

● 高等学校教学用书 ●

自动控制原理

(专 科 教 材)

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

自动控制原理

(专科教材)

沈阳黄金学院 李春甫 主编

冶金工业出版社

高等学校教学用书
自动控制原理
(专科教材)
沈阳黄金学院 李春雨 主编

冶金工业出版社出版
(北京北河沿大街首钢院北楼90号)
新华书店北京发行所发行
冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张16 1/4 字数388千字
1988年5月第一版 1988年5月第一次印刷
印数00,001~7,400册
ISBN 7-5024-0175-X

TP·7(课) 定价2.70元

前 言

本书是根据冶金工业部和有色金属总公司所属专科学校工业电气自动化专业“自动控制原理”课程的教学大纲编写的，主要讲述经典控制理论的基本内容，并以线性系统的时域法和频率法为主，也适当介绍连续控制系统的计算机辅助分析。

本书第一、二、三以及附录部分由沈阳黄金学院李春甫编写；第四、七部分由长沙有色金属专科学校李子伟编写；第五、六部分由本溪冶金专科学校逢万梁编写；第八部分由上海冶金专科学校唐敏莉编写。

全书由沈阳黄金学院李春甫主编、吉林电气化专科学校孙德山、张世铭主审。李正熙、杨树祥、佟云峰、沈小谷、冯国良、盛觉民和王明顺等同志对本书提出了许多宝贵的修改意见，对此我们致以诚挚的谢意。

编者在编写本书过程中，力求使内容符合教学大纲的基本要求；突出专科特色；充分注意课程内容的精炼、循序渐进、深入浅出和联系实际；既注意贯彻少而精原则精减篇幅，又注意保持本门学科的系统性、科学性、连续性和便于学生自学。

教材各部分均附讨论题和适量的习题和例题，以便使读者能更好地掌握基本概念、基本理论以及分析、综合的基本方法。

本书可供80~100学时教学使用。部分标有*号的内容可酌情选取。

由于编者水平有限，本书难免存在一些缺点和错误，希广大读者批评指正。

编 者

1987年5月

ABD 62/08

目 录

1 绪 论	1
1.1开环控制系统和闭环控制系统	1
1.2自动控制系统的分类和示例	4
1.3反馈控制理论概要	5
小 结	7
习 题	7
2 线性系统的数学模型	8
2.1传递函数	8
2.2典型环节及其传递函数	11
2.3常用元件和控制系统传递函数的求取	14
2.4动态结构图	19
2.5自动控制系统的传递函数	30
2.6脉冲响应函数	32
小 结	33
讨论题	33
习 题	35
3 时域分析法	38
3.1典型输入信号和时域性能指标	38
3.2二阶系统的暂态响应	41
3.3高阶系统分析	55
3.4稳定性和代数稳定判据	56
3.5稳态误差分析	60
3.6改善系统性能的一些措施	65
小 结	70
讨论题	71
习 题	72
4 根轨迹法	76
4.1根轨迹的基本概念	76
4.2根轨迹的绘制	80
4.3控制系统根轨迹分析	89
小 结	99
讨论题	100
习 题	100
5 频率特性法	102
5.1频率特性的基本概念	102
5.2典型环节的频率特性	105
5.3系统开环频率特性	113
5.4用开环频率特性分析系统的稳定性	120

5.5 用开环频率特性分析系统的性能	129
5.6 用闭环频率特性分析系统的动态性能	136
小结	139
讨论题	140
习题	141
6 频率特性法校正系统	143
6.1 串联校正的分析法	144
6.2 串联校正的希望特性法	161
6.3 反馈校正	165
小结	167
讨论题	168
习题	168
7 采样控制系统	170
7.1 采样控制系统	170
7.2 采样过程及采样定理	173
7.3 信号保持	177
7.4 z 变换	180
7.5 采样控制系统的数学模型	187
7.6 采样控制系统的分析	195
小结	202
讨论题	202
习题	203
8 连续控制系统计算机辅助分析	205
8.1 连续控制系统数学模型的数值计算方法	205
8.2 连续系统数字计算机时域分析	209
8.3 连续系统频率特性的自动求取	229
8.4 连续系统根轨迹的自动求取	239
小结	245
习题	246
附录 拉普拉斯变换	248
参考文献	254

