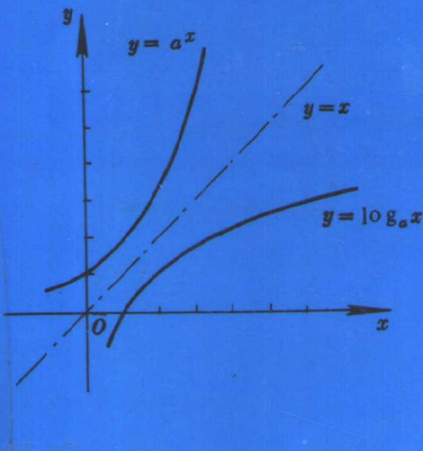
高级中学课本

# 代数

DAISHU

上 册

（必修）




人民教育出版社

# 代 数

（京）新登字113号

高级中学课本

代　数

上　册

（必修）

人民教育出版社中学数学室　编

*

人民教育出版社出版

北京出版社重印

北京市新华书店发行

新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32　印张 9.5　字数 190 000

1995年10月第2版　2000年6月第5次印刷

印数 1－89 500

ISBN 7-107-00966-4

G·2119（课）　定价5.80元

ISBN 7-107-00966-4

如发现印装质量问题影响阅读请与北京新华印刷厂联系

电话：6835.8831转146　68311686

# 说　明

一、这套高中用的数学课本是根据国家教育委员会1986年制订的《全日制中学数学教学大纲》编写的，全书共分四册：《代数》上册，《代数》下册，《立体几何》全一册，《平面解析几何》全一册，供三年制高中使用．国家教委1990年制订《全日制中学数学教学大纲（修订本）》后，又根据它对全套书进行了调整和修改．

二、本册书是在1990年出版的《高级中学课本代数上册（必修）》的基础上修订的．修改时，贯彻了国家教委1994年颁布的《全日制中学数学教学大纲（修订本）》高中部分的调整意见，注意了与《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）》的衔接．

三、本册书内容包括：幂函数、指数函数和对数函数，三角函数，两角和与差的三角函数、解斜三角形，* 反三角函数和简单三角方程，其中标有 * 号的为选学内容．

四、本书习题共分三类：练习、习题、复习参考题．

1. 练习　供课堂练习用；

2. 习题　供课内、外作业用；

3. 复习参考题　供复习本章知识时使用．

习题及复习参考题的题量多于通常所需题量，供教学时根据情况选用．

五、本书由人民教育出版社中学数学室编写．原执笔者为蔡上鹤、饶汉昌、贾云山、李琳等，校订者为吕学礼．参加本次修改的有方明一、饶汉昌、蔡上鹤等，责任编辑为俞求是．

人民教育出版社中学数学室

1996．1．

# 目　　录

# 第一章　幂函数、指数函数和对数函数

## 一　集　合

### 1.1　集合

考察下面几组对象：(1) 1，2，3，4，5；(2) 与一个角的两边距离相等的所有的点；(3) 所有的直角三角形；(4) $x^2$，$3x+2$，$5y^3-x$，$x^2+y^2$；(5) 某农场所有的拖拉机.

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些物体组成的. 我们说，每一组对象的全体形成一个**集合**(有时也简称**集**). 集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**. 例如，(1)是由数 1，2，3，4，5 组成的集合，其中的对象 1，2，3，4，5 都是这个集合的元素.

含有有限个元素的集合叫做**有限集**，上面(1)，(4)，(5)这三个集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做**无限集**，上面(2)，(3)这两个集合都是无限集.

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的. 这就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素. 例如，对于由所有的直角三角形组成的集合，内角分别为 30°，60°，90°的三角形，是这个集合的元素，而内角

分别为 $50^\circ$,$60^\circ$,$70^\circ$的三角形,就不是这个集合的元素.

