

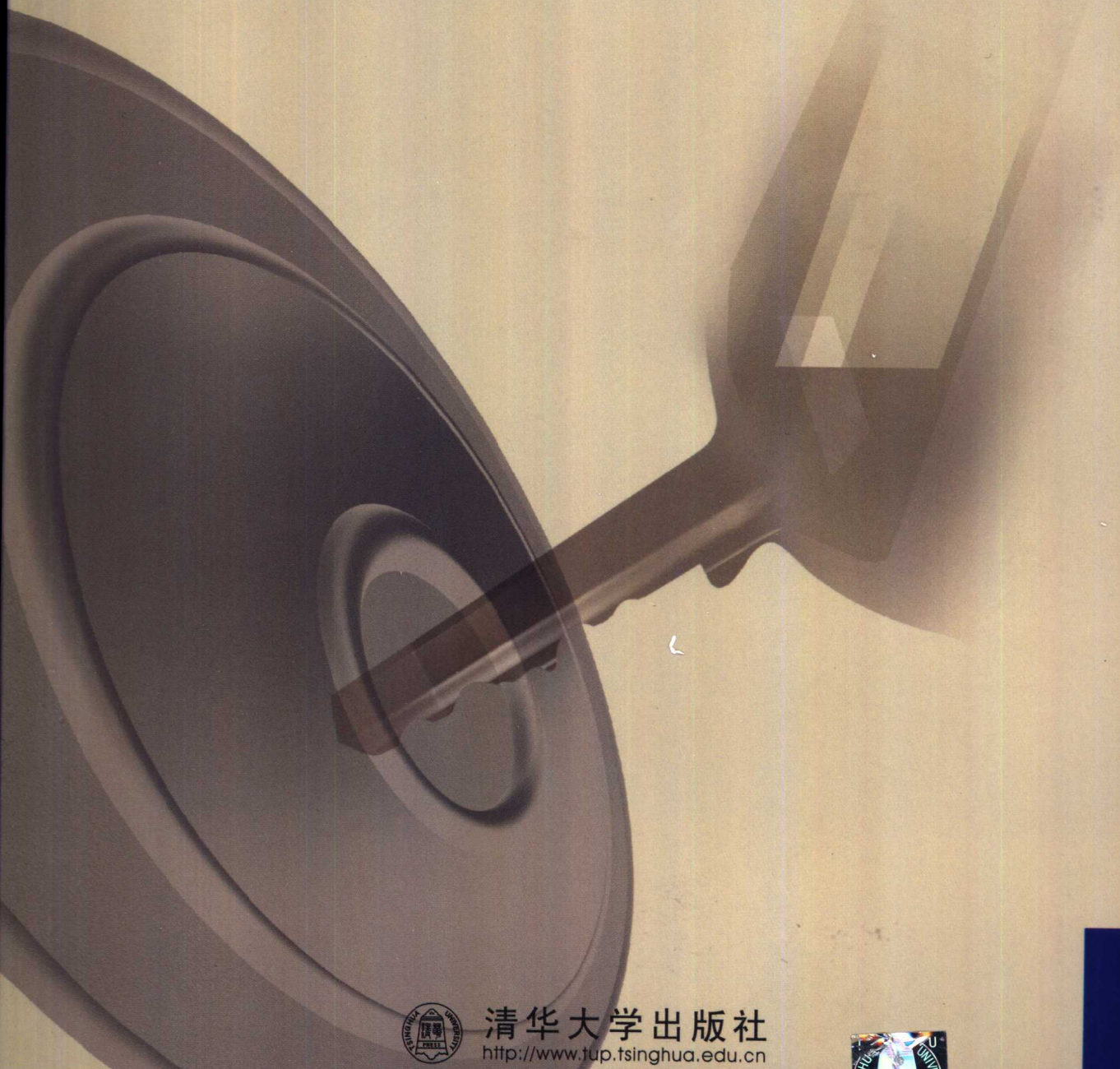


高等教育自学考试

计算机及应用专业（独立本科段）自学辅导丛书

# 离散数学 自学辅导

邵学才 主编  
邓米克 蒋强荣 沈彤英 等编著



清华大学出版社  
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



高等教育自学考试计算机及应用专业(独立本科段)自学辅导丛书

# 离散数学自学辅导

邵学才 主编

邓米克 蒋强荣 沈彤英 等编著

清华大学出版社

## (京)新登字 158 号

### 内 容 简 介

离散数学具有“内容广泛,理论抽象”的特点。本书前5章以简洁的语言讲述了数理逻辑、集合(关系与函数)、代数结构和图论等内容,力求做到深入浅出、易学易懂;第6章是复习应试指南,对全书知识进行系统归纳;第7章是模拟试题和参考答案。

本书内容厚实,不仅提供了大量的例题和自测练习,而且还详尽地介绍了离散数学自学考试大纲中所规定的课程内容。本书既可作为应试人员的辅导教材,也可作为各类函授大学、成人教育、高等职业教育等离散数学课程的教材。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

### 图书在版编目(CIP)数据

离散数学自学辅导 / 邓米克, 蒋强荣, 沈彤英等编著. — 北京: 清华大学出版社, 2002  
(高等教育自学考试计算机及应用专业(独立本科段)自学辅导丛书 邵学才主编)  
ISBN 7-302-05700-1

I. 离… II. ①邓… ②蒋… ③沈… III. 离散数学—高等教育—自学考试—自学参考资料 IV. O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 056283 号

出 版 者: 清华大学出版社(北京清华大学学研大厦, 邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

责任编辑: 刘彤

印 刷 者: 北京四季青印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 787×1092 1/16 印张: 20.75 字数: 480 千字

