

7/11/54.2

C56



国家自然科学基金研究专著
NATIONAL NATURAL SCIENCE FOUNDATION OF CHINA



中華人民共和國科學院

电气工程涡流问题的 分析与验证

Eddy Current Analysis and
Validation in Electrical Engineering

程志光 高生 李琳 著
Cheng Zhiguang Gao Sheng Li Lin

高等教育出版社

本书采用的主要符号和有关约定

1. 主要符号表

符 号	意 义	国 际 单 位
B	磁感应强度	T(特[斯拉])
H	磁场强度	A/m(安[培]每米)
J	电流密度	A/m ² (安[培]每平方米)
E	电场强度	V/m(伏[特]每米)
D	电通[量]密度(也称电位移)	C/m ² (库[仑]每平方米)
ϵ	电容率(介电常数)	F/m(法[拉]每米)
μ	磁导率	H/m(亨[利]每米)
ν	磁阻率	m/H(米每亨[利])
μ_r	相对磁导率	1(—)
μ_0	真空磁导率	H/m(亨[利]每米)
σ	电导率	S/m(西[门子]每米)
ρ	电阻率	$\Omega \cdot m$ (欧[姆]米)
\mathbf{A}	磁矢位	Wb/m(韦[伯]每米)
\mathbf{A}_S	源磁矢位	Wb/m(韦[伯]每米)
\mathbf{A}_r	简化磁矢位	Wb/m(韦[伯]每米)
$\mathbf{A}_r = \mathbf{A} - \mathbf{A}_S$		
\mathbf{A}^*	修正的磁矢位	Wb/m(韦[伯]每米)
	$A^* = A + \int \nabla V dt$	
V	标量电位	V(伏[特])
V^*	标量电位的时间积分	V·s(伏[特]秒)
	$V^* = \int V dt$	
\mathbf{T}	电流矢量位	A/m(安[培]每米)
Ψ	全磁标位	A(安[培])
	$\mathbf{H} = -\nabla \Psi$	
\mathbf{J}_S	源电流密度	A/m ² (安[培]每平方米)
\mathbf{H}_S	源磁场强度	A/m(安[培]每米)
	$\nabla \times \mathbf{H}_S = \mathbf{J}_S$	
φ	简化磁标位	A(安[培])
	$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s - \nabla \varphi$	
N_i	矢量权(形状)函数(节点元)	
W_i	标量权(形状)函数(节点元)	
W_i	权(形状)函数(棱单元)	1/m(每米)
W_h	单位体积(或重量)磁滞损耗	W/m ³ (瓦[特]每立方米)

W/kg (瓦[特]每千克)

注：各章中所采用的符号均按此表统一解释。表中未包含的符号，或按常规，或在出处指明。

2. 关于本书的约定

以下约定仅适用于本书。

2.1 关于电工名词标准用法

文献中习惯采用的矢量磁位和标量磁位，根据中国科学技术名词审定委员会公布的《电工名词》(1998年版)中的有关规定，本书已分别改用磁矢位、磁标位。并参照上述规定将简化矢量磁位、全标量磁位、简化标量磁位分别改为简化磁矢位、全磁标位、简化磁标位。由于对电流矢量位、标量电位没有相应的规定，在本书中仍保留其习惯用法。

2.2 关于外国学者人名

鉴于电磁学领域中外国人姓名的译法不尽统一，又应尊重其中文的出版物中与经典理论相关的外国人名采用中文译名的习惯，本着方便、易懂、通用、简化的原则，关于外国人姓名的引用约定如下：

(1) 沿用的外国学者人名的中文译名大多与电磁学的经典理论相关，例如，高斯，安培，麦克斯韦等，本书尽可能采用国内统一的译法，本领域中常见的外国学者中文译名见本书附录三(常见外国经典电磁学者译名)。至少在每章第一次出现的外国人中文译名之后加其英文姓，例如，拉格朗日(Lagrange)。

(2) 对于在电磁学领域出现的当代外国学者人名(即除了前已指出的中文出版物中沿用的外国人名的中文译名外)一律采用在正式英文出版物上使用的英文拼写的姓名(缩写的名在前，姓在后)，不给出中文译名。因为众多的当代外国人名采用中文译名不仅烦琐，而且由于译名不准确、不统一容易引起混乱，甚至使读者非常熟悉的学者反因不识其译名而不知为何人也。当然，如果把“安培”写成“Ampere”又似乎会让人不习惯。故外国人名在本书中采用两种表示方式。

