

48

32-1-15

青岛建筑工程学院财经系列教材

方差分析与实验设计

辛益军 主编

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

方差分析与实验设计/辛益军主编. —北京: 中国财政经济出版社, 2001.12

青岛建筑工程学院财经系列教材

ISBN 7-5005-5426-5

I. 方… II. 辛… III. ①方差分析—高等学校—教材②试验设计(数学)—高等学校—教材
IV. 0212

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 089283 号

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.cfeph.com>

E-mail: cfeph@drc.gov.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100036

发行处电话: 88190406 财经书店电话: 64033436

涿州新华印刷厂印刷 各地新华书店经销

850×1168 毫米 32 开 10.25 印张 243 000 字

2002 年 2 月第 1 版 2002 年 2 月涿州第 1 次印刷

印数: 1—2 000 定价: 18.00 元

ISBN 7-5005-5426-5/O·0019

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

总 序

随着我国市场经济的逐步建立和面对加入 WTO 的挑战，财经教育要以市场需求为导向，面向 21 世纪，转变教育思想，更新教育观念，就要制定好财经类各专业的培养方案并配备相应的教材。为此，我们用一年多的时间，根据转变教育思想的要求，积极探索培养财经专业人才的目标与培养模式，修订了会计学、财务管理、统计学、市场营销等课程的教学计划，努力摸索培养财经人才的新定位、新思路、新途径、新方法，并在选用各种教材的基础上，结合我们几年来的研究实践，尝试编写了这套财经系列教材。

在高等教育改革中，普遍达成的共识是要注重学生创新能力的培养，推行素质教育，体现“拓宽面向、加强基础、更新内容、系统优化、重视实践、淡化专业、提高素质、压缩课时”的思想。如何将创新思维、创新能力的培养按其形成的规律，由浅入深、由表及里，顺其逻辑递进的关系逐步融入教育教学活动中，是我们探讨的重点，并试图在编写的教材中有所体现。

根据我们修订的教学计划，分两批编写出版 17 本教材，第一批先编写《基础会计》、《财务会计》、《财务管理》、《会计信息系统》、《会计模拟实验教程》、《经济法》、《现代企业管理》、《市场营销学》、《方差分析与实验设计》等九本教材，第二批编写《成本会计》、《国际贸易》等八本教材，共同组成财经系列的基本教材。

在编写过程中，我们试图探讨国际惯例与现行制度的协调，规范理论、方法与现行社会需要的协调，立足国内，吸收国际上新理论、新方法，兼顾稳定性与前瞻性，编写出既有自身特色，又适应社会主义市场经济培养人才的财经系列教材。

在编写出版过程中，得到中国财政经济出版社领导、编审们的悉心指导和大力支持，在此我们表示真挚的感谢。

由于我们的水平有限，时间仓促，本系列教材一定存在很多缺陷、错误，我们衷心期望读者批评指正。

财经系列教材编审委员会

2001年12月

前 言

为加强我院教材建设,提高教学质量,促进学科与专业发展,满足学院教学及社会需要,我们组织编写了《方差分析与实验设计》教材。

全书共分十三章,从结构看,可分为两大部分。第一部分包括前八章内容,系统介绍了方差分析的概念、原理和方法,特别着重介绍了三因素以下交叉分组实验和系统分组实验的方差分析法,并针对容易忽略的方差分析前提、易混淆的几种检验分析方法和极差在方差分析中的应用等问题进行了探讨。第二部分,即后五章着重介绍了安排实验的科学设计方法,在讲述了实验设计的基本概念、原理和实施程序后,重点介绍了优选法、单因素实验设计、正交实验设计等,并深入地讲述了正交实验的统计分析。从内容上看,力求使理论与实践应用相结合,做到深入浅出,书中列举了大量的例题,并给予尽可能详细的题解,以帮助读者掌握方差分析与实验设计的有关原理与方法。本书既可作为高等院校统计学专业的教材,也可供企业质量管理人员、工程技术人员和各高等院校广大师生参考阅读。