对于一个给定的集合,集合中的元素是互异的.这就是说,集合中的任何两个元素都是不同的对象;相同的对象归入任何一个集合时,只能算作这个集合的一个元素. 因此,集合中的元素是没有重复现象的.

集合的表示方法,常用的有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做**列举法**.

例如,由数 1,2,3,4,5 组成的集合,可以表示为

$$\{1,2,3,4,5\}.$$

又如,由整式 $x^2$,$3x+2$,$5y^3-x$,$x^2+y^2$ 组成的集合,可以表示为

$$\{x^2,3x+2,5y^3-x,x^2+y^2\}.$$

用列举法表示集合时,不必考虑元素之间的顺序.例如由四个元素 $-3$,0,2,5 组成的集合,可以表示为$\{-3,0,2,5\}$,也可以表示为$\{0,2,-3,5\}$,等等.

应该注意,$a$ 与$\{a\}$是不同的:$a$ 表示一个元素;$\{a\}$表示一个集合,这个集合只有一个元素 $a$.

把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做**描述法**.这时往往在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性.

例如:

由不等式 $x-3>2$ 的所有的解组成的集合(即 $x-3>2$ 的解集),可以表示为

$$\{x \mid x-3>2\};$$ ❶

由抛物线 $y=x^2+1$ 上所有的点的坐标组成的集合，可以表示为

$$\{(x,y) \mid y=x^2+1\}.$$

在不引起混淆的情况下，为了简便，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分. 例如，由所有的直角三角形组成的集合，可以表示为

{直角三角形}；

由所有的小于 6 的正整数组成的集合，可以表示为

{小于 6 的正整数}.

集合通常用大写的拉丁字母表示，集合的元素用小写的拉丁字母表示. 如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ **属于**集合 $A$，记作 $a \in A$；如果 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ **不属于** $A$，记作 $a \notin A$（或 $a \overline{\in} A$）. 如设 $B$ 表示集合 $\{1,2,3,4,5\}$，则

$$5 \in B, \quad \frac{3}{2} \notin B.$$

全体自然数的集合通常简称**自然数集**，记作 $N$；

全体整数的集合通常简称**整数集**，记作 $Z$；

全体有理数的集合通常简称**有理数集**，记作 $Q$；

全体实数的集合通常简称**实数集**，记作 $R$.

为了方便起见，有时我们还用 $Q^+$ 表示正有理数集，用

---

❶ 有的书上用冒号或分号代替竖线，如 $\{x : x-3>2\}$ 或 $\{x ; x-3>2\}$.

$R^-$表示负实数集，等等.

## 练　习

（口答）下面集合里的元素是什么（第 1～5 题）？

1. {大于 3 小于 11 的偶数}.
2. {平方后等于 1 的数}.
3. {平方后仍等于原数的数}.
4. {比 2 大 3 的数}.
5. {一年中有 31 天的月份}.

在下列各题中，分别指出了一个集合的所有元素，用适当的方法把这个集合表示出来，然后说出它是有限集还是无限集（第 6～9 题）：

6. 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星.
7. 周长等于 20 厘米的三角形.
8. 长江、黄河、珠江、黑龙江.
9. 大于 0 的偶数.

把下列集合用另一种方法表示出来（第 10～12 题）：

10. $\{2, 4, 6, 8, 10\}$.
11. {目前世界乒乓球锦标赛的七个比赛项目}.
12. {中国古代四大发明}.
13. 用符号$\in$或$\notin$填空：

$1\_\_N$，$0\_\_N$，$-3\_\_N$，$0.5\_\_N$，$\sqrt{2}\_\_N$；

$1\_\_Z$，$0\_\_Z$，$-3\_\_Z$，$0.5\_\_Z$，$\sqrt{2}\_\_Z$；

$1\_\_Q$，$0\_\_Q$，$-3\_\_Q$，$0.5\_\_Q$，$\sqrt{2}\_\_Q$；

$1$ __ $R$，$0$ __ $R$，$-3$ __ $R$，$0.5$ __ $R$，$\sqrt{2}$ __ $R$.