2.3 关于年代

本书的出版恰逢世纪之交，本书正文中所称××年代，指20世纪××年代。例如，所称80年代，意指198×年。

前　　言

本书基于作者完成的国家自然科学基金资助项目“电机工程中大型涡流问题的有效解法研究”（参见国家自然科学基金资助项目《研究成果年报》，工程与材料学科，1996：39；项目批准号：59277296）的成果，以项目研究总结报告为主体，吸纳作者完成的相关研究成果，面向工程，维系领域前沿，涉及低频涡流问题的有限元分析方法的研究、试验验证及工业应用。本书由国家自然科学基金研究成果专著出版基金和全国优秀博士学位论文出版基金资助出版。

任何一个电工设备的金属构件都会在交变外施磁场作用下感应出涡流。在不同的场合人类对涡流采取限制和利用两种截然不同的态度。本书主要研究前者。由于涡流在导体中产生损耗，对导磁材料而言还表现出磁滞行为，人们不仅从节省能源的角度关心损耗的总量，而且从提高设备和系统的可靠性的观点特别关注损耗的分布，因为导体构件中局部损耗密度过大可能危及产品乃至系统的正常运行。随着电工产品的单台容量的增加，关于损耗、可靠性的深入研究更显得势在必行。然而，大型电工设备一般具有结构复杂、尺寸庞大、导磁材料的浅透入、非线性、各向异性以及不同性能材料复合等特点，给工程三维涡流问题的有限元分析带来困难。

电机工程中至今有相当一部分深层次的与电磁场相关的问题并没有解决，或者没有认识清楚，或者没有准确定量的分析和描述，或者还没有非常成熟有效的处理技术和经验。作者在多年进行的涡流问题的研究中一直在追求解决大型工程涡流问题的有效性。曾与众多的国内外学者讨论这一问题。为了实现这一目标必须首先完成一系列的基础性研究开发工作。

作者有幸得到了国家自然科学基金委员会、国内外同行们的真诚的鼓励和宝贵的支持。在国家自然科学基金资助下完成了“电机工程中大型涡流问题的有效解法研究”，以该研究成果为主要内容之一的科研项目获国家科技进步二等奖；反映三维涡流研究成果的学术论文获中国电机工程学会首届优秀论文一等奖；在项目支持下第一作者完成的清华大学博士学位论文被评为全国优秀博士学位论文。经过数年如一日的努力，作者和他的合作者们建立了由中国人提出的第一个国际 TEAM (Testing Electromagnetic Analysis Methods, 电磁场分析方法验证) 基准问题，使我国在 TEAM 领域占有一席之地。把那些充满献身精神的创造性劳动、有助于工程涡流问题解决的成果系统地整理出来是作者多年的愿望。这一愿望在国家自然科学基金委的支持下终于实现了。

本书由方法篇、验证和应用篇两部分构成。注重低频涡流问题的有限元分析方法研究的全过程切实面向工程，建立基准问题，严格地实施方法验证，参与国际合作研究，力求方法及软件的工程有效性、可用性，是作者进行涡流研究的重点，也是本书的主要特点。

方法篇系统地介绍三维涡流研究的发展进程、前沿最新成果，阐述处理工程涡流问题的工程观点，基于作者的实践介绍工程涡流问题的基础知识、基本解法，深入浅出地推演基于各种位组的三维涡流公式、数值实现过程，揭示矢量位—标量位各种位组，例如， \mathbf{A} (磁矢位)—

2 电气工程涡流问题的分析与验证

V (标量电位)、 T (电流矢量位)- Ψ (磁标位)的内在和外在的对偶关系。系统地比较各种分析方法、各类单元(例如,节点元、棱单元)的优势和不足。介绍作者进行的位组组合的模型数值试验,以及软件研发的实践。为了有效地解决电气工程中的大型浅透入问题,研究了双磁标位的表面阻抗法。最后,介绍了改进的 PICCG 解法。

