



北京大学数学教学系列丛书

本科生
数学基础课教材

寿险精算 基础

杨静平 编著

北京大学出版社

F840.62

5

北京大学数学教学系列丛书

寿险精算基础

杨静平 编著

北京大学出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

寿险精算基础/杨静平编著. —北京:北京大学出版社,2002.10
(北京大学数学教学系列丛书)

ISBN 7-301-05371-1

I. 寿… II. 杨… III. 人寿保险-精算学-高等学校-教材
IV. F840.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 036466 号

书 名: 寿险精算基础

著作责任者: 杨静平 编著

责任编辑: 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-05371-1/O · 0525

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 出版部 62754962 发行部 62754140 邮购部 62752019

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排 版 者: 高新特激光照排中心 62637627

印 刷 者: 北京大学印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

890×1240 A5 开本 11.5 印张 310 千字

2002 年 10 月第 1 版 2002 年 10 月第 1 次印刷

印 数: 0001—4000 册

定 价: 17.00 元

《北京大学数学教学系列丛书》编委会

名誉主编：姜伯驹

主 编：张继平

副 主 编：李 忠

编 委：(按姓氏笔画为序)

王长平 刘张炬 陈大岳 何书元

张平文 郑志明

编委会秘书：方新贵

责任编辑：刘 勇

1313008/01

内 容 简 介

本书讲述寿险精算学的基本模型和方法。书中较系统地介绍了保险中产品的定价及准备金的提取等方面的随机模型,并针对相关模型的性质及模型之间的关系作了深入的讨论。同时在此基础上给出了不同险种的保费及准备金的计算方法。本书力求理论与实务相结合,是寿险精算学的基础,可作为寿险精算学的入门教材。

本书由四部分(共13章)组成。第一、二部分是本书的基础理论部分;第三、四部分讨论实务问题。其中,第一部分(共三章)介绍生存模型,利用随机方法讨论个体寿命的不确定性;第二部分(共四章)引入精算现值的概念刻画了保险人现金流的不确定性;第三部分(共二章)介绍保险产品定价理论——净保费及费用负荷保费;第四部分(共四章)介绍净准备金。书中列出许多例题用以帮助读者理解本书的内容,且每一章都配备了习题,并对其中的多项选择题给出了答案。本书的先修课程为初等概率论及利息理论,为方便读者学习,书末附录一给出了利息理论基础知识与概率论基本公式,供读者参考。

本书可以作为高等院校应用数学、金融、保险等专业的金融数学方向和精算学方向的教材及教学参考用书,也可供精算人员及保险从业人员参考及阅读。本书的内容涵盖了北美精算协会(SOA)精算师考试中的第三门课程的寿险部分,可以作为参加各种精算师考试的参考用书。

作 者 简 介

杨静平 北京大学数学科学学院金融数学系副教授,博士。研究方向为精算学、风险管理、金融中的随机模型。1993年开始从事精算方向的教学与科研工作,并承担金融数学系的“寿险精算”、“非寿险精算”等课程的课程建设及教学任务。

序 言

自 1995 年以来,在姜伯驹院士的主持下,北京大学数学科学学院根据国际数学发展的要求和北京大学数学教育的实际,创造性地贯彻教育部“加强基础,淡化专业,因材施教,分流培养”的办学方针,全面发挥我院学科门类齐全和师资力量雄厚的综合优势,在培养模式的转变、教学计划的修订、教学内容与方法的革新,以及教材建设等方面进行了全方位、大力度的改革,取得了显著的成效。2001 年,北京大学数学科学学院的这项改革成果荣获全国教学成果特等奖,在国内外产生很大反响。