版 次: 2002 年 11 月第 1 版 2002 年 11 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-05700-1/TP·3360

印 数: 0001~5000

定 价: 31.00 元

# 前 言

本书是适合于参加离散数学自学考试的应试人员使用的辅导教材。本辅导教材是按照全国高等教育自学考试指导委员会审定的“离散数学自学考试大纲”编写的。

本书具有两个显著的特点,第一个特点是内容厚实。书中不仅提供了大量的例题、自测练习以及自测练习答案,而且还详尽地介绍了“离散数学自学考试大纲”中所规定的课程内容。本书既是辅导书,也可以作为各类函授大学、夜大学、成人教育、高等职业教育计算机专业离散数学课程的教材使用。第二个特点是适于自学。离散数学具有抽象理论多的特点,这无疑给自学者带来一定的难度。本书作者充分考虑到自学者艰辛的学习条件和学习环境,力求以最通俗的语言深入浅出地叙述课程内容,对于重要的基本概念,以众多的例子逐步解释、剖析和深化,使抽象的理论具体化、形象化,使自学者能在较短的时间内掌握基本概念,从而对离散数学课程有较好的把握。有了扎实的基础知识,就能对变化不定的试题应付自如,考出理想的成绩。

为了节省读者的时间,书中的定理有选择地给出证明。对于一些有利于加深对基本概念的理解、或者可以提高解题技巧的定理证明,都给予详细的介绍;其他定理的证明从略,但自学者仍然应当牢记定理的内容和含义,会运用定理所给出的结论去解答问题。

在本书每一章的开头部分,都对本章中每一节的内容分别提出了“识记”、“领会”、“简单应用”或“综合应用”4个不同层次的考核要求,按自学考试大纲的规定,它们是递进的等级关系,其含义是:

识记——要求能够识别和记忆本课程中规定的有关知识点的主要内容(如定义、定理、定律、表达式、公式、原则、重要结论、方法、步骤及特征等),并能够根据考核的不同要求,做出正确的表述、选择和判断。

领会——要求能在识记的基础上,领悟和理解本课程中规定的有关知识点的内涵和外延,熟悉各内容的要点和它们之间的区别与联系,并能够根据考核的不同要求,做出正确的解释说明和论述。