验证及应用篇介绍国际系列 TEAM 活动的产生和发展,其目的在于建立各类基准模型用以严格检验涡流分析方法及相应的分析软件的有效性、可用性,并深入揭示电磁装置的涡流场行为;介绍作者基于变压器杂散损耗问题提出的一个三维损耗模型,被国际 TEAM 指导委员会批准为第 21 基准问题(Problem 21)。这使作者在国家自然科学基金资助下进行的涡流研究国际化,有助于杂散损耗这一电工领域经典难题的解决。基于第 21 基准问题进行了面向产品的进一步拓展,建立了 Problem 21 基准族,使得工程规模的三维涡流分析的可行性得到进一步的验证,并深入地研究了导磁钢、非导磁钢的不同的损耗行为。在深入进行涡流分析方法的工程有效性的基础上介绍了不同方法在变压器工程中的应用。基于对解决大型工程涡流问题的“瓶颈”因素的分析,论证了在电磁产品研究开发、设计过程中建立完备的电磁设计环境的必要性,并给出应用实例。

本书的读者可能是电气工程专业的研究生、工程师和从事电磁场研究开发的科研工作者,作者在撰写本书的时候,力求使工程师不感到涡流理论艰深、公式推导乏味;不使科研工作者对工程涡流问题的建模处理束手无策、对问题的复杂的工程背景感到茫然。建议研究生和从事电磁场研究开发的读者应认真掌握理论基础,起码要对一种基本的涡流分析方法独立地完成公式推导,深入了解数值实现的全过程,并应了解工程涡流问题、建立工程观点;建议读本书的电气工程师、设计师了解领域发展、掌握基础知识,认真进行分析方法的有效性的验证,特别是要确认分析方法的工程可用性,并应对分析方法的数值实现有正确、基本的了解。

本书由保定天威集团有限公司和华北电力大学的部分项目主研人合作完成,各章作者是:第 1—8, 11—14, 16 章, 程志光; 第 9 章, 李琳; 第 10 章, 高生; 第 15 章, 程志光, 李琳。参加项目的主研人员还有: 胡启凡, 崔翔, 邵汉光, 苑津莎, 吴明训, 王泽忠, 刘志光, 叶传东等。

作者深深感激清华大学马信山教授、华北电力大学崔翔教授百忙中认真审阅书稿的全文,对全书的框架的形成提出了重要的指导性意见,对章节中的一些问题提出了重要的修改意见。湖北工学院的周克定教授、日本冈山大学的高桥则雄(N. Takahashi)教授、保定天威集团的胡启凡教授、沈阳工业大学的谢德馨教授、河北工业大学的刘硕博士、保定天威集团的王晓莺工程师等对书稿提出了许多重要的修改意见和建议,同作者进行了多次有益的讨论,使本书避免了很多失误。作者衷心感谢国家自然科学基金委员会的宝贵支持,感谢保定天威集团、华北电力大学的各有关领导,特别是天威集团的历届总工程师,和参加本项国家自然科学基金资助项目研究的甘苦与共的各位合作伙伴、天威集团技术中心、信息技术研究所、变压器检测中心等单位的各位同事的热情鼓励、帮助。对国内外所有的合作者、支持者,一并表示深挚的谢意。