本书在编写过程中曾参考了国内外出版的许多专著、论文及其他参考资料,从中获得不少教益。全书由辛益军任主编,孙海涛任副主编,董炳南主审。

由于水平所限,书中难免有错误和不妥之处,欢迎各界专家、读者予以批评指正。

编 者

2001年12月

青岛建筑工程学院财经系列教材 编审委员会

教材审定委员会

主任：耿喜华 齐志儒
委员：张伟星 朱申红 张健 王军英
赵金先

教材编写委员会

主任：杨荣本
副主任：齐德义 董炳南
委员：王竹泉 王曙光 孙张飞 李堂军
曹彦栋 陶勇 杨爱义 宋荣兴
辛益军 薄建奎 朱忠平 孙海涛

目 录

第一章 方差分析概述	(1)
第一节 引例	(1)
第二节 方差分析的基本概念	(3)
第三节 方差分析的基本类型	(8)
第二章 方差分析的基本原理	(13)
第一节 固定效应模型的分析	(13)
第二节 方差分析原理与程序	(22)
第三节 对应用方差分析的几点说明	(25)
第三章 单因素方差分析	(49)
第一节 单因素方差分析	(49)
第二节 单因素方差分析的数学模型	(65)
第四章 双因素试验方差分析	(72)
第一节 双因素无重复试验的方差分析	(72)
第二节 双因素等重复数试验的方差分析	(86)
第三节 双因素不等重复数试验的方差分析	(111)
第四节 双因素有重复试验的数学模型	(119)
第五章 双因素系统分组试验方差分析	(125)
第一节 双因素系统分组试验	(125)
第二节 双因素系统分组试验的方差分析	(127)
第三节 双因素系统分组试验的数学模型	(143)
第六章 多因素试验方差分析	(150)

第一节	多因素试验	(150)
第二节	三因素交叉分组试验的方差分析	(154)
第三节	三因素系统分组试验的方差分析	(165)
第四节	三因素混合分组试验方差分析	(172)
第七章	协方差分析	(177)
第一节	引言	(177)
第二节	一个协变量的单因素试验协方差分析	(179)
第八章	方差分析的几点补充	(187)
第一节	极差在方差分析中的应用	(187)
第二节	关于缺落数据的弥补	(198)
第九章	实验设计概述	(209)
第一节	实验设计的基本概念	(209)
第二节	实验设计的类型	(212)
第三节	实验设计的基本原则	(213)
第四节	实验设计的实施程序	(217)
第十章	优选法及其应用	(221)
第一节	单因素优选法	(221)
第二节	双因素优选法	(240)
第三节	多因素优选法	(242)
第十一章	单因素实验设计	(246)
第一节	完全随机的实验设计	(246)
第二节	随机的分块实验设计	(249)
第三节	拉丁方实验设计	(251)
第十二章	多因素实验设计：正交实验设计	(257)
第一节	正交实验与正交表	(257)
第二节	正交表的表头设计	(263)
第三节	不考虑交互作用的正交实验设计	(267)

第四节	考虑交互作用的正交实验设计	(278)
第十三章	正交实验的统计分析	(281)
第一节	正交实验统计分析的目的	(281)
第二节	正交实验的方差分析	(284)
附表 1	(299)
附表 2	(301)
附表 3	(303)
参考文献	(316)

第一章 方差分析概述

第一节 引 例

例 1.1 产品开发工程师考虑能使一种新的合成纤维的抗拉强度增大的方案，这种合成纤维织出的布是用来缝制男士衬衫的。工程师从以前的经验知道，抗拉强度受棉花在纤维中所占的百分率的影响。开始，他推测增加棉花含量会增大强度。他还知道，如果成品布须具有其他所希望的质量特性（比如承受恒压加工处理的能力）的话，棉花含量应该在 10% 到 40% 之间。工程师决定检验棉花百分率为五个水平的样品，这五个水平是：15%，20%，25%，30% 和 35%。他还决定，对每个棉花含量水平进行五次试验。试验得出的抗拉强度观察值如表 1-1 所示。

表 1-1 抗拉强度实验的数据 (lb/in²)

棉花百分率(%)	试验号					总和	平均值
	1	2	3	4	5		
15	7	7	15	11	9	49	9.8
20	12	17	12	18	18	77	15.4
25	14	18	18	19	19	88	17.6
30	19	25	22	19	23	108	21.6
35	7	10	11	15	11	54	10.8
						376	15.04