1 绪 论

近几十年来, 自动控制技术发展得非常迅速。它已广泛应用于工农业生产、交通运输、国防建设和航天事业等许多部门中。

所谓自动控制, 是指在无人直接参与的情况下, 利用自动控制装置(通常简称控制器)使整个生产过程或工作机械(称为被控对象)自动地按预先规定的规律运行, 或使它的某些参数(称为被控量)按预定要求变化。

自动控制系统一般是由控制器和被控对象组成。自动控制系统的功用及组成是多种多样的, 其结构也有简有繁。它可以是只控制一个物理量(如温度、速度)的简单系统; 也可以是包括整个企业全部过程的大系统; 也可以是抽象的社会系统、生态系统或经济系统等等。

自动控制原理是研究自动控制技术的基础理论和自动控制规律的技术科学。本世纪五十年代末期, 以反馈控制原理为基础的自动控制理论已形成比较完整的体系, 称为经典控制理论。它以传递函数为工具, 主要研究单输入—单输出自动控制系统的分析和设计问题。主要研究的方法是根轨迹法和频率法。这些理论研究较早, 现在已经成熟, 并在工程实践中得到广泛应用。本书主要介绍这部分内容。现代控制理论是五十年代末期、六十年代以来, 由于航天技术、微电子技术、计算技术等科学技术的高度发展和工程实践的需要而迅速发展起来的。它的主要内容是, 以状态空间法为基础、研究多输入、多输出、变参数、非线性、高精度系统的分析和设计问题。最优控制、最佳滤波、系统辨识、自适应控制等理论都是这一领域研究的主要课题。近年来又由于科学技术的进一步发展, 现代控制理论在大系统工程、人工智能方面继续向前深入, 显示出自动控制理论和自动控制技术的无可估量的发展前景和巨大潜力。

1.1 开环控制系统和闭环控制系统

工业上用的控制系统, 根据有无反馈作用, 分为开环控制系统和闭环控制系统。

1.1.1 开环控制系统

如果控制系统的输出量对系统的控制作用没有影响, 称这种控制系统为开环控制系统。图1-1所示直流电动机转速控制系统就是开环控制系统的一个例子。图1-2是开环控制系统的功能方框图。

图1-1所示开环系统的输入量是给定电压 u_r , 输出量(被控制量)是转速 n 。电动机

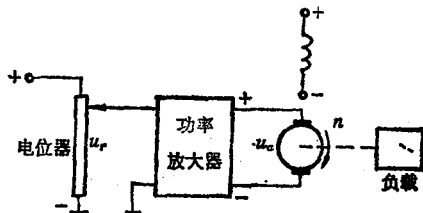


图 1-1 直流电动机转速开环控制系统

激磁电压为常数，采用电枢控制方式。调整给定电位器滑臂的位置，可得到不同的给定电压 u_r 和电枢电压 u_a ，从而控制了电动机的转速 n 。当负载转矩不变时，给定电压 u_r 和电动机转速 n 有一一对应关系。因此，可由给定电压直接控制电动机转速。如果出现扰动如负载转矩增加，电动机转速便随之降低而偏离给定值。如要维持给定转速不变，操作人员必须经过判断，相应地调整电位器滑臂的位置来提高给定电压 u_r ，使电动机转速恢复到原给定值。

这种控制系统线路简单、成本低、工作稳定。由于开环控制系统不具备自动修正被控量偏差的能力，故系统的精确度低。为提高控制精确度，应采用闭环控制系统，或在开环控制基础上附加扰动控制等。

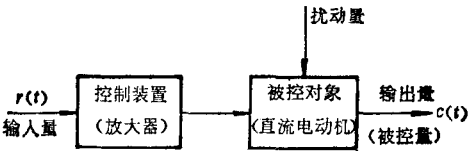


图 1-2 开环控制系统方框图

1.1.2 闭环控制系统

开环控制系统控制不精确和适应性不强的原因，是它缺少从系统输出到输入的反馈环节。欲提高控制精度，必须把输出量测出来，经物理量的转换，再反馈到输入端，与输入量进行比较，并依比较后的偏差，通过控制装置对被控对象进行控制，校正输出量，以减少或消除误差。这种通过反馈构成系统闭环，按偏差产生控制作用，以减少或消除偏差的控制系统，称为闭环控制系统，或反馈控制系统。闭环控制系统的功能方框图如图1-3所示。一种可以自动调整电动机转速的闭环控制系统如图1-4所示。这种系统的控制过程如下：由测速发电机将电动机的实际转速 n 检测出来，并转换成与给定电压相同的物理量 u_f ，然后反馈到输入端，与给定电压 u_r 相比较，其偏差值 u_e 经放大器放大后，用来控制电动机的转速，使电动机保持在与给定电压 u_r 相对应转速状态下运转。