限于作者水平,书中一定会有错漏和不妥之处,殷切希望读者给予批评、指正。

作 者
2000 年 10 月

目 录

第一篇 涡流分析方法的研究和数值实现	
第1章 绪论	3
1.1 关于电磁场问题研究的发展过程和现状	3
1.2 工程电磁场问题面临的挑战和机遇	6
1.3 解决工程涡流问题的对策与途径	7
1.4 电力变压器中的涡流及电磁场相关问题	8
1.5 关于本书的主体构思	10
参考文献	11
第2章 准备知识	23
2.1 概述	23
2.2 关于工程观点	23
2.3 数学工具	26
2.4 有限元类型	28
2.5 关于建模和数值实现	29
2.6 场解的唯一性	29
2.7 软件及测试	30
2.8 关于频域算法	30
2.9 与涡流分析相关的一些基本知识	30
2.10 本章小结	33
参考文献	33
附录 2.1 常用矢量运算公式	34
第3章 低频电磁场问题的基础方程及加权余量技术	36
3.1 概述	36
3.2 麦克斯韦方程	37
3.3 低频涡流问题分析的制约方程	37
3.4 矢量伽辽金与标量伽辽金处理	40
3.5 标准化伽辽金余量单元	44
3.6 本章小结	44
参考文献	45
第4章 棱单元和节点元	47
4.1 概述	47
4.2 关于节点元和棱单元的发展	48
4.3 关于棱单元的形状函数	52
4.4 棱单元的前处理	58
4.5 棱单元应用例	59
4.6 本章小结	64
参考文献	65
第5章 两种基本涡流分析方法的实现	68
5.1 概述	68
5.2 $A - V - A$ 方法	69
5.3 $T - \Psi - \Psi$ 方法	80
5.4 关于各向同性和各向异性材料的非线性处理	87
5.5 本章小结	91
参考文献	91
附录 5.1 关于面积分项可以消去的说明	92
第6章 基于 $A - V$、$T - \Psi$ 两位组的三维涡流组合分析方法	94
6.1 概述	94
6.2 组合分析方法的特点	95
6.3 制约方程及边界条件	96
6.4 伽辽金处理	97
6.5 关于 $A - V - A - \Psi$ 系数阵的问题	100
6.6 组合软件的基本描述	104
6.7 A 和 T 位组间的子域对偶	105
数值分析与试验	105
6.8 本章小结	112
参考文献	112

第 7 章 关于简化磁矢位 A_r 的应用	116	10.7 条件预优的 ICCG 算法	153
7.1 概述	116	10.8 本章小结	155
7.2 $A_r - V - A_r$ 制约方程	116	参考文献	155
7.3 伽辽金处理	118	第二篇 涡流分析方法的验证和工程应用	
7.4 关于 A_S 与 H_S 的计算与检验	119	第 11 章 模拟三维杂散损耗的国际 TEAM 第 21 基准问题	
7.5 试验结果和讨论	119	11.1 概述	159
7.6 本章小结	126	11.2 Problem 21 的特征	160
参考文献	126	11.3 关于基准模型的构成	161
第 8 章 三维涡流数值分析中若干数值近似性问题	127	11.4 Problem 21 的定义	162
8.1 概述	127	11.5 关于 Problem 21 定义的修改	169
8.2 关于 $E - \Psi$ 方法	127	11.6 关于 Problem 21 的分析和试验	171
8.3 简单模型试验	128	11.7 部分试验和计算结果	173
8.4 薄平板涡流解析解	128	11.8 本章小结	187
8.5 数值试验结果及分析	129	参考文献	187
8.6 关于导体边界的 $E_n = 0$ 条件	131	附录 11.1 关于 Problem 21 的论文 (按发表时间顺序)	
8.7 关于低阶元交界面条件的实现	131	188	
8.8 关于交界面处理的改进	134	附录 11.2 国际 TEAM 基准问题 (1986—2000)	
8.9 本章小结	134	190	
参考文献	135	第 12 章 磁场、涡流与损耗测量的相关技术	
第 9 章 双磁标位的表面阻抗法	136	12.1 概述	192
9.1 概述	136	12.2 涡流损耗和磁滞损耗 分离的试验方法	193
9.2 基本方程	138	12.3 涡流和磁通密度测量的改进方法	196
9.3 加权余量法	138	12.4 $W_h - B_m$ 曲线的测量	197
9.4 钢板磁导率非线性的处理及 钢板涡流损耗	139	12.5 测量材料电导率(σ)的四端子法	199
9.5 解的唯一性	140	12.6 关于指定位置的磁通密度和 交链磁通的测量	200
9.6 应用实例	141	12.7 钢中损耗的测量	202
9.7 本章小结	144	12.8 本章小结	205
参考文献	144	参考文献	205
第 10 章 改进的 PICCG 解法	145	附录 12.1 变频损耗分离试验的 部分数据	
10.1 概述	145	206	
10.2 大型稀疏矩阵的存储方法	145	第 13 章 基于 Problem 21 的广延 数值试验	
10.3 一种可变参数预优处理的不完全乔利 斯基分解的共轭梯度(PICCG)法	147	10.6 最速下降法和共轭梯度法	207
10.4 矩阵的预优化处理	148		
10.5 分解法	149		
10.6 最速下降法和共轭梯度法	152		