简单应用——要求能运用本课程中规定的少量知识点,分析和解决一般的应用问题,如简单的计算、绘图和分析论证等。

综合应用——要求能运用本课程中规定的多个知识点,分析和解决较复杂的应用问题,如计算、绘图、简单设计、编程和分析、验证等。

在自学考试的试卷中,不同能力层次所占的比例大致是:“识记”占15%，“领会”占35%，“简单应用”占35%，“综合应用”占15%。

在离散数学中,有些专用名词往往有多种提法,请考生注意牢记这些不同的提法,以免因不知道考题中的专用名词而失去解答的机会。

本书是由北京工业大学邵学才主持编写的,北京工业大学邓米克、蒋强荣、沈彤英、杨惠荣、刘志英和北京语言文化大学的石嘉明参与了编写工作,由邵学才对书稿作统一处理。在编写过程中得到朱道奎、张秀云、邵佩珍和邵学正的关切和支持,作者深表谢意。在繁忙的教学和编写工作中,得到何重杰先生的悉心帮助,作者表示诚挚的致谢。

邵学才

2001.12

# 目 录

<b>第 1 章 命题逻辑</b> .....	1
1.1 命题和联结词 .....	1
1.1.1 命题和命题变元.....	1
1.1.2 命题联结词.....	2
1.1.3 重点和难点分析.....	5
1.1.4 自测练习.....	6
1.1.5 自测练习答案.....	8
1.2 真值表和逻辑等价 .....	8
1.2.1 命题公式的真值表.....	8
1.2.2 逻辑等价 .....	10
1.2.3 重点和难点分析 .....	12
1.2.4 自测练习 .....	14
1.2.5 自测练习答案 .....	15
1.3 范式和主范式.....	20
1.3.1 析取范式和主析取范式 .....	20
1.3.2 合取范式和主合取范式 .....	24
1.3.3 重点和难点分析 .....	28
1.3.4 自测练习 .....	31
1.3.5 自测练习答案 .....	32
1.4 蕴含式.....	38
1.4.1 蕴含式的定义和性质 .....	38
1.4.2 重点和难点分析 .....	40
1.4.3 自测练习 .....	42
1.4.4 自测练习答案 .....	42
1.5 推理理论.....	44
1.5.1 前提和有效结论 .....	44
1.5.2 直接证明法 .....	46
1.5.3 间接证明法 .....	46
1.5.4 重点和难点分析 .....	49
1.5.5 自测练习 .....	52
1.5.6 自测练习答案 .....	53

<b>第 2 章 谓词逻辑</b>	60
2.1 谓词的概念	60
2.1.1 个体与谓词	60
2.1.2 命题函数与 $n$ 元谓词	61
2.1.3 重点和难点分析	62
2.1.4 自测练习	62
2.1.5 自测练习答案	63
2.2 量词及合式公式	63
2.2.1 量词及其辖域	63
2.2.2 谓词的合式公式	66
2.2.3 约束变元和自由变元	66
2.2.4 重点和难点分析	67
2.2.5 自测练习	68
2.2.6 自测练习答案	69
2.3 谓词演算的等价式与蕴含式	70
2.3.1 谓词公式的赋值	70
2.3.2 等价式和蕴含式	71
2.3.3 重点和难点分析	74
2.3.4 自测练习	76
2.3.5 自测练习答案	77
2.4 前束范式	78
2.4.1 前束范式	78
2.4.2 重点和难点分析	79
2.4.3 自测练习	80
2.4.4 自测练习答案	80
2.5 谓词演算的推理理论	81
2.5.1 量词的指定、推广规则	81
2.5.2 重点和难点分析	82
2.5.3 自测练习	84
2.5.4 自测练习答案	85
<b>第 3 章 集合、关系与函数</b>	88
3.1 集合	88
3.1.1 集合的基本概念	88
3.1.2 集合的基本运算	91
3.1.3 重点和难点分析	95
3.1.4 自测练习	98
3.1.5 自测练习答案	100