在本科教育改革方面,我们按照加强基础、淡化专业的要求,对教学各主要环节进行了调整,使数学科学学院的全体学生在数学分析、高等代数、几何学、计算机等主干基础课程上,接受学时充分、强度足够的严格训练;在对学生分流培养阶段,我们在课程内容上坚决贯彻“少而精”的原则,大力压缩后续课程中多年逐步形成的过窄、过深和过繁的教学内容,为新的培养方向、实践性教学环节,以及为培养学生的创新能力所进行的基础科研训练争取到了必要的学时和空间。这样既使学生打下宽广、坚实的基础,又充分照顾到每个人的不同特长、爱好和发展取向。与上述改革相适应,积极而慎重地进行教学计划的修订,适当压缩常微、复变、偏微、实变、微分几何、抽象代数、泛函分析等后续课程的周学时。并增加了数学模型和计算机的相关课程,使学生有更大的选课余地。

在研究生教育中,在注重专题课程的同时,我们制定了 30 多门研究生普选基础课程(其中数学系 18 门),重点拓宽学生的专业基础和加强学生对数学整体发展及最新进展的了解。

教材建设是教学成果的一个重要体现。与修订的教学计划相

配合,我们进行了有组织的教材建设。计划自1999年起用8年的时间修订、编写和出版40余种教材。这就是将陆续呈现在大家面前的《北京大学数学教学系列丛书》。这套丛书凝聚了我们近十年在人才培养方面的思考,记录了我们教学实践的足迹,体现了我们教学改革的成果,反映了我们对新世纪人才培养的理念,代表了我们新时期的数学教学水平。

经过20世纪的空前发展,数学的基本理论更加深入和完善,而计算机技术的发展使得数学的应用更加直接和广泛,而且活跃于生产力第一线,促进着技术和经济的发展,所有这些都正在改变着人们对数学的传统认识。同时也促使数学研究的方式发生巨大变化。作为整个科学技术基础的数学,正突破传统的范围而向人类一切知识领域渗透。作为一种文化,数学科学已成为推动人类文明进化、知识创新的重要因素,将更深刻地改变着客观现实的面貌和人们对世界的认识。数学素质已成为今天培养高层次创新人才的重要基础。数学的理论和应用的巨大发展必然引起数学教育的深刻变革。我们现在的改革还是初步的。教学改革无禁区,但要十分稳重和积极;人才培养无止境,既要遵循基本规律,更要不断创新。我们现在推出这套丛书,目的是向大家学习。让我们大家携起手来,为提高中国数学教育水平和建设世界一流数学强国而共同努力。

张继平

2002年5月18日

于北京大学蓝旗营

前 言

一、精算学(Actuarial Sciences)介绍

精算学是通过对未来不确定性事件的分析,研究不确定性对未来可能造成的财务影响的学科。精算学中的不确定性,包括人的寿命的不确定性或患病的不确定性、车辆因发生事故而造成的损失程度的不确定性,以及房屋建筑由于火灾造成的损失的不确定性等。诸如此类的事件,可能发生,也可能不发生。精算学是依据数学(主要是概率统计)、金融学和计算机技术等,对这些不确定性进行数量分析与预测,从而为实际的运作提供科学的依据。

传统的精算学,主要讨论保险中的不确定性。下面我们对于实际的保险分类做一初步的介绍。

通常将保险分为人寿保险(一些书中又称其为**人身保险**,这里使用的是一种广义的说法)和非人寿保险。人寿保险是以人的寿命、身体或健康为保险标的的保险。按照保障的范围来划分,人寿保险可分为生存保险、死亡保险、生死合险、人身意外伤害保险和健康保险。

生存保险,是指被保险人生存至保险期满,由保险人按保险合同的规定给付保险金的险种,若在保险期内被保险人死亡,则保险人不承担保险责任。

死亡保险是提供死亡保障的险种,若被保险人在保险期限内死亡则保险人支付保险金,否则保险人不予支付。

生死合险,是指被保险人无论在保险期限内死亡还是生存至保险期满,保险人都负责给付保险金的保险。生死合险同时提供生存保障和死亡保障,其中一个主要的类别是年金保险,如养老保险。