13.1 概述	207	第 15 章 涡流分析方法在电力 变压器工程中的应用	243
13.2 离散数据和材料的 磁导率对损耗的影响	208	15.1 概述	243
13.3 材料的电导率对涡流损耗、 最大横向磁通密度的影响	214	15.2 电气工程涡流问题的特征	244
13.4 激励电流对损耗的影响	214	15.3 工业应用所面临的 困难和有利条件	245
13.5 损耗的非线性收敛趋势	216	15.4 关于二维、三维涡流分析方法的 选择	246
13.6 钢板损耗在分层中的分布	217	15.5 关于材料非线性的工程处理	247
13.7 钢板内指定位置的磁通密度、 涡流的计算	218	15.6 关于电力变压器的损耗分析	248
13.8 关于浅透入涡流问题的涡流 损耗的近似算法	221	15.7 基于 $A_r - V - A_r$ 法的变压器铁心 拉板的损耗计算	253
13.9 关于远场边界的处理	224	15.8 基于表面阻抗法的变压器铁心 导磁钢拉板的损耗计算	259
13.10 本章小结	225	15.9 本章小结	261
参考文献	225	参考文献	261
第 14 章 基于 Problem 21 的 准工程模拟	227	第 16 章 产品电磁设计环境的 相关问题	263
14.1 概述	227	16.1 概述	263
14.2 关于 Problem 21 续族	228	16.2 电磁设计环境的要求	264
14.3 Problem 21 ⁺ 损耗测量和计算结果	230	16.3 关于电磁设计的商用软件	265
14.4 Problem 21 ⁺⁺ 、Problem 21 ⁺⁺⁺ 钢板中的损耗的计算结果	234	16.4 一个电磁设计软件	266
14.5 Problem 21 ⁺ 中的非磁钢板用导磁钢 板代替后的涡流分析	236	16.5 电磁设计应用例	267
14.6 指定位置的磁通密度的 测量和计算结果	238	16.6 本章小结	285
14.7 本章小结	241	参考文献	285
参考文献	241	附录一 有关参考书、工具书	286
		附录二 工程电磁场相关术语	289
		附录三 常见外国电磁学者译名	294

Contents

Part I Formulation and Numerical Implementation of Eddy Current Analysis Methods

Chapter 1 General survey	3
1.1 Development and Recent Progress of Computational Electromagnetics	3
1.2 Opportunity and Challenge to Engineering Electromagnetics	6
1.3 Solution of Engineering Eddy Current Problems	7
1.4 Electromagnetic Field Problems in Power Transformers	8
1.5 Frame and Purpose of the Book	10
References	11
Chapter 2 Preliminaries for Electromagnetic Analysis	23
2.1 Introduction	23
2.2 Industrial viewpoints	23
2.3 Mathematical Tools	26
2.4 Various Types of Elements	28
2.5 Model and Numerical Solution	29
2.6 Uniqueness	29
2.7 Software and Verification	30
2.8 Frequency-Domain Algorithm	30
2.9 Fundamentals of Eddy Current Analysis	30
2.10 Summary	33
References	33
Appendix 2.1 Vector Operation	34
Chapter 3 Basic Equation and Galerkin Technique	36
3.1 Introduction	36
3.2 Maxwell Equations	37
3.3 Governing Equations	37
3.4 Vector and Scalar Galerkin Equations	40
3.5 Standard Galerkin Modules	44
3.6 Summary	44
References	45
Chapter 4 Edge-Based Element and Node-Based Element	47