3.2	二元关系的基本概念 .....	104
3.2.1	集合的笛卡儿乘积 .....	105
3.2.2	二元关系的 3 种表示方法 .....	107
3.2.3	关系的基本类型 .....	109
3.2.4	重点和难点分析 .....	111
3.2.5	自测练习 .....	113
3.2.6	自测练习答案 .....	114
3.3	关系的运算 .....	119
3.3.1	复合关系和逆关系 .....	119
3.3.2	关系的闭包运算 .....	123
3.3.3	重点和难点分析 .....	125
3.3.4	自测练习 .....	130
3.3.5	自测练习答案 .....	131
3.4	等价关系、相容关系和序关系 .....	135
3.4.1	等价关系和划分 .....	135
3.4.2	相容关系和覆盖 .....	138
3.4.3	序关系 .....	141
3.4.4	重点和难点分析 .....	145
3.4.5	自测练习 .....	149
3.4.6	自测练习答案 .....	150
3.5	函数 .....	154
3.5.1	函数的基本概念 .....	154
3.5.2	特殊函数 .....	156
3.5.3	复合函数与逆函数 .....	158
3.5.4	重点和难点分析 .....	160
3.5.5	自测练习 .....	163
3.5.6	自测练习答案 .....	165
<b>第 4 章</b>	<b>代数结构 .....</b>	<b>169</b>
4.1	代数系统的基本概念 .....	169
4.1.1	代数系统的定义 .....	169
4.1.2	特殊运算和特殊元素 .....	171
4.1.3	子代数 .....	177
4.1.4	重点和难点分析 .....	177
4.1.5	自测练习 .....	180
4.1.6	自测练习答案 .....	181
4.2	半群和独异点 .....	184
4.2.1	半群和子半群 .....	184



4.2.2	独异点和子独异点	184
4.2.3	重点和难点分析	185
4.2.4	自测练习	187
4.2.5	自测练习答案	188
4.3	群	191
4.3.1	群的定义和性质	191
4.3.2	子群	193
4.3.3	循环群	196
4.3.4	重点和难点分析	199
4.3.5	自测练习	201
4.3.6	自测练习答案	202
4.4	环和域	207
4.4.1	环	207
4.4.2	域	210
4.4.3	重点和难点分析	210
4.4.4	自测练习	212
4.4.5	自测练习答案	213
4.5	格和布尔代数	215
4.5.1	格和子格	215
4.5.2	特殊格	218
4.5.3	布尔代数	221
4.5.4	重点和难点分析	222
4.5.5	自测练习	225
4.5.6	自测练习答案	226
<b>第5章</b>	<b>图论</b>	227
5.1	图的基本概念	227
5.1.1	图的基本类型	227
5.1.2	图中顶点的度数	228
5.1.3	正则图和完全图	229
5.1.4	子图	230
5.1.5	图的同构	231
5.1.6	图和矩阵	232
5.1.7	重点和难点分析	233
5.1.8	自测练习	235
5.1.9	自测练习答案	237
5.2	图的连通性	238
5.2.1	通路和回路	238

5.2.2	连通图	239
5.2.3	重点和难点分析	241
5.2.4	自测练习	243
5.2.5	自测练习答案	244
5.3	欧拉图和哈密顿图	246
5.3.1	欧拉图	246
5.3.2	哈密顿图	249
5.3.3	重点和难点分析	251
5.3.4	自测练习	254
5.3.5	自测练习答案	255
5.4	偶图和平面图	257
5.4.1	偶图	257
5.4.2	平面图	259
5.4.3	重点和难点分析	265
5.4.4	自测练习	269
5.4.5	自测练习答案	270
5.5	树	274
5.5.1	无向树	275
5.5.2	有向树	277
5.5.3	重点和难点分析	282
5.5.4	自测练习	285
5.5.5	自测练习答案	286
<b>第6章</b>	<b>复习应试指南</b>	<b>288</b>
6.1	数理逻辑	288
6.1.1	命题逻辑	288
6.1.2	谓词逻辑	291
6.2	集合、关系与函数	294
6.2.1	集合的基本概念和基本运算	294
6.2.2	二元关系	295
6.2.3	函数	296
6.3	代数结构	297
6.3.1	可结合运算和幺元、逆元	297
6.3.2	群	298
6.3.3	其他特殊的代数系统	300
6.4	图论	301
6.4.1	图的基本概念和图的连通性	301
6.4.2	树	302