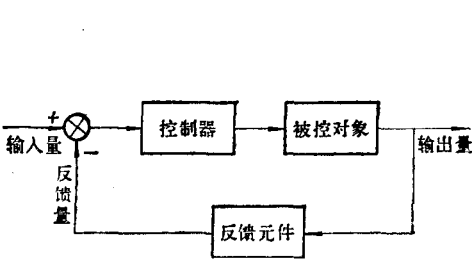


图 1-3 闭环系统功能方框图

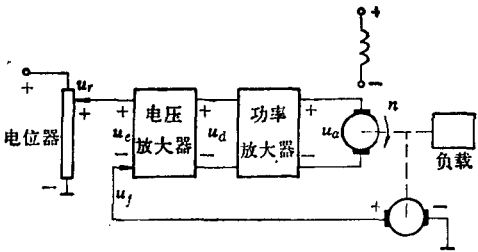


图 1-4 直流电动机转速闭环控制系统

如果负载扰动增大，则电动机转速下降，测速发电机输出电压（反馈电压） u_f 减小，与给定电压 u_r 比较后的偏差电压 u_e 增大，电枢电压 u_a 相应增大，从而使电动机的转速降得到补偿，使系统基本上恒速运行。

根据上述分析, 反馈控制系统的一个突出优点是无论什么原因引起被控量偏离其给定值(预期值)而产生偏差时, 就一定有相应的控制作用产生, 而这种控制作用将减小或消除偏差, 使被控量趋近于或回复到要求值。因此, 从原理上讲, 反馈控制系统具有控制内部和外部各种干扰的能力, 故其控制精度高。但闭环控制系统不仅使用元件多、线路复杂, 且因信号反馈的作用, 如果未选好系统元件或系统参数配合不当时, 调节过程可能变得很差, 甚至出现发散或等幅振荡等不稳定情况。

必须指出, 只有按负反馈原理组成的闭环控制系统才能实现自动控制。正反馈则相反, 将使偏差越来越大, 不仅不能纠正偏差, 反而使系统无法工作。

1.1.3 闭环控制系统的基本组成

根据控制对象和使用元件不同, 闭环控制系统具有各种不同的形式, 但一般闭环控制系统由以下基本元件(或装置)组成。闭环控制系统的基本组成方框图如图1-5所示。

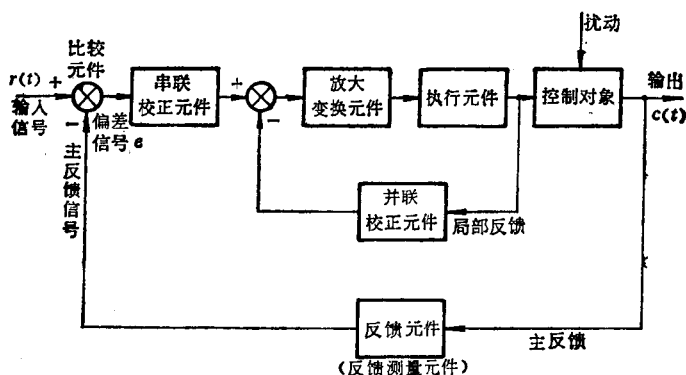


图 1-5 闭环控制系统的基本组成

被控对象——自动控制系统需要进行控制的工作机械或生产过程。被控对象要求实现控制的物理量称为被控量或输出量。

执行元件——直接对被控对象进行操作, 使被控量达到期望值的元件。

反馈测量元件——用来测量被控量并将其转换成与控制量同一物理量并反馈到输入端的元件。

比较元件——用来比较控制信号与反馈信号, 并产生反映两者差值的偏差信号的装置。如电位器、电桥等。

校正元件——为了便于调整系统参数或结构的一种装置, 它能改善系统的性能。

在图1-5中, 系统的基本元件和被控对象均用方框表示。信号的传递方向由箭头表示, 该传递方向是单向不可逆的。信号从输入端沿箭头方向达到输出端的传输通路称为前向通路或前向通道; 系统输出量由测量元件反馈到输入端的通路称为主反馈通路; 前向通路与反馈通路一起构成主回路。此外, 尚有局部反馈通路以及由它组成的内回路。