2 电气工程涡流问题的分析与验证

4.1 Introduction	47
4.2 Development of Nodal and Edge Elements	48
4.3 Shape Function of Edge Elements	52
4.4 Edge-Based Pre-Processing	58
4.5 Examples	59
4.6 Summary	64
References	65
Chapter 5 Implementations of $A - V - A$ and $T - \Psi - \Psi$ Methods	68
5.1 Introduction	68
5.2 $A - V - A$ Method	69
5.3 $T - \Psi - \Psi$ Method	80
5.4 Nonlinear Processing	87
5.5 Summary	91
References	91
Appendix 5.1 Dealing With the Surface Integral Term in $T - \Psi - \Psi$ Formulation	92
Chapter 6 Combined Analysis Method	
Based on $A - V$、$T - \Psi$ Potential Sets	94
6.1 Introduction	94
6.2 Features of Combined Analysis Methods	95
6.3 Governing Equations and Boundary Conditions	96
6.4 Galerkin Processing	97
6.5 On the $A - V - A - \Psi$ Matrix System	101
6.6 Description of Combined Codes	104
6.7 Dual Numerical Test to Combined A - and T - Potential Sets	105
6.8 Summary	112
References	112
Chapter 7 On the $A_r - V - A_r$ Method	116
7.1 Introduction	116
7.2 Governing Equation	116
7.3 Galerkin Processing	118
7.4 Calculation and Verification of A_g and H_S	119
7.5 Results and Discussions	119
7.6 Summary	126
References	126
Chapter 8 Discussions on Numerical Approximation of Eddy Current Analysis	127
8.1 Introduction	127
8.2 $E - \Psi$ Method	127

8.3 Simple Test Model	128
8.4 Analytical Solution of Thin Plate Problem	128
8.5 Results and Discussions	129
8.6 Constraint Condition $E_n = 0$ to Conducting Boundary	131
8.7 Interface Condition Between Low-Order Elements	131
8.8 Improvements of Interface Conditions	134
8.9 Summary	134
References	135

Chapter 9 Surface Impedance Method Based on Two-Scalar Magnetic Potentials 136

9.1 Introduction	136
9.2 Basic Equations	138
9.3 Weighted Residual Method	138
9.4 Nonlinear Processing and Eddy Current Loss Calculation in Magnetic Steel	139
9.5 Uniqueness	140
9.6 Examples	141
9.7 Summary	144
References	144

Chapter 10 Improved PICCG Method 145

10.1 Introduction	145
10.2 Economic Storage for Large and Sparse Finite Element Matrix System	145
10.3 PICCG Method With Variable Parameters	147
10.4 Preconditioned Optimal Processing of Matrix System	148
10.5 Decomposition Method	149
10.6 Steepest Descent Method and Conjugate Gradient Method	152
10.7 Conditioned PICCG Method	153
10.8 Summary	155
References	155

Part II Validation and Application of Eddy Current Analysis Methods

Chapter 11 TEAM Problem 21: An Engineering-Oriented Loss Model 159

11.1 Introduction	159
11.2 Features of Problem 21	160
11.3 Construction of the Benchmark Model	161
11.4 Definition of Problem 21	162
11.5 Revision of Problem 21 Definition	169
11.6 Analysis and Measurement of Problem 21	171

4 电气工程涡流问题的分析与验证

11.7 Calculated and Measured Results	173
11.8 Summary	187
References	187
Appendix 11.1 Papers Relevant to Problem 21	188
Appendix 11.2 TEAM Problems (1986—2000)	190
Chapter 12 Measurement Technique of Magnetic Field, Eddy Current and Power Loss	192
12.1 Introduction	192
12.2 Separation Experiment of Eddy Current and Hysteresis Losses	193
12.3 Improvements of Measuring Eddy Current and Magnetic Flux Densities	196
12.4 Measurement of The $W_h - B_m$ Curve	197
12.5 Measurement of Conductivity by The Four-Terminal Method	199
12.6 Measurement of Magnetic Flux Density and Linkage Flux at Specified Positions	200
12.7 Measurement of Power Losses in Steel	202
12.8 Summary	205
References	205
Appendix 12.1 Test Data for Loss Separation by Varying Frequencies	206
Chapter 13 Extensive Numerical Tests Based on TEAM Problem 21	207
13.1 Introduction	207
13.2 Effects of Discretization Data and Permeability on Loss	208
13.3 Effects of Conductivity on Loss	214
13.4 Effects of Varying Exciting Currents on Loss	214
13.5 Nonlinear Convergence in Loss Calculation	216
13.6 Loss Distribution in Mesh-Layers of Steel Plates	217
13.7 Calculation of Magnetic Flux Densities and Eddy Currents in Steel	218
13.8 An Approximation of Loss Analysis of Very Thin Penetration Problems	221
13.9 On the Far Field Boundary	224
13.10 Summary	225
References	225
Chapter 14 Product-Based Quasi-Engineering Modelling	227
14.1 Introduction	227
14.2 Problem 21 Family	228
14.3 Measured and Calculated Loss Results With Respect to Problem 21 ⁺	230
14.4 Calculated Loss Results With Respect to Problem 21 ⁺⁺ and Problem 21 ⁺⁺⁺	234
14.5 Loss Analysis of The Modified Problem 21 ⁺ Model	236
14.6 Magnetic Flux Densities and Eddy Currents Inside Steel Plates	238
14.7 Summary	241
References	241
Chapter 15 Eddy Current Analysis in Power Transformers	243