从表中不难看出，不同的棉花含量抗拉强度有差异，表明棉花含量这个因素的变化，对成品布的抗拉强度有一定的影响；同一棉花含量的 5 次试验结果也有差异，这是否表明成品布的抗拉强度不仅受到棉花含量改变的影响，还受到除此以外的某些随机因素的影响？

用图示法来检测试验数据是一个好主意。图 1-1 是棉花百分率对成品布抗拉强度的散点图。在图中，实点是各个观察值，圈点是抗拉强度观察值的平均值。该图显示出直到含 30% 棉花为止，抗拉强度随棉花含量的增加而增大，棉花含量超过 30%，抗拉强度有明显的减少。认为抗拉强度的变异性依赖于棉花百分率，是没有强有力的证据的。根据这一简单的图形分析，我们有把握地推测：(1) 棉花含量影响抗拉强度；(2) 含 30% 左右的棉花能使成品布的抗拉强度达到最大值。

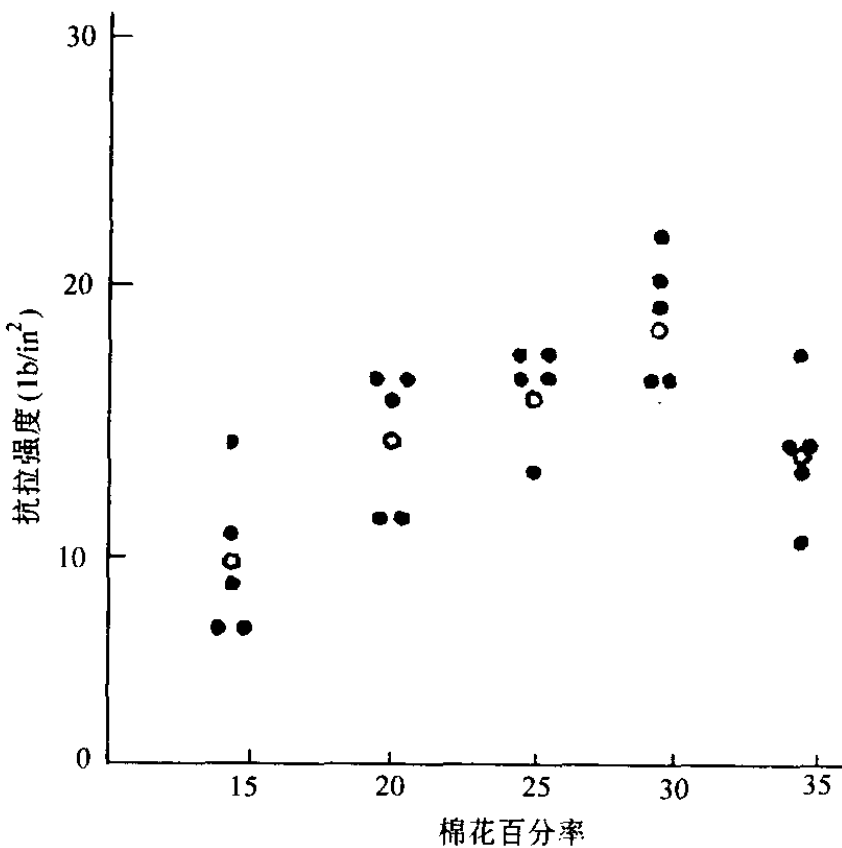


图 1-1 抗拉强度对棉花百分率的散点图

假定我们想更客观地分析这些数据。特别是，假定我们想检验所有 5 个水平的棉花百分率的平均强度之间的差别。那么，我们就有兴趣于检验所有五个均值都相等的等式。乍一看来，这个问题可以用对均值的所有可能的配对使用 t 检验法来解决。然而，这个解法是不正确的，因为那会导致犯第一类错误的概率相当大而失真。例如，设想用配对比较方式检验五个均值的等式。有 10 对可能的配对，如果对各个配对检验正确接受零假设的概率是 $1 - \alpha = 0.95$ ，则假如这些检验是相互独立时，全部 10 个检验正确接受零假设的概率是 $(0.95)^{10} = 0.60$ 。这就引起了犯第一类错误的概率大幅度的增长。