在实际控制系统中, 扰动总是不可避免的, 它可作用在系统中任一部位上。如果扰动产生在系统内部, 称为内扰动; 若产生在系统外部称为外扰动。

1.2 自动控制系统的分类和示例

自动控制系统的种类很多,应用的范围也很广泛,它们的结构、性能和控制任务也各不相同。因此,其分类方法很多。

1.2.1 按输入作用变化情况,控制系统可分为恒值控制系统、随动系统和程序控制系统。

(1) 恒值控制系统(或称定值调节系统、自动镇定系统)

在这类系统中,给定值是不变的。但由于干扰动的存在,将使被控量偏离期望值。控制系统能根据偏差产生控制作用,使被控量恢复到期望值,以克服扰动作用的影响。上面所举的电动机转速控制系统,当给定值不变时,就是一恒值控制系统。

(2) 随动系统(或称自动跟踪系统)

这类系统其给定值是预先不知道的随时间任意变化的函数。控制系统能够使被控量以尽可能小的误差跟随给定值(即输入量)的变化。随动系统也能克服各种扰动作用的影响,但一般来说,扰动的影响是次要的。

图1-6和图1-7是一位置随动系统的原理图及其功能方框图。该控制系统是控制工作机械的位置,使之按指令电位器(或称给定电位器)给定的规律变化。操作者移动指令电位器的滑臂,则滑臂的角度位置被转换成为电压 u_r ,被控对象的位置由反馈电位器检测并转换成反馈电压 u_f 。当工作机械位置与指令信号的位置有偏差时,通过两个电位器组成的桥式电路得到偏差电压 $u_e = u_r - u_f$ 。即当给定量 θ_r 与被控量 θ_e (工作机械位置)不等时,电位器便有偏差电压 u_e 输出。 u_e 经放大后,使执行电动机连同工作机械和输出电位器的滑臂一起跟随给定值 θ_r 。直至 $\theta_e = \theta_r$,执行电动机便停止运转,系统在新的位置上处于与指令同步的平衡工作状态,跟随任务即告完成。这种能够任意操作和跟随的系统称为随动系