## 1.2　子集、交集、并集、补集

### 1. 子集

我们知道，任何一个自然数都是一个整数，就是说，自然数集 $N$ 的任何一个元素都是整数集 $Z$ 的一个元素．同样，自然数集 $N$ 的任何一个元素都是有理数集 $Q$ 的一个元素．

对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果集合 $A$ 的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，那么集合 $A$ 叫做集合 $B$ 的**子集**，记作

$$A \subseteq B（或 B \supseteq A），$$

读作"$A$ 包含于 $B$"（或"$B$ 包含 $A$"）．例如

$$N \subseteq Z，N \subseteq Q，R \supseteq Z，R \supseteq Q.$$

当 $A$ 不是 $B$ 的子集时，我们可以记作

$$A \nsubseteq B（或 B \nsupseteq A），$$

读作"$A$ 不包含于 $B$"（或"$B$ 不包含 $A$"）．

对于任何一个集合 $A$，因为它的任何一个元素都属于集合 $A$ 本身，所以

$$A \subseteq A，$$

也就是说，**任何一个集合是它本身的子集**．

为了方便起见，我们把不含任何元素的集合叫做**空集**，记作 $\varnothing$．例如：

$$\{x \mid x+1=x+3\}=\varnothing，$$

$$\{小于零的正整数\}=\varnothing，$$

$$\{两边之和小于第三边的三角形\}=\varnothing.$$

我们规定**空集是任何集合的子集**. 也就是说，对于任何集合 $A$，有

$$\varnothing \subseteq A.$$

如果 $A$ 是 $B$ 的子集，并且 $B$ 中至少有一个元素不属于 $A$，那么集合 $A$ 叫做集合 $B$ 的**真子集**，记作

$$A \subset B（或 B \supset A）.$$

当 $A$ 不是 $B$ 的真子集时，我们可以记作

$$A \not\subset B（或 B \not\supset A）.$$

例如，自然数集 $N$ 是 $N$ 的子集，但不是 $N$ 的真子集，所以 $N \subseteq N$，但 $N \not\subset N$；$N$ 是实数集 $R$ 的子集，也是 $R$ 的真子集，所以 $N \subset R$.

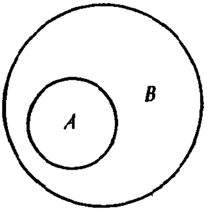



图 1-1

集合 $B$ 同它的真子集 $A$ 之间的关系，可以用图 1-1 中 $B$ 同 $A$ 的关系来说明，其中 $A$，$B$ 两个圈的内部分别表示集合 $A$，$B$.

显然，空集是任何非空集合的真子集.

容易知道，**对于集合 $A$，$B$，$C$，如果 $A \subseteq B$，$B \subseteq C$，那么 $A \subseteq C$**. 事实上，设 $x$ 是集合 $A$ 的任意一个元素，因为 $A \subseteq B$，所以 $x \in B$，又因为 $B \subseteq C$，所以 $x \in C$. 从而 $A \subseteq C$.

同样可知，**对于集合 $A$，$B$，$C$，如果 $A \subset B$，$B \subset C$，那么 $A \subset C$**.

对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$，我们就说这两个**集合相等**，记作

$$A = B,$$

读作“$A$ 等于 $B$”.

例如，$A=\{x|x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1, -2\}$，则

$$A=B.$$

**例 1** 写出集合$\{a, b\}$的所有的子集及真子集.

**解**：集合$\{a, b\}$的所有的子集是$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$，其中$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$是真子集.

