A. $a \subset M$ B. $a \notin M$ C. $\{a\} \in M$ D. $\{a\} \subset M$
- 已知集合 $M = \{a, 0\}$, $N = \{1, 2\}$, 且 $M \cap N = \{1\}$, 那么 $M \cup N$ 等于 ()
A. $\{a, 0, 1, 2\}$ B. $\{1, 0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. 不确定
- 设 M 为奇数集, N 为偶数集, Z 为整数集, 则集合 $(M \cap N) \cap Z$ 是 ()
A. M B. N C. Z D. $\emptyset$
- 设集合 $M = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{x | 1 \leq x \leq 4\}$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$ C. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x | 3 \leq x \leq 4\}$
- 已知全集 $I = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$, 则 $\bar{A} =$ ()
A. $\{x | x \leq -1\}$ B. $\{x | x \geq 3\}$
C. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x | -1 < x < 3\}$

(二)填空题

- 如果 $A = \{x | x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, 那么用列举法表示 $A =$ _____.
- 若 $A \subset B$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
- 当 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 7\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
- 如果全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 那么 $\bar{M} =$ _____, $\bar{N} =$ _____, $\bar{M} \cap \bar{N} =$ _____, $\bar{M} \cup \bar{N} =$ _____.

(三)解答题

- 已知全集 $I = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 > 4\}$, $B = \{x | x > 3\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\bar{A} \cap B$, $A \cup \bar{B}$.
- 当 $I = \{x | x < 10 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 2, 6, 7\}$, 求 $\bar{A} \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cup \bar{B}$.
- 写出集合 $\{0, 1, 2\}$ 的所有子集和真子集.

二、参考答案

(一)选择题

1. D 2. B 3. C 4. D 5. B 6. C

(二)填空题

1. $\{1, 2, 3, 4\}$ 2. A B
3. $\{5, 7\}$ $\{1, 3, 4, 5, 7\}$ 4. $\{4, 5\}$ $\{1, 3\}$ $\emptyset$ $\{1, 3, 4, 5\}$

(三)解答题

- 解: $\because x^2 > 4, \therefore |x| > 2$
 $\therefore x > 2 \text{ 或 } x < -2$
 $\therefore A = \{x | x^2 > 4\} = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$
 $\therefore A \cap B = \{x | x > 3\}$
 $A \cup B = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$
 $\therefore \bar{A} = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$
 $\bar{B} = \{x | x \leq 3\}$
 $\therefore \bar{A} \cap B = \emptyset$ $A \cup \bar{B} = \mathbf{R}$
- 解: $\because I = \{x | x < 10 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\bar{A} = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ $\bar{B} = \{3, 4, 5, 8, 9\}$
 $\therefore \bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 7\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$
 $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} = \{4, 8, 9\}$
 $\therefore \bar{A} \cap \bar{B} = \bar{A} \cup \bar{B} = \{4, 8, 9\}$ $\bar{A} \cup \bar{B} = \bar{A} \cap \bar{B} = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$
- 解: $\{0, 1, 2\}$ 的子集有: $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}, \emptyset$.
 真子集有: $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \emptyset$.

第二节 函数的概念及函数的定义域

考纲要求

理解函数概念,会求一些常见函数的定义域

知识精讲

一、函数的定义

如果在某变化过程中,有两个变量 x, y , 并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值, 按照某个对应法则, y 都有惟一确定的值和它相对应, 那么 y 就是 x 的函数, 其中 x 叫做自变量.

二、函数的记号表示方法

y 是 x 的函数通常记为 $y = f(x)$. 在研究两个或两个以上的函数时, 除 $f(x)$ 外, 还常用 $F(x), g(x), G(x)$ 等符号表示函数.

三、函数的表示法

(一) 解析法

用代数式来表示两个变量之间的函数关系的方法, 叫做解析法.

(二) 列表法

用列表来表示两个变量之间的函数关系的方法, 叫做列表法.

(三) 图像法

用图像来表示两个变量之间的函数关系的方法, 叫做图像法.