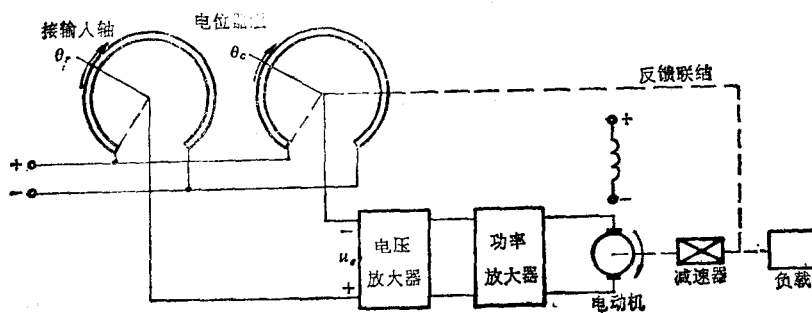


图 1-6 位置随动系统原理图

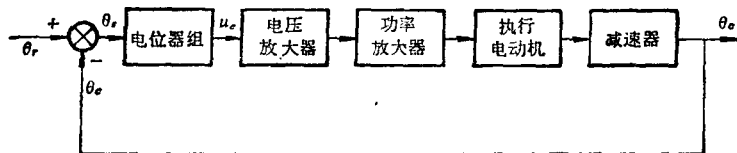


图 1-7 位置随动系统方框图

统。由图1-7可见, θ_c 直接反馈到输入端和 θ_c 比较, 因此这种系统称为单位反馈或 直接 反馈系统。随动系统具有这种结构形式。

(3) 程序控制系统

给定值按预先给定的规律(又称程序)变化的控制系统, 称为程序控制系统。机械加工中的程序控制机床就是一个典型的例子。

1.2.2 线性系统和非线性系统

根据组成自动控制系统主要元件动态方程式的特征, 控制系统可分为线性控制系统和非线性控制系统。

(1) 线性控制系统

由线性元件所组成的系统, 称为线性系统。该系统的运动方程式用线性微分方程描述。系统的主要特点是具有齐次性和叠加性, 系统的响应与初始状态无关。

线性微分方程式的系数为常数时, 称为定常线性系统。本课程主要研究定常线性系统。

(2) 非线性系统

在自动控制系统中, 即使只含有一个非线性元件, 这个系统也是非线性系统。非线性系统不能用叠加原理, 非线性系统的响应与初始状态有极大关系。

1.2.3 连续控制系统和离散控制系统

(1) 连续控制系统

系统中各部分信号都是连续函数形成的模拟量。如前述的直流电动机转速控制系统和随动系统都是连续控制系统

(2) 离散控制系统

所谓离散控制系统是指在控制系统的一处或数处的信号为脉冲列或数码传递的系统。

如果在系统中使用了采样开关, 将连续函数形式的信号转变为脉冲列形式信号去控制系统, 则通常称此系统为采样控制系统或脉冲控制系统。

如果在系统中使用了数字计算机或数字控制器, 其信号是以数码形式传递, 则称此系统为采样数字控制系统, 或简称为数字控制系统。

通常把采样控制系统和数字控制系统称为离散控制系统或采样控制系统。

通常用微分方程式来描述连续控制系统运动, 而描述离散控制系统则用差分方程式。同连续控制系统一样, 离散控制系统也有线性和非线性离散控制系统之分。

随着现代科学和生产的发展, 对控制技术的要求越来越高, 因此出现了许多新的、更加复杂、性能更高的自动控制系统。例如最优控制系统和自适应控制系统等等。这些新型的控制系统将在现代控制理论和各专题课程中研究。

1.3 反馈控制理论概要

自动控制系统虽然有不同的类型, 但有相类似的研究内容和方法。自动控制原理就是对系统进行分析 and 设计的一般理论。

已知系统的结构和参数时, 研究系统在某种典型输入信号作用下被控量变化的全部过程, 并从这个动态过程得出评价系统的性能指标, 以及讨论性能指标和系统的结构、参数的关系, 这类问题称为对系统进行分析。