15.1	Introduction	243
15.2	Features of Engineering Eddy Current Problems	244
15.3	On the Industrial Applications	245
15.4	Choice Between 2D and 3D Analysis Methods	246
15.5	Nonlinear Material in Electrical Engineering	247
15.6	Additional Loss Analysis in Power Transformers	248
15.7	Calculation of Loss Generated in Transformer Core-Plate by Using the $A_r - V - A_r$ Method	253
15.8	Calculation of Loss Generated in Transformer Core-Plate by Using the Surface Impedance Method	259
15.9	Summary	261
	References	261
Chapter 16	Requirement of Electromagnetic Design Environment	263
16.1	Introduction	263
16.2	Fundamental Conditions of Electromagnetic Design Environment	264
16.3	Commercial Electromagnetic Softwares	265
16.4	Brief Introduction of An Electromagnetic Software	266
16.5	Examples of Electromagnetic Design	267
16.6	Summary	285
	References	285
Appendixes	286
1.	References and Tool Books	286
2.	English-Chinese Electromagnetc Terms	289
3.	Name List of Foreign Electromagnetics Scientists	294

第一篇 涡流分析方法的研究和数值实现

Part I

Formulation and Numerical Implementation
of Eddy Current Analysis Methods



第1章

绪论

本章回顾了电气工程涡流研究和应用的历史和现状，指出了在这一领域工作的科学家、工程师们所面临的挑战和机遇，较为详细地阐述了工程涡流问题的特征及其处理、解决的对策，概括地介绍了本书的基本内容。

1.1 关于电磁场问题研究的发展过程和现状

计算电磁学随着计算机技术、计算方法、试验研究技术的迅速发展和工业需求的日益增加，作为电气工程及相关学科的基础[1, 2]，其研究开发及工业应用逐步深化。电磁场领域在全球范围内的学术交流频繁，许多国内外学者、专家、工程师投身于这一巨大的国际交流合作的漩涡，而互联网技术的飞速发展极大地增进了它在地球村落内的交流，使得在天涯海角之间的对话可在瞬间实现。电磁场领域的每两年一度、交替进行的高级国际会议 COMPUMAG (COMPUtation of electroMAGnetic Fields)、CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation)等提供了进行交流、合作的场合，特别是在世纪之交各国学者更加关注电磁场的发展动向。

有限元(finite element)，作为一种重要的数值分析方法，最早出现于1960年[3, 5]。有限元在电工领域应用的论文最早见于1968年，至今已在各领域广泛应用。70年代末、80年代初先后在国内开始推广有限元应用和开展三维电磁场的应用研究。1988年在北京举行了由我国组织的第一次国际电磁场学术会议，是我国电磁场研究、应用的发展和我国电磁场界参与国际交流与合作的重要标志，相继在国内涌现出一批有影响的电磁场专著和应用成果[6—8, 39—54]。

系统地研究电气工程涡流问题的分析方法、试验验证及工程应用是各国工业部门和国际电磁场界关注的问题。当今电磁场研究和开发的方向，已远不是那些业已成熟、大学和企业都已普遍掌握的应用技术，而是集中力量挑战那些领域中长期没有彻底解决的难题。

80年代初，三维涡流研究在世界范围内蓬勃兴起，许多现在看来很经典的计算涡流的方法，纷纷发表。 $\mathbf{A} - V - \mathbf{A}$ (\mathbf{A} :磁矢位; V :标量电位)，即在整个求解场域用 \mathbf{A} ，最先提出[8—9, 56]。继而人们要减少在非涡流区的未知量，提出在非涡流区采用磁标位，并力图在导体涡流区内消去标量电位，即被称为是一种“优选”的 $\mathbf{A}^* - \Psi$ 法 (\mathbf{A}^* ——修正的磁矢位， Ψ ——磁标位)[22]，但 $\mathbf{A}^* - \Psi$ 在电导率非连续的界面遇到困难，又不得不在导体区引入标