四、函数值及函数的值域

在函数 $y = f(x)$ 中, 当自变量 $x = a$ 时, 与 x 对应的 y 的值就叫做函数 $y = f(x)$ 在 $x = a$ 时的函数值, 用记号 $f(a)$ 表示.

函数值的集合叫做函数的值域.

五、函数的定义域

能使函数有意义的自变量的取值范围, 叫做函数的定义域.

六、函数的三要素

函数由定义域、值域、对应法则三部分组成, 通常称定义域、值域、对应法则为函数的三要素. 由于值域又是由定义域和对应法则来确定的, 因此函数的定义域和对应法则又起着主导作用.

典型题精析

【例 1】 填空题.

1. 已知函数 $f(x) = ax + b$, 且 $f(2) = -2, f(6) = 0$, 则 $f(8) =$ _____.

【分析】 利用待定系数法求出 a, b .

解: $\because f(2) = -2, f(6) = 0$

$$\therefore \begin{cases} 2a + b = -2 & \text{①} \\ 6a + b = 0 & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得 } 4a = 2, \quad a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$b = -6a = -6 \times \frac{1}{2} = -3$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{2}x - 3$$

$$\text{故 } f(8) = \frac{1}{2} \times 8 - 3 = 4 - 3 = 1$$

说明：正确地理解函数值的意义及函数值的符号表示是解决本题的关键。

2. 函数 $y = \sqrt{4-x^2}$ 的定义域是_____.

【分析】 本题是考查函数定义域的. 函数定义域是自变量 x 的取值范围, 这个范围须使函数解析式有意义. 因此, 解本题的关键是, 首先列出使函数解析式有意义的不等式(组), 然后解出这个不等式(组), 这个不等式(组)的解集就是函数的定义域.

$$\text{解: } \because 4-x^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 \geq -4, \quad x^2 \leq 4$$

$$\therefore |x| \leq 2, \quad -2 \leq x \leq 2.$$

故函数的定义域是 $|x| - 2 \leq x \leq 2$.

说明：函数的定义域是一个集合, 所以以后在表示函数的定义域时一定要用集合的表示记号或用区间表示, 用不等式表示定义域是错误的.

【例 2】 选择题.

1. 设 $f(x) = 2x^2 + ax + b$, 已知 $f(0) = f(2)$, 且 $f(-1) = 7$, 则 ()

A. $a = -4, b = -1$ B. $a = -4, b = 1$ C. $a = 4, b = -1$ D. $a = 4, b = 1$

解：由 $f(0) = f(2)$, $f(-1) = 7$, 得

$$\begin{cases} b = 8 + 2a + b \\ 2 - a + b = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 8 + 2a + b \\ 2 - a + b = 7 \end{cases}$$

解得 $a = -4$, $b = 1$. 故选 B.

2. 函数 $y = \lg \frac{1+x}{1-x}$ 的定义域是 ()

A. $(-1, 1)$

B. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

D. $(0, +\infty)$

【分析】 由对数的真数为正值得到不等式, 解不等式即可得定义域.

$$\text{解: } \because \frac{1+x}{1-x} > 0$$

$$\therefore (1+x)(1-x) > 0$$

$$\text{即 } (x+1)(x-1) < 0$$

$$\text{故 } -1 < x < 1$$

$\therefore$ 函数的定义域为 $(-1, 1)$. 故选 A.

3. 已知函数 $f(3x) = \log_2 \sqrt{\frac{9x+5}{2}}$, 则 $f(1) =$ ()

A. $\log_2 \sqrt{7}$

B. 2

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

解：设 $3x = t$, 则 $x = \frac{t}{3}$

$$\therefore f(t) = \log_2 \sqrt{\frac{3t+5}{2}}$$

$$\text{故 } f(x) = \log_2 \sqrt{\frac{3x+5}{2}}$$

$$\therefore f(1) = \log_2 \sqrt{\frac{8}{2}} = \log_2 2 = 1$$

故选 C.

【例 3】 求下列函数的定义域.

$$1. y = \sqrt{-x^2 + 3x + 18}$$

$$2. y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x}$$