在既定的输入作用下，系统的动态过程依系统的结构、参数不同，可有不同的过程形式。图1-8给出系统在单位阶跃给定输入作用时，被控量的跟踪过程。

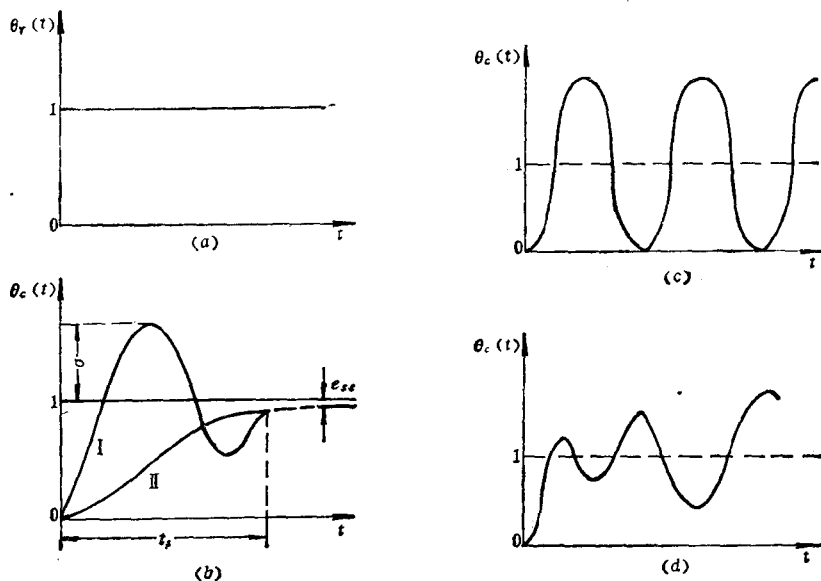


图 1-8 随动系统对阶跃输入的跟踪过程

(a) 单位阶跃输入；(b) I 衰减振荡调节过程，II 单调调节过程；(c)、
(d) 不稳定系统的跟踪过程

从调节过程中被控量的变化情况看，所谓对系统进行分析，就是研究系统的稳定性、暂态性能和稳态误差等问题。故对一般的反馈控制系统都提出如下的基本要求：

(1) 首先控制系统必须是稳定的（如图1-8b）。不稳定的控制系统（如图1-8c、d）是无法工作的。

(2) 对暂态过程的要求是：调节过程快；暂态过程平稳，即要求暂态过程振荡不激烈。常用调节时间 t_s 和最大超调量 σ 两个性能指标来评价系统的暂态性能。

(3) 要求系统稳态精度高，一般用稳态误差评价。稳态误差是系统在动态过程中，时间趋于无穷大时，系统被控量和期望值之差。对要求精度高的系统，稳态指标必须满足要求。

分析系统是为了了解和认识系统。对于从事自动控制的人员来说更重要的工作是建造系统和设计系统。设计系统的问题比分析系统的问题更复杂得多。它不但要求有足够的控制理论知识，还要求具有控制元件和控制系统方面的知识。

从理论上讲，当控制系统的主要元件和结构形式被确定以后，为满足暂态性能指标和稳态误差要求，须通过附加的校正装置来改变控制系统的某些参数（有时也改变了系统的结构）。这种方法叫做校正。寻找改善系统参数或附加校正装置的过程叫做系统综合。系统的综合是系统设计的一部分。

本课程于第二部分讲授线性控制系统数学模型的建立；于第三、四、五部分将分别采用时域分析法、根轨迹法和频率法对反馈控制系统分析；在第六部分研究控制系统的校正问题，继而讲授采样控制系统和控制系统的计算机辅助分析。

小 结

本部分主要通过一些具体的自动控制系统简单介绍了控制系统的工作原理和组成，从而使读者熟悉和理解有关概念及一些名词、术语的含义。

分析系统工作原理时，要搞清楚系统如何出现偏差，怎样检测偏差、如何产生控制作用和怎样校正偏差。

本部分还概括地介绍了控制原理课程的研究内容和方法，以及对控制系统提出的基本要求。

习 题

- 1-1 举出几个开环系统和闭环控制系统的例子。说明它们的工作原理。
- 1-2 画出图1-4所示的直流电动机转速闭环控制系统的方框图。
- 1-3 图1-9为水位自动控制系统的示意图。说明系统工作原理、组成，并画出系统的方框图。

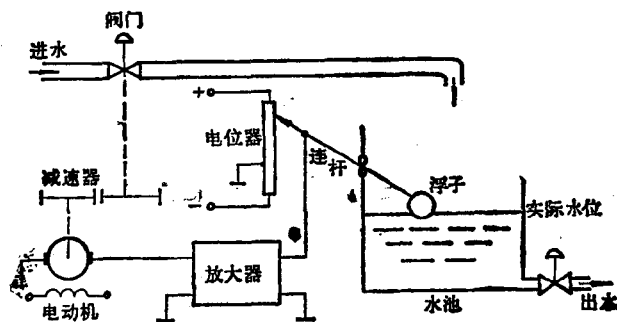


图 1-9 水池水位自动控制系统示意图

- 1-4 图1-10为一温度控制系统原理图。指出系统输入量和被控量区分控制对象和控制器。说明控制器各组成部分的作用，画出系统功能方框图。

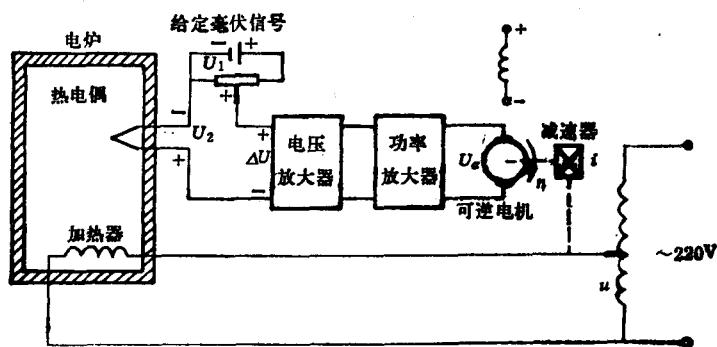


图 1-10 温度控制系统原理图

2 线性系统的数学模型

欲分析或设计自动控制系统，首先要建立系统的数学模型。描述系统输入、输出变量以及内部各变量间动态关系的数学表达式，称为动态模型（简称数学模型）。在经典控制理论中，采用输入-输出的描述方法，常用的数学模型有微分方程、传递函数和动态结构图。

建立合理的数学模型，决非易事。在建立模型过程中，必须在模型的简化性和分析结果精确性之间作出某些折衷的考虑。即根据系统的实际结构、参数及计算所要求的精度，略去一些次要因素，使模型既能准确地反映系统的动态本质，又能简化分析计算工作。