检验若干个均值的等式的恰当方法是方差分析。不过，方差分析的用途比上述问题更为广泛得多。它可能是在统计推断领域中最有用的方法。

第二节 方差分析的基本概念

一、方差分析的概念

在科学实验中常常要探讨不同实验条件或处理方法对实验结果的影响。通常是比较不同实验条件下样本均值间的差异。方差分析是检验两个或多个样本均值间差异是否具有统计意义的一种方法。例如医学界研究几种药物对某种疾病的疗效；农业研究土壤、肥料、日照时间等因素对某种农作物产量的影响；不同饲料对牲畜体重增长的效果等，都可以使用方差分析方法去解决。

具体地说，所谓方差分析就是利用试验观测值总偏差的可分解性，将不同条件所引起的偏差与试验误差分解开来，按照一定

的规则进行比较，以确定条件偏差的影响程度及其相对大小。当已确认某几种因素对实验结果有影响时，可应用方差分析检验确定哪种因素对实验结果的影响最为显著，以及估计影响程度。

例 1.2 为了考察三种催化剂对某一化工产品收率的影响，在其它条件不变的情况下，每种催化剂重复试验 4 次，所得收率的数据见表 1-2 所示。

表 1-2 收 率 数 据 表

催化剂 \ 次数	1	2	3	4	平均值
甲	35.2	33.1	35.5	36.4	35.05
乙	31.5	36.6	34.2	34.8	34.30
丙	34.9	36.8	36.3	35.8	35.95

从表中不难看出，不同催化剂的平均收率有差异，表明催化剂这个因素的变化对产品收率有一定的影响；同一催化剂的 4 次试验结果之间也有差异，这是否表明这个产品收率不仅仅受催化剂改变的影响，还受到催化剂以外的某些随机因素的影响？现在的问题是如何从这组数据中确定（1）不同催化剂的收率，究竟是否有显著地差异？（2）这种差异是催化剂这一因素的变化所引起的，还是试验中各种偶然因素的干扰所致？

例 1.3 某化合物的收率受催化剂品种与反应温度的影响，现选取三种催化剂（记做 A_1 、 A_2 、 A_3 ），四种不同的温度（记做 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 ），在催化剂与温度的 12 种不同的组合条件下，随机地进行试验。若记催化剂为 A_i 和温度为 B_j 时的合成收率为 x_{ij} ，得表 1-3 所示的数据。

这时的问题是：催化剂、温度以及实验中的各种偶然因素的综合中，谁对实验结果产生了显著地影响？其中谁的影响最大？

表 1-3 化合物的收率数据表

催化剂 A \ 温度 B	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
	A ₁	x ₁₁	x ₁₂	x ₁₃
A ₂	x ₂₁	x ₂₂	x ₂₃	x ₂₄
A ₃	x ₃₁	x ₃₂	x ₃₃	x ₃₄

对于这样的问题，利用方差分析法解决是十分有效的。方差分析法是由英国统计学家费雪（Fisher）于1923年首创的，现已成为数理统计方法中的一个很重要、也是最基本的方法。

二、方差分析中的术语

方差分析中常用的术语有以下几个：

1. 因素与处理

因素是影响因变量变化的客观条件；处理是影响因变量变化的人为条件，也可以通称为因素或因子。例如影响农作物产量的因素有气温、降雨量、日照时间等因素；研究不同肥料对不同种系农作物产量的影响时，农作物的不同种系可称为因素，所施肥料可视为不同的处理。

然而，方差分析中所说的因素是指，从对实验产生影响的众多因素中挑选出的，可通过不同的条件或处理以供考察的因素。显然，方差分析中所说的因素不应包括测不到数值的因素和实验中不可控制或难以控制的因素。

通常，我们用大写字母 A、B、C 等来表示因素。如例 1.2 中，催化剂是唯一的因素，可记它为 A。例 1.3 中有催化剂和温度两个因素，我们已分别记它们为 A 和 B。

2. 水平与水平数

因素在实验中所取的不同条件（或状态），称为该因素的水

平，水平也叫位级。例如，性别因素在一般实验下只研究两个水平：男和女；化学实验或生物实验中的“剂量”是离散化了的几个有限的水平，如：1kg，2kg，3kg三个水平。

若某因素记为 A ，则因素 A 的 a 个不同水平可分别记做： A_1 、 A_2 、……、 A_a 。 A_i 称为因素 A 的第 i 种水平或第 i 种位级。