**例 2** 写出不等式 $x-3>2$ 的解集并进行化简(即化成直接表明未知数本身的取值范围的解集).

**解**：不等式 $x-3>2$ 的解集是

$$\{x|x-3>2\}=\{x|x>5\}.$$

**2. 交集**

已知 6 的正约数的集合为

$$A=\{1, 2, 3, 6\},$$

10 的正约数的集合为

$$B=\{1, 2, 5, 10\},$$

那么 6 与 10 的正公约数的集合为

$$\{1, 2\}.$$

容易看出，集合$\{1, 2\}$是由所有属于 $A$ 且属于 $B$ 的元素(即 $A$，$B$ 的公共元素)所组成的.

一般地，由所有属于集合 $A$ 且属于集合 $B$ 的元素所组成的集合，叫做 $A$，$B$ 的**交集**，记作 $A\cap B$(可读作“$A$ 交 $B$”)，即

$$A\cap B=\{x|x\in A, \text{且 } x\in B\}.$$

这样，6 与 10 的正公约数的集合，可以从求 6 的正约数的集合与 10 的正约数的集合的交集而得到，即

$\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,5,10\}$
$=\{1,2\}$.

图 1-2 中的阴影部分，表示集合 $A,B$ 的交集 $A\cap B$.

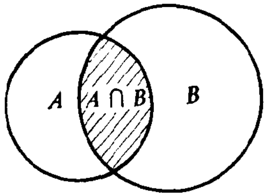


图 1-2

由交集定义容易推出，对于任何集合 $A,B$，有

$\boldsymbol{A\cap A=A,\ A\cap\varnothing=\varnothing,}$

$\boldsymbol{A\cap B=B\cap A.}$

**例 3** 设 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

**解**：
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{x|x>-2\}\cap\{x|x<3\}\\&=\{x|-2<x<3\}.\end{aligned}$$

**例 4** 设 $A=\{(x,\ y)|4x+y=6\}$，$B=\{(x,\ y)|3x+2y=7\}$，求 $A\cap B$.

**解**：
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{(x,y)|4x+y=6\}\cap\{(x,y)|3x+2y=7\}\\&=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}4x+y=6,\\3x+2y=7\end{cases}\right\}\\&=\{(1,2)\}.\end{aligned}$$

**例 5** 设 $A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

**解**：$A\cap B=\{$等腰三角形$\}\cap\{$直角三角形$\}$

$=\{$有两边相等且有一个角是直角的三角形$\}$

$=\{$等腰直角三角形$\}$.

形如 $2n(n\in Z)$ 的整数叫做**偶数**，形如 $2n+1(n\in Z)$ 的整数叫做**奇数**. 全体奇数的集合简称**奇数集**，全体偶数的集合简称**偶数集**. 我们再看一个例子.

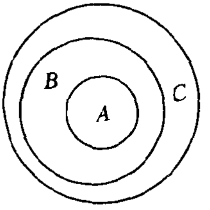
**例 6** 已知 $A$ 为奇数集，$B$ 为偶数集，$Z$ 为整数集，求 $A\cap Z, B\cap Z, A\cap B$.

**解**：$A\cap Z=\{奇数\}\cap\{整数\}=\{奇数\}=A$,

$B\cap Z=\{偶数\}\cap\{整数\}=\{偶数\}=B$,

$A\cap B=\{奇数\}\cap\{偶数\}=\varnothing$.

**练　习**



（第 1 题）

1. 图中 $A, B, C$ 表示集合，说明它们之间有什么包含关系.
2. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集及真子集.
3. 用适当的符号（$\in$, $\notin$, $=$, $\supset$, $\subset$）填空：

(1) $a$ __ $\{a\}$;　　(2) $a$ __ $\{a, b, c\}$;

(3) $d$ __ $\{a, b, c\}$;　　(4) $\{a\}$ __ $\{a, b, c\}$;

(5) $\{a, b\}$ __ $\{b, a\}$;　　(6) $\{3, 5\}$ __ $\{1, 3, 5, 7\}$;

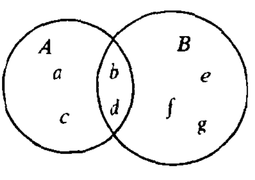
(7) $\{2, 4, 6, 8\}$ __ $\{2, 8\}$;　(8) $\varnothing$ __ $\{1, 2, 3\}$.