6.4.3 其他特殊图.....	302
<b>第7章 模拟试题</b> .....	<b>305</b>
模拟试题 1 .....	305
模拟试题 2 .....	306
模拟试题 3 .....	310
模拟试题 1 答案.....	314
模拟试题 2 答案.....	316
模拟试题 3 答案.....	320
<b>参考文献</b> .....	<b>322</b>

# 第1章 命题逻辑

命题逻辑和谓词逻辑(见第2章)是数理逻辑的基本内容。

数理逻辑是一门用数学方法研究形式逻辑推理理论的学科。所谓数学方法主要是指引进一套符号体系的方法,所以数理逻辑也称作符号逻辑。

日常生活中使用的语言称为自然语言,由于自然语言具有多义性,因此对于严格的逻辑推理,使用自然语言是极不方便的,需要引入一种具有单一、明确含义的形式化语言,这种形式化语言在数理逻辑中称为目标语言。初学者在学习数理逻辑时,应当注意目标语言和自然语言之间的差异。

本章主要介绍命题逻辑的基本内容:命题和联结词,真值表和逻辑等价,蕴含式和推理理论,命题公式和范式。

按“离散数学自学考试大纲”的要求,命题和联结词要求达到“领会”层次;命题公式的等价变换和命题公式的形式化描述,范式和主范式,蕴含式和推理理论都要求达到“简单应用”层次。关于“领会”、“简单应用”等层次的解释请参阅本书前言。

## 1.1 命题和联结词

### 1.1.1 命题和命题变元

一个具有确定真、假意义的陈述句称为命题。命题可赋一个值,称为真值。真值只取“真”和“假”两种,分别记作1(或 $T$ )和0(或 $F$ )。例如:

- (1) 中华人民共和国的首都是北京。
- (2)  $3 + 5 < 2$ 。
- (3) 太阳比月亮大。
- (4) 雪是黑色的。
- (5) 我是个大学生。

这些陈述句都是命题,其中命题(1)和(3)的真值为1(也称为真命题);命题(2)和(4)的真值为0(也称为假命题);命题(5)的真值则由“我”的情况而定,但它必定有一个确定的真值。

但也有一些语句,如某些感叹句、祈使句、疑问句等,往往没有真假之分,这类语句都不是命题。例如:

- (1) 明天开会吗?
- (2) 全体立正!
- (3) 多美妙啊!
- (4) 太可爱了!

(5) 请进来。

为了便于对命题作一般性的讨论,常用大写的英文字母表示任意命题,并称为命题变元。由于命题变元表示任意命题,所以它的真值尚没有被确定,只有当命题变元用一个具体的命题“替代”后,它才有确定的真值。例如,用  $P$  表示任意命题,则  $P$  是命题变元, $P$  没有确定的真值。当  $P$  用具体的命题,如:“中华人民共和国首都是北京”替代后, $P$  就表示命题:中华人民共和国首都是北京。这时  $P$  有确定的真值 1,并称  $P$  为命题常量。用一个具体命题“替代”命题变元,也称为对命题变元进行指派。

### 1.1.2 命题联结词

在自然语言中,常用“并且”、“或者”等联结词把简单语句联结起来,从而可表达更复杂的含义。在数理逻辑中也有命题的联结词,但它具有严格的定义,并且被符号化。

#### 1. 否定

**定义 1.1.1** 设  $P$  为命题, $P$  的否定也是一个命题,记作  $\neg P$ 。当  $P$  的真值为 1 时, $\neg P$  的真值为 0;当  $P$  的真值为 0 时, $\neg P$  的真值为 1。