因素选定的不同条件（或状态）的个数，称为该因素的水平数。如例 1.1 中因素棉花的水平数为 5，因为棉花含量取 15 种不同状态。例 1.3 中因素 A （催化剂）的水平数为 3，因素 B （温度）的水平数为 4。

3. 重复与重复数

在相同的条件下进行 2 次及 2 次以上的实验，称重复实验或有重复实验。如例 1.1 是有重复实验。重复是解决实验的随机误差的基本手段。应在条件允许的情况下，尽可能地采取重复试验，使样本容量足够地大，以保证实验与分析的可靠性。

相同条件下重复试验的次数简称重复数。重复数常用小写字母 r 、 s 等来表示。

重复数相等的实验，指在实验的各因素、各水平下，均做同样多次重复试验。如例 1.1 是重复数相等且为 5 的试验。

重复数不等的实验，指在不同的试验条件下重复实验次数不完全相同的实验。实际中，应尽量避免采用不等重复的实验，因为在实验总次数一定时，等重复试验要比不等重复试验的精度高。

4. 因素的主效应和因素间的交互效应

某因素单独对实验结果所产生的影响或作用，称该因素的主效应。

在多因素实验中，两个及两个以上的因素相互作用，联合对试验结果产生的影响或作用，称为交互效应。交互效应也称交互

作用。这是在科学实验和生产实践中常常遇到的问题。举例说明之。

例 1.4 有 A、B 两种药物治疗缺铁性贫血，患者 12 例，分为 4 组。实验方案是：第一组用一般疗法；第二组在一般疗法基础上加用 A 药；第三组在一般疗法基础上加用 B 药，第四组在一般疗法基础上 A、B 两药同时使用。一个月后观察红细胞增加数。要求分析两种药物的疗效，数据见表 1-4。

表 1-4 细胞增加数实验数据 (百万/ m^3)

分组 \ 编号	1	2	3	平均值
第一组	0.8	0.9	0.7	0.8
第二组	1.3	1.2	1.1	1.2
第三组	0.9	1.1	1.0	1.0
第四组	2.1	2.2	2.0	2.1

这是个双因素方差分析的问题，因素 A 与因素 B。每个因素均有用该药与不用该药两个水平。研究药物 A 和 B 是否对红细胞的增加有显著影响是对红细胞增加数的均值作以下比较。

(1) 比较第二组的均值与第一组的均值是否有显著性差异。

(2) 比较第三组的均值与第一组的均值是否有显著性差异。

前两项研究的是 A 与 B 两因素的主效应。

(3) 除了比较第四组的均值与第一组的均值是否有显著性差异外，还要研究 A 药对 B 药的疗效是否有影响，若 A 药对 B 药疗效无影响，那么除采样误差外，第四组与第二组均值之差应该等于第三组均值减去第一组均值。但是实际上 $2.1 - 1.2 = 0.9$ ， $1.0 - 0.8 = 0.2$ 。竟相差 0.7，该差值几乎与第一组均值相同。

0.7 的差值包括采样误差和 A、B 药的相互作用。这种因素之间的相互作用即为交互效应。如果交互效应存在，说明两个因素不是相互独立的。

把交互效应看作一个因素考察时，可记 A 与 B 的交互效应为 $A \times B$ 。这里的符号“ \times ”是交互的记号，不要理解为乘号。

5. 均值比较

均值的相对比较是比较各因素对因变量的效应的大小的相对比较。例如研究 A、B 效应之和是否等于它们的交互效应。或者研究 A、B 对红细胞增加数的效应是否相等。

均值的多重比较是研究因素单元对因变量的影响之间是否存在显著性差异，例如例 1.4 中研究 A 与 B 药物对红细胞增加数的疗效是否存在显著性差异。

6. 条件误差与试验误差

由试验条件不同所造成的差异，称为条件误差，也称条件变差。条件误差属于系统误差。

试验中各种偶然的（随机的）原因对试验结果产生的影响，称为试验误差。在不致引起混淆的场合，尤其是在方差分析过程中，通常所说的误差，均是指试验误差。误差仍用字母 E 或 e 表示之。

误差给试验结果带来的影响也称为误差效应，它是方差分析中必定要考察的。

第三节 方差分析的基本类型

总体上讲，方差分析包括两大基本类型。第一种就是所谓纯方差分析，其特点是当试验中的因素均可以控制，各因素所确定