简化的数学模型通常是一个线性微分方程式。由线性微分方程式描述的系统称为线性系统。当线性微分方程式的系数是常数时，称相应的系统为线性定常系统。本书主要研究线性定常系统。凡能用微分方程描述的系统，都是连续时间系统。如果系统中含有数字计算机或数字元件，须用差分方程来描述系统，则称这种系统为离散时间系统。若系统中存在非线性特性，该系统必须用非线性微分方程来描述，则称这种系统为非线性系统。

2.1 传递函数

微分方程是线性元件或系统的最基本的数学模型。列写微分方程的依据是各元件或系统的工作过程中所遵循的物理规律，如电路系统的基尔霍夫定律和力学系统的牛顿定律等等。图2-1所示的RLC串联电路的数学模型为一线性常系数二阶微分方程式：

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-1)$$

描述系统或元件的微分方程的一般形式为

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t) \quad (2-2)$$

式中 $c(t)$ ——元件或系统的输出量；

$r(t)$ ——元件或系统的输入量；

$a_0, a_1, \dots, a_n$ 及 $b_0, b_1, \dots, b_m$ 是与系统结构、参数有关的常数。

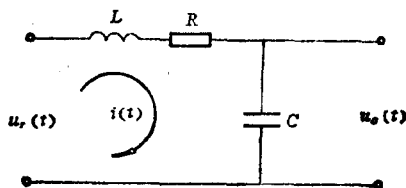


图 2-1 RLC串联电路

求解控制系统的微分方程,可以得到在确定的初始条件及外作用下系统输出的响应表达式,并可以作出时间响应曲线,因而可直观地反映出系统的动态过程。

然而求解微分方程,特别是求解高阶微分方程的计算工作相当烦杂,而且难以找出微分方程的系数(由组成系统元件参数决定)对方程的解(一般为系统的被控量)的影响的一般规律,一旦结果不满足要求,便无法从解中找出改进方案。因此这种方法不便于对系统进行分析和设计。

在拉氏变换基础上,引入描述线性系统在复数域中的数学模型——传递函数,不仅可以表征系统的动态性能,而尚可借以研究系统的结构或参数变化时对系统性能的影响。在经典控制理论中广泛应用的频率法和根轨迹法都是建立在传递函数的基础上的。因此,传递函数是经典控制理论中最基本、最重要的概念。

2.1.1 传递函数的基本概念

在初始条件为零时,对式(2-2)等号两边进行拉氏变换,可得到复变量 s 的代数方程,即

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0) C(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0) R(s) \quad (2-3)$$

则有

$$C(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} R(s); \quad n \geq m \quad (2-4)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}; \quad n \geq m \quad (2-5)$$

上式中 $G(s)$ 是微分方程在初始条件为零时,输出量拉氏变换与输入量拉氏变换之比,称为线性系统或元件的传递函数。它恰好等于在微分方程式等号两侧用拉氏变量 s 的各次幂置替相应各阶导数而得到的多项式。因此,只要有系统或元件的微分方程就可以直接写出其传递函数。反之亦然。下面举例说明传递函数的求法。

例2-1 求图2-1所示RLC串联电路的传递函数。

解 用复变量 s 的各次幂代替式(2-1)的相应各阶导数,则上式可以表示为

$$(LCs^2 + RCs + 1)U_c(s) = U_r(s)$$

所以RLC串联电路的传递函数为

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (2-6)$$

2.1.2 关于传递函数的几点说明

(1) 传递函数是复变量 s 的有理真分式函数。对于实际物理系统,多项式的所有系数为实数,且分母多项式的阶次 n 高于或等于分子多项式的阶次 m 。分母阶次为 n 的传递函数称为 n 阶传递函数,相应的系统称为 n 阶系统。

(2) 传递函数只取决于系统或元件的结构、参数,与输入信号(外作用)的形式无关。

(3) 传递函数是在零初始条件下定义的,因此,传递函数不能反映系统在非零初始条件下的全部运动规律。

(4) 一个传递函数只能表示一个输入对一个输出的关系。至于信号传递通道中的中间变量用一个传递函数无法全面反映。如果是多输入多输出系统,也不能用一个传递函数来表征系统各变量间的关系,而要用传递矩阵表示。