命题  $P$  与其否定  $\neg P$  的关系如表 1.1 所示。

表 1.1

$P$	$\neg P$
0	1
1	0

例如

$P$ :2 是个偶数。

$\neg P$ :2 不是偶数。

又如

$Q$ :教室里都是大学生。

$\neg Q$ :教室里不都是大学生。

请注意, $\neg Q$  不能理解为:教室里都不是大学生。

#### 2. 合取

**定义 1.1.2** 设  $P$ 、 $Q$  是命题, $P$  和  $Q$  的合取也是命题,记作  $P \wedge Q$ 。当且仅当  $P$ 、 $Q$  的真值同时为 1 时, $P \wedge Q$  的真值为 1;其他情况下, $P \wedge Q$  的真值为 0。

联结词“合取”的定义如表 1.2 所示。

表 1.2

$P$	$Q$	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

例如

$P$ :王胜是个男人。

$Q$ :王胜是个运动员。

上述命题的合取为

$P \wedge Q$ :王胜是个男人并且是运动员。即  $P \wedge Q$ :王胜是个男运动员。

显然,只有当“王胜是个男人”和“王胜是个运动员”都为真时,“王胜是个男运动员”才为真。其他情况此命题为假。

联结词“合取”与自然语言中的“并且”、“和”、“与”的意义相似,但也不完全相同。

例如,张静和张绍昆是好朋友。这里的“和”就不是“合取”的意义,实际上它只是一个命题。

又如设

$P$ :我去上海探亲。

$Q$ :教室里有一块黑板。

上述命题的合取是:

$P \wedge Q$ :我去上海探亲和教室里有一块黑板。

在自然语言中,上述命题是没有意义的,因为  $P$  和  $Q$  没有什么联系。但在数理逻辑中,只要  $P \wedge Q$  有确定的真值,就把  $P \wedge Q$  视为命题。

### 3. 析取

**定义 1.1.3** 设  $P, Q$  是命题,  $P$  和  $Q$  的析取也是命题,记作  $P \vee Q$ 。当且仅当  $P$  和  $Q$  的真值同时为 0 时,  $P \vee Q$  的真值才为 0;其他情况下,  $P \vee Q$  的真值都为 1。

联结词“析取”的定义如表 1.3 所示。

表 1.3

$P$	$Q$	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

例如

$P$ :张恩是跳远冠军。

$Q$ :张恩是百米跑冠军。

上述命题的析取为:

$P \vee Q$ :张恩是跳远冠军或百米跑冠军。

显然,只有当“张恩是跳远冠军”和“张恩是百米跑冠军”都为假时,“张恩是跳远冠军或百米跑冠军”才是假的,其他情况它都是真的。

同样,析取的概念和自然语言中的“或”也不完全相同。例如,设命题

$R$ :今晚 9 点,北京电视 1 台播放电视剧“贫嘴张大民的幸福生活”或转播足球比赛。

如果令

$P$ :今晚 9 点,北京电视 1 台播放电视剧“贫嘴张大民的幸福生活”。

$Q$ :今晚 9 点,北京电视 1 台转播足球比赛。

那么命题  $R$  不能表示为  $P \vee Q$ 。因为由析取的定义可知,当  $P$  和  $Q$  的真值都为 1 时,  $P \vee Q$  的真值也为 1。但在这个例子中,当  $P$  和  $Q$  的真值都为 1 时,实际上是不可能的,因为在同一时刻,北京电视 1 台不可能既播放电视剧又转播足球比赛。所以当  $P$  和  $Q$  的真值都为 1 时,  $R$  的真值为 0。

通常把本例命题  $R$  中的“或”称为“排斥或”,把表示析取的“或”称为“兼并或”。

### 4. 排斥析取

**定义 1.1.4** 设  $P, Q$  是命题,  $P$  和  $Q$  的排斥析取也是命题,记作  $P \bar{\vee} Q$ 。当且仅当  $P$  和  $Q$  的真值不相同,  $P \bar{\vee} Q$  的真值才为 1;其他情况下,  $P \bar{\vee} Q$  的真值为 0。