人身意外伤害保险,是指被保险人在保险期限内因意外的、外来的突发事故,使其身体遭受伤害而残废或死亡时,由保险人负责给付保险金的保险。

健康保险,是指被保险人在保险期限内因疾病等所致残疾或死亡时,由保险人负责给付保险金的保险。

非人寿保险(简称非寿险)包括汽车保险、屋主保险、运输保险、责任保险、信用保险、保证保险等。其中,汽车保险和屋主保险是非寿险中业务量较大的险种。汽车保险是指对由汽车事故带来的损失(车主、第三者的身体伤害及财产的损失等)进行部分或全部保障的保险险种。屋主保险(homeowners insurance)是一种复合的保险,这种保险承保多种风险事故(如火灾、暴风雨、偷窃等)造成的损失。

相对于保险的分类,传统的精算学又分为寿险精算学和非寿险精算学。寿险精算学主要是以人寿保险中的不确定事件为对象,建立数理模型,综合考虑被保险人的寿命因素及保险人的投资收益状况,从而为实际的寿险操作提供理论的依据。其中,关于生存保险、死亡保险、生死合险的精算理论与关于人身意外伤害保险、健康保险的精算理论有较大的差别。前者的保险事故为个体的死亡或生存期满,可以直接基于被保险人的生存规律和保险人的投资状况等来讨论。而人身意外伤害保险考虑的是意外事故是否发生,这些意外事故包括如飞机失事、火车碰撞等,人身意外伤害保险的精算理论接近于非寿险精算的范畴。健康保险不仅要考虑被保险人残疾的程度,还需要考虑医疗费用的支出等,与前两者也有较大的区别。

一般的,非寿险在保险标的、保险期限、保险事故方面与人寿保险有很大的不同。非寿险精算学,通过对不确定性发生的可能性,以及可能造成的损失额度的预测与分析,从而为实际的保险运作提供依据。由于非寿险的保险标的之间损失的可能性及损失的额度差异较大,所以需要针对不同的保险标的分别来讨论。在这种意义上来说,寿险精算学较非寿险精算学方法更规范,理论更成熟。

寿险精算学和非寿险精算学又有很大的联系,都是以数学、金融学、计算机技术为基础。相比而言,在寿险精算学中考虑投资收益的因素较非寿险重要。非寿险中,数理统计理论发挥着重要的作用。

现在,精算学的范围不仅仅局限于保险领域内,精算学与金融学的交叉渗透是精算学发展的一个特点。一些精算理论通常被用于解决金融学中的一些问题,如债券的违约、贷款人的提前还贷等。

精算学的起源,可以追溯到1530年。当时,伦敦有一个对淋巴腺鼠疫流行状况进行早期预报的系统。该系统每周一次给出所统计的死亡人数数据。当死亡人数上升时,表明鼠疫开始流行,富人们就会从城镇迁移到乡下躲避。1693年,英国著名的天文学家E. Halley编制了第一个较完整生命表,并提出了一些精算的理念。因此,一些精算学者认为,精算学始于1693年。现今,精算学已经成为实用领域和研究领域所共同探讨的一门学科。

二、本书的内容

本书主要介绍寿险精算学的基本理论,我们主要针对死亡保险、生存保险、两全保险来进行。建立刻画这些险种的保险人给付与收入现金流的不确定性的数理模型,利用初等概率论、利息理论等工具,对模型的性质及模型之间的关系进行深入的讨论,最后给出不同险种的保费及准备金的理论及其在实务中的计算方法。本书的先修课程为初等概率论及利息理论。书末附录一给出了利息理论基础知识与概率论基本公式,供读者学习时参考。

本书第一部分介绍单生命生存模型、多生命生存模型和多元衰减模型,这一部分是通过概率分布来刻画个体寿命的不确定性。在此基础上,第二部分围绕死亡保险、生存年金、多生命模型和多元衰减模型,建立随机给付模型,并对模型的性质及给付现金流的精算现值来进行讨论。第三部分建立保险人的签单损失量模型,重点对用于保险人给付保险金的净保费来进行讨论,对考虑费用的费用负荷保费只做初步介绍。第四部分对有效的保单建立保险人未来损失量模型,讨论净准备金理论,并给出实务中净准备金的计算方法。本书的一些章节给出了精算的实例。