(5) 传递函数的定义仅适用于线性系统。严格地讲,它只适用于线性定常系统。

(6) 传递函数可表达为零-极点形式。经整理可将式(2-5)写成

$$G(s) = \frac{b_m}{a_n} \frac{s^m + d_{m-1}s^{m-1} + \dots + d_1s + d_0}{s^n + c_{n-1}s^{n-1} + \dots + c_1s + c_0} \quad (2-7)$$

$$= \frac{K_g \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

式中 $z_i (i=1, 2, 3, \dots, m)$ 为分子多项式等于零的根,称为传递函数的零点,也叫作元件或系统的零点;

$p_j (j=1, 2, \dots, n)$ 是分母多项式等于零的根,称为传递函数的极点,也叫元件或系统的极点;

K_g 是传递函数用零-极点形式表示时的传递系数。

对于实际物理系统的零-极点也可是共轭复数。对于共轭复数的零、极点常用二阶项表示。例如 p_1 、 p_2 为共轭复数极点,其相应的二阶项为

$$\frac{1}{(s - p_1)(s - p_2)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad (0 < \zeta < 1) \quad (2-8)$$

二阶项系数 ζ 及 ω 可由 p_1 及 p_2 求得。对于共轭复数的零点,也仿此写成相应的二阶项。

对传递函数含有 v 个零值极点,并考虑到零、极点均有实数和共轭复数时,则表以零-极点形式的传递函数的一般形式为

$$G(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^{m_1} (s - z_i) \prod_{k=1}^{m_2} (s^2 + 2\zeta_k \omega_k s + \omega_k^2)}{s^v \prod_{j=1}^{n_1} (s - p_j) \prod_{l=1}^{n_2} (s^2 + 2\zeta_l \omega_l s + \omega_l^2)} \quad (2-9)$$

式中 $m = m_1 + 2m_2$; $n = v + n_1 + 2n_2$

(7) 传递函数也可写成如下形式

$$G(s) = \frac{b_0}{a_0} \frac{d'_m s^m + d'_{m-1} s^{m-1} + \dots + d'_1 s + 1}{c'_n s^n + c'_{n-1} s^{n-1} + \dots + c'_1 s + 1}$$

$$= K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (\tau_i s + 1)}{\prod_{j=1}^n (T_j s + 1)} \quad (2-10)$$

式中 $\tau_i = \frac{1}{z_i}$ —— 分子各因子的时间常数;

$T_j = \frac{1}{p_j}$ ——分母各因子的时间常数；

K ——传递函数的传递系数或称系统的传递系数，习惯上也叫放大系数。

若传递函数中含有 v 个零值极点，且零、极点都有实数和共轭复数时，则传递函数的一般形式仿式 (2-10) 可写成：

$$G(s) = \frac{K \cdot \prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{s^v \prod_{j=1}^{n_1} (p_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} \quad (2-11)$$

式 (2-11) 中分子和分母的二阶项可仿式 (2-8) 计算。

(8) 利用传递函数可以把元件或系统的输出量的拉氏变换写成为传递函数与输入量拉氏变换的乘积，即

$$C(s) = G(s)R(s) \quad (2-12)$$

2.2 典型环节及其传递函数

设计一个控制系统时，首先要考虑元件的选择，如放大元件、执行机构、反馈装置等等。对不同系统，这些功能元件是多种多样的。但从控制理论的观点来说，所关心的不是元件的物理（化学）功能，而是其数学模型。无论何种类型的元件，只要其数学模型相似，其动态性能必然相似。这对系统来说也是如此。因此从控制理论角度出发，不论任何不同物理功能的系统，都认为它们系由几种典型环节所组成。从传递函数的基本因子来看，线性系统的典型环节有比例环节（放大环节）、积分环节、惯性环节、振荡环节、微分环节和延迟环节等多种。

2.2.1 比例（放大）环节

比例环节的微分方程式为

$$c(t) = K r(t)$$

传递函数为

$$G(s) = K \quad (2-13)$$

式中 K ——比例系数、传递系数或放大系数。

比例环节方框图如图2-2所示。

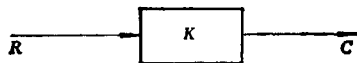


图 2-2 比例环节函数框图

2.2.2 惯性环节

惯性环节的微分方程式为

$$T \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$$

式中 T ——时间常数。