4. 写出方程 $x+3=\frac{x}{2}-5$ 的解集并进行化简.
5. 写出方程组

$$\begin{cases}2x+3y=1,\\3x-2y=3\end{cases}$$

的解集并进行化简.

6. 写出不等式 $3x+2<4x-1$ 的解集并进行化简.



（第 7 题）

7. 如图，设 $A=\{a, b, c, d\}$, $B$

$=\{b,d,e,f,g\}$.

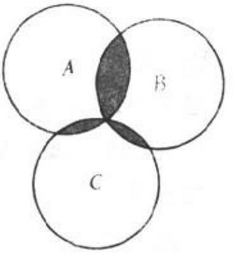
(1) 求 $A\cap B, B\cap A$;

(2) 用适当的符号($\supset,\subset,=$)填空:

$A\cap B$ _ $A$, $A\cap B$ _ $B\cap A$,

$B$ _ $A\cap B$, $\varnothing$ _ $B\cap A$.

8. 图中 $A,B,C$ 表示集合,把各个阴影部分所表示的集合分别标出来,并用适当的符号表示它们同 $A,B,C$ 之间的包含关系.



(第 8 题)

9. 设 $A=\{x|x<5\}$, $B=\{x|x\geqslant 0\}$,求 $A\cap B$.

10. 设 $A=\{(x,y)|3x+2y=1\}$, $B=\{(x,y)|x-y=2\}$, $C=\{(x,y)|2x-2y=3\}$, $D=\{(x,y)|6x+4y=2\}$, 求 $A\cap B$, $B\cap C$, $A\cap D$.

11. 设 $A=\{$锐角三角形$\}$, $B=\{$钝角三角形$\}$, 求 $A\cap B$.

12. 设 $A=\{x|x=2k,\ k\in Z\}$, $B=\{x|x=2k+1,\ k\in Z\}$, $C=\{x|x=2(k+1), k\in Z\}$, $D=\{x|x=2k-1, k\in Z\}$. 问 $A,B,C,D$ 中哪些集合相等,哪些集合的交集是空集.

### 3. 并集

已知方程 $x^2-4=0$ 的解集为

$$A=\{2,\ -2\},$$

方程 $x^2-1=0$ 的解集为

$$B=\{1, -1\},$$

那么方程

$$(x^2-4)(x^2-1)=0$$

的解集为

$$\{1, -1, 2, -2\}.$$

容易看出，集合$\{1, -1, 2, -2\}$是由所有属于 $A$ 或属于 $B$ 的元素所组成的.

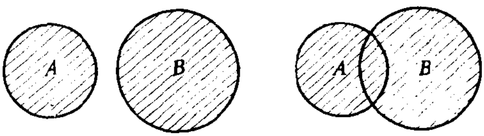
一般地，由所有属于集合 $A$ 或属于集合 $B$ 的元素所组成的集合，叫做 $A$，$B$ 的**并集**，记作 $A\cup B$（可读作"$A$ 并 $B$"），即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A, \text{或 } x\in B\}.$$

这样，方程$(x^2-4)(x^2-1)=0$的解集，可以从求方程$x^2-4=0$的解集与方程$x^2-1=0$的解集的并集而得到，即

$$\{2, -2\}\cup\{1, -1\}=\{1, -1, 2, -2\}.$$

图 1-3 中的阴影部分，表示集合 $A$，$B$ 的并集 $A\cup B$.




(1)　　　　(2)

图　1-3

注意：我们已经知道，集合中的元素是没有重复现象的．因此，在求两个集合的并集时，这两个集合的公共元素在并集中只能出现一次．例如，设 $A=\{3,5,6,8\}$，$B=\{4,$