本书力求较准确地介绍寿险精算学的基础性知识,包括模型的建立、基本的概念及理论的推导,同时通过许多例题帮助读者理解本书的内容,并且每章都配备了习题。本书初步地介绍了精算理论在实际中的应用,如:精算实务中净保费和净准备金的计算方法。本书力求理论与实务相结合,是寿险精算学的基础。

本书可以作为高等院校应用数学、金融、保险专业精算方向的教

材及教学参考用书。本书的内容涵盖了北美精算协会(SOA)精算师考试的第三门课程的寿险部分,可以作为参加精算师考试的参考用书。

感谢国家自然科学基金重点项目“保险信息处理与精算数学理论和方法”(19831020)的资助。

杨 静 平

2002年3月30日

于北京大学畅春园

目 录

序言.....	(1)
前言.....	(3)

第一部分 生存模型和多元衰减模型

第一章 单生命生存模型	(3)
§ 1.1 引言	(3)
§ 1.2 生存分布	(3)
§ 1.3 x 岁个体的生存分布	(7)
§ 1.4 随机生存群和确定生存群.....	(13)
§ 1.5 生命表	(21)
§ 1.6 分数年龄上的分布假设	(25)
§ 1.7 选择生命表与终极生命表.....	(29)
§ 1.8 精算实务中的应用	(30)
习题一	(35)
第二章 多生命生存模型	(40)
§ 2.1 引言	(40)
§ 2.2 精算表示法	(41)
§ 2.3 多生命模型与单生命模型的关系	(43)
§ 2.4 联合生存状态	(45)
§ 2.5 最后生存者状态	(48)
§ 2.6 与死亡次序相关的概率	(49)
§ 2.7 单生命个体的假设	(51)
§ 2.8 Frank 耦合	(54)
§ 2.9 共同扰动模型	(56)
§ 2.10 实例分析	(58)

习题二	(61)
第三章 多元衰减模型	(65)
§ 3.1 引言	(65)
§ 3.2 模型的假设及基本的公式	(66)
§ 3.3 相关的一元衰减模型	(71)
§ 3.4 分数年龄上的分布假设	(74)
§ 3.5 多元衰减群	(78)
§ 3.6 多元衰减表	(82)
§ 3.7 多元衰减模型与联合生存状态	(85)
§ 3.8 二元衰减模型——死亡与退保	(90)
习题三	(95)

第二部分 精算现值理论

第四章 死亡保险的精算现值	(103)
§ 4.1 引言	(103)
§ 4.2 生存保险	(104)
§ 4.3 定期死亡保险	(106)
§ 4.4 终身死亡保险	(112)
§ 4.5 生死合险	(115)
§ 4.6 延期死亡保险	(120)
§ 4.7 每年划分为 m 个区间的情况	(122)
§ 4.8 变额人寿保险	(123)
§ 4.9 一个重要的定理	(128)
§ 4.10 在实务中的应用	(129)
习题四	(134)
第五章 生存年金的精算现值	(138)
§ 5.1 引言	(138)
§ 5.2 生存保险的进一步讨论	(139)
§ 5.3 连续生存年金	(141)
§ 5.4 期初生存年金	(148)

§ 5.5 期末生存年金	(153)
§ 5.6 每年分 m 次给付的年金	(156)
§ 5.7 年金模型在金融中的应用	(162)
§ 5.8 精算实务中精算现值的计算方法	(166)
习题五	(170)
第六章 多生命模型的精算现值	(176)
§ 6.1 引言	(176)
§ 6.2 精算表示法	(177)
§ 6.3 精算现值之间的相互关系	(180)
§ 6.4 继承年金	(184)
§ 6.5 一些特殊的假设	(186)
习题六	(190)
第七章 多元递减模型的精算现值	(193)
§ 7.1 引言	(193)
§ 7.2 基本模型	(193)
§ 7.3 养老金模型	(194)
§ 7.4 保费缴纳模型	(201)
习题七	(203)