联结词“排斥析取”的定义如表 1.4 所示。

例如,下列命题中的“或”都是“排斥或”:

我在家看电视或去剧场看戏。

选小王或小李中的一人去上海出差。

有些教科书没有给出排斥析取的定义,此时可用  $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$  来替代  $P \bar{\vee} Q$ 。

表 1.4

$P$	$Q$	$P \bar{\vee} Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

## 5. 条件

**定义 1.1.5** 设  $P, Q$  是命题,  $P$  对于  $Q$  的条件命题记作  $P \rightarrow Q$ . 当且仅当  $P$  的真值为 1 且  $Q$  的真值为 0 时,  $P \rightarrow Q$  的真值才为 0; 其他情况,  $P \rightarrow Q$  的真值都为 1.

条件命题的定义如表 1.5 所示.

条件命题  $P \rightarrow Q$ , 可读作“若  $P$  则  $Q$ ”. 并称  $P$  为前件,  $Q$  为后件.

例如

$P$ : 我考上大学.

$Q$ : 我努力学习.

$P \rightarrow Q$ : 如果我考上大学, 那么我努力学习.

又如

$P$ : 今天下雨.

$Q$ : 我坐公共汽车去上班.

$P \rightarrow Q$ : 如果今天下雨, 那么我坐公共汽车去上班.

条件命题  $P \rightarrow Q$  可以用“若  $P$  则  $Q$ ”来描述, 但当前件  $P$  为假时, 这个命题往往无法判断真假, 在数理逻辑中规定, 当前件  $P$  为假时,  $P \rightarrow Q$  为真.

很多书中, 把  $P \rightarrow Q$  称为“ $P$  蕴含  $Q$ ”. 但本书没有采用这种说法, 在本书中“蕴含”将另有含义.

表 1.5

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

## 6. 双条件

**定义 1.1.6** 设  $P, Q$  是命题, 其双条件命题记作  $P \rightleftarrows Q$ , 读作“ $P$  当且仅当  $Q$ ”, 当  $P$  和  $Q$  的真值相同时,  $P \rightleftarrows Q$  的真值为 1; 当  $P$  和  $Q$  的真值不相同,  $P \rightleftarrows Q$  的真值为 0.

双条件命题的定义如表 1.6 所示.

表 1.6

$P$	$Q$	$P \rightleftarrows Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

例如

$P$ : 三角形是正三角形.

$Q$ : 三角形中三条边相等.

$P \rightleftarrows Q$ : 三角形是正三角形当且仅当三角形中三条边相等.

命题联结词可以把一些简单的命题组合成复杂的命题. 通常把不含任何联结词的命题称为原子命题, 由原子命题和联结词组成的命题称为复合命题. 例如,  $P, Q, R$  都是原子命题, 则  $P \vee \neg Q$ ,  $\neg P \rightarrow Q$ ,  $P \rightleftarrows (Q \vee R)$ ,  $(P \rightarrow Q) \wedge R$  等都是复合命题.

同样, 由命题变元和联结词组成的复杂的命题变元称为“命题公式”或“合式公式”, 命题公式中的命题变元(如  $P, Q, R$  等)称为命题公式的分量.

由命题变元、联结词和一些括号组成的字符串并不都是命题公式, 如  $\neg \vee P \rightarrow \wedge$  就不是命题公式, 所以有如下定义.

**定义 1.1.7** 命题逻辑中的命题公式(或称合式公式)规定为:

- (1) 命题变元和命题常量是命题公式.
- (2) 如果  $A$  是命题公式, 则  $(\neg A)$  是命题公式.
- (3) 如果  $A$  和  $B$  是命题公式, 则  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \overline{\vee} B)$ ,  $(A \rightarrow B)$ ,  $(A \rightleftarrows B)$  是命



题公式。

(4) 只有有限次使用上面 3 条规则得到的字符串才是命题公式。

通常把命题公式的最外层括号省略,并规定联结词的优先级为: $\neg$ ;  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\overline{\vee}$ ;  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ 。

### 1.1.3 重点和难点分析

本节的重点是:充分理解命题联结词的定义,能熟练地把复合命题符号化。

本节的难点是:正确地把复合命题符号化。

**例 1.1** 说明下列语句中哪些是命题?

(1) 我是京剧演员。

(2) 天气多好啊!