量电位[29]。

当代有限元在电磁场中应用引人注目的发展之一是由 A. Bossavit, J. C. Nedelec 等开创了有限棱单元(edge-based element)，棱单元这一术语最早见于 1965 年[4]，比有限元(finite element)的出现晚五年，其与传统的有限节点元(node-based element)并行发展，并在交界面处理、解的稳定性、解的精度、计算代价(计算机内存、CPU 时间的需求)等方面显示出优势[57—74, 109]。十几年来，棱单元的发展很快，可以说国际电磁场领域出现了“棱单元热”[256]。除了 A. Bossavit, J. C. Verite 外，任卓翔, J. S. Van Welij [62], G. Mur [185, 186, 237, 239], A. Kameari [63, 64], T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara [65], M. L. Barton, Z. J. Cendes [61, 250], J. P. Webb [66, 204], O. Biro [148, 255], R. Albanese [67, 69] 等学者们在有限棱单元的发展中做出了重要贡献。1988 年作者建立了棱单元和节点元的混合模型[78]，是在我国召开的电磁场国际学术会议上发表的第一篇关于棱单元的学术论文。国内研究者近些年陆续发表关于棱单元的研究成果[76, 238]，但为数不多，远没有国外那么热。

从 1986 年起，在国际电磁场领域开始举办 TEAM (Testing Electromagnetic Analysis Methods)——电磁场分析方法验证研讨会(workshop)。TEAM 的最初目标是促进三维涡流软件的开发与验证，以后又扩展到电磁场计算的其他方面[140, 142, 143]。曾有人称 TEAM 研讨会是核俱乐部不无道理，因为它起源于美国热核能发展(Fusion power program)的需要，要求研究热核工程中的瞬态、开域电磁场问题[143]，开发三维涡流软件，确认那些软件的可用性。国际 TEAM 为电磁场研究工作者提供交流、合作的机会。L. R. Turner (Argonne National Laboratory, USA) 等为 TEAM 的建立、发展做出了重要贡献[140, 143, 147]。值得注意的是 1985 年 11 月在美国阿甘国家实验室(ANL)召开的第一次计划会议中就提出在中国召开 TEAM 研讨会的希望。七年以后，1992 年 10 月在千岛湖我国首次召开了 TEAM 研讨会[146]，1996、2000 年分别在宜昌(湖北)、承德(河北)又相继召开了第二、三次 TEAM 研讨会，作者有幸担任三次会议主席。世纪之交的承德 TEAM 研讨会备受世人关注，国际电磁场领域的有影响的中外知名学者 C. W. Trowbridge, A. Kost, J. Turowski, N. Takahashi, O. A. Mohammed, S. Wiak, 颜威利, 周克定, 盛剑霓, 马信山, 姜可薰, 许善椿, 谢德馨, 任卓翔等参加，除了发表 TEAM 基准问题的结果外，还进行了题为“TEAM, the way ahead!”的热烈、深入的讨论，对 TEAM 研究的已取得的成就予以肯定，强调了面向工业解决问题的重要性，并对 TEAM 活动中存在的问题和今后的发展方向各位发表了重要意见[258]。

到 20 世纪末，已有很多次国际和地区的 TEAM 研讨会在英国、美国、日本、法国、奥地利、意大利、中国、芬兰、韩国、德国、巴西等国家举行，已提出 30 个国际 TEAM 问题。第 21 基准问题是本书作者提出并建立的面向工程的杂散损耗模型[100, 151]。

三维电磁场研究，特别是三维涡流研究中的各种计算方法进行详尽的比较是当代分析技术成熟的重要标志。对各种算法的方程推导、数值实现、解的唯一性的讨论，所用计算机内存、CPU 时间的需求，非线性解的收敛性、稳定性，甚至对所选取的计算机设备对标准软件的运行效率等方面做了详细的比较。其中 C. J. Carpenter 的工作很经典[9]，C. W. Trowbridge [10, 12, 13, 21]，D. Rodger, T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara [14—15, 17, 27]，O. Biro [18—20] 等对各种计算方法的测试和比较做了非常出色的工作。A. Bossavit、