(3)  $5 > 3$

(4) 计算机有空吗?

(5) 我去杭州出差。

**解** 其中(1),(3),(5)是命题。

**例 1.2** 求下列命题的真值。

(1) 如果 2 是奇数,则  $2 - 2 \neq 4$ 。

(2) 如果 2 是奇数,则  $2 + 2 = 4$ 。

(3) 太阳从东方升起当且仅当 2 是素数。

**解** 如果令

$P$ : 2 是奇数。

$Q$ :  $2 + 2 = 4$ 。

(1) 题设即为  $P \rightarrow Q$ ,由于命题  $P$  的真值为 0,由条件命题的定义可知, $P \rightarrow Q$  的真值为 1。

(2) 题设条件为  $P \rightarrow \neg Q$ ,同样由于命题  $P$  的真值为 0,所以  $P \rightarrow \neg Q$  的真值为 1。

(3) 如果令

$P$ : 太阳从东方升起。

$Q$ : 2 是素数。

题设命题即为  $P \leftrightarrow Q$ ,由于  $P$  和  $Q$  的真值都为 1,所以  $P \leftrightarrow Q$  的真值为 1。

**例 1.3** 将下列命题符号化。

(1) 梁冠华虽然胖,但他是位优秀的表演艺术家。

(2) 如果我有钱,那么我到上海去探亲。

(3) 如果不下雪,我去看足球比赛,否则我不去看足球比赛。

(4) 如果不下雪,我去看足球比赛,否则我在家看电视。

(5) 我坐公共汽车去上班,当且仅当下雨或者刮大风。

**解** (1) 如果令

$P$ : 梁冠华很胖。

$Q$ : 梁冠华是优秀的表演艺术家。

则题设命题可符号化为:  $P \wedge Q$ 。

(2) 如果令

$P$ : 我有钱。

$Q$ : 我到上海探亲。

则题设命题可符号化为:  $P \rightarrow Q$ 。

(3) 如果令

$P$ : 不下雪。

$Q$ : 我去看足球比赛。

则题设命题可符号化为:  $P \Leftrightarrow Q$ 。

(4) 如果令

$P$ : 不下雪。

$Q$ : 我去看足球比赛。

$R$ : 我在家看电视。

由于命题“如果不下雪,我去看足球比赛,否则我在家看电视。”可同义地改述为:“如果不下雪,我去看足球比赛,否则我不去看足球比赛。”和“如果下雪,我在家看电视,否则我不在家看电视”。所以题设命题符号化为:  $(P \Leftrightarrow Q) \wedge (\neg P \Leftrightarrow R)$ 。

(5) 如果令

$P$ : 我坐公共汽车去上班。

$Q$ : 下雨。

$R$ : 刮大风。

则题设命题符号化为:  $P \Leftrightarrow (Q \vee R)$ 。

**例 1.4** 如果  $P, Q, R$  的意义如下:

$P$ : 小李是研究生。

$Q$ : 小李获得奖学金。

$R$ : 小李放声歌唱。

请用日常语言叙述以下命题:

(1)  $P \wedge (Q \rightarrow R)$

(2)  $P \wedge (\neg Q \rightarrow \neg R)$

(3)  $\neg P \wedge \neg Q \wedge R$

**解** (1) 小李是研究生,如果他获得奖学金,那么他放声歌唱。

(2) 小李是研究生,如果他没有获得奖学金,那么他不放声歌唱。

(3) 小李不是研究生,也没有获得奖学金,但他放声歌唱。

#### 1.1.4 自测练习

1. 指出下列语句中哪些是命题?

(1) 老虎是动物。

(2) 请勿喧哗!

(3) 有些实数是有理数。