第三部分 净保费与费用负荷保费

第八章 净保费理论	(207)
§ 8.1 引言	(207)
§ 8.2 平衡准则的概率基础	(207)
§ 8.3 趸缴净保费	(208)
§ 8.4 完全连续险种	(209)
§ 8.5 完全离散险种	(214)
§ 8.6 半连续险种	(218)
§ 8.7 每年缴费 m 次的险种	(219)
§ 8.8 多生命模型	(221)
§ 8.9 多元递减模型	(222)

§ 8.10 精算实务中净保费的计算方法	(223)
习题八	(228)
第九章 费用负荷保费	(234)
§ 9.1 引言	(234)
§ 9.2 保险费用	(234)
§ 9.3 费用负荷保费	(236)
§ 9.4 包含退保的情况	(237)
习题九	(238)

第四部分 净准备金理论

第十章 完全离散险种的净准备金	(241)
§ 10.1 引言	(241)
§ 10.2 未来损失量模型	(241)
§ 10.3 净准备金的定义	(246)
§ 10.4 保单年度的资金变化	(254)
§ 10.5 未来损失量的方差	(257)
§ 10.6 分数年龄的净准备金	(260)
习题十	(264)
第十一章 一些完全离散险种的净准备金	(266)
§ 11.1 引言	(266)
§ 11.2 未来损失量及净准备金	(266)
§ 11.3 生死合险的净准备金	(268)
§ 11.4 终身寿险的净准备金	(270)
§ 11.5 递推公式	(273)
§ 11.6 净准备金的计算方法及现金流分析	(274)
习题十一	(279)
第十二章 完全连续险种的净准备金	(281)
§ 12.1 引言	(281)
§ 12.2 基本模型	(281)
§ 12.3 终身寿险的净准备金	(284)

§ 12.4 一个例子	(285)
习题十二	(288)
第十三章 半连续险种、每年缴纳数次保费的险种及年金的净准备金	(289)
§ 13.1 引言	(289)
§ 13.2 半连续险种的净准备金	(289)
§ 13.3 每年缴纳数次保费的险种的净准备金	(290)
§ 13.4 生存年金的净准备金	(293)
习题十三	(294)
附录一 利息理论基础知识与概率论基本公式	(296)
§ 1 利息理论基础知识	(296)
§ 2 概率论基本公式	(301)
附录二 生命表	(303)
附表 2.1 中国人寿保险业经验生命表(1990~1993)(男)	(303)
附表 2.2 中国人寿保险业经验生命表(1990~1993)(女)	(307)
附表 2.3 中国人寿保险业经验生命表(1990~1993) (混合表)	(311)
附表 2.4 中国人寿保险业经验生命表(1990~1993) 养老金业务男表(1990~1993)	(315)
附表 2.5 中国人寿保险业经验生命表(1990~1993) 养老金业务女表(1990~1993)	(319)
附表 2.6 中国人寿保险业经验生命表(1990~1993) 养老金业务混合表(1990~1993)	(323)
附录三 多元衰减表	(327)
习题答案(选择题答案)	(329)
名词索引	(331)
符号索引	(333)
参考书目	(342)
后记	(344)

第一部分 生存模型和多元衰减模型

人寿保险是以被保险人的生存或死亡为给付条件的,通常保险人所关注的是被保险人寿命的不确定性.本部分便是通过生存模型:单生命生存模型和多生命生存模型,并利用随机的观点来研究这种不确定性.其中,单生命生存模型讨论的是单个个体未来的生存状况,多生命生存模型讨论的是由多个个体组合成的一个群体的生存规律,这两种生存模型均只考虑死亡因素对个体寿命的影响,模型中的个体的终止是由单个死亡因素引起的.

而本部分中所介绍的多元衰减模型,同单生命模型、多生命模型的不同之处在于多元衰减模型中会考虑到单个个体受多种因素影响的情况.这一模型在精算实务中有广泛的应用.如:在费率厘定过程中,需要分别考虑被保险人死亡因素及退保的因素.企业在设计养老金方案时,需要根据参加者退出计划的原因来确定其应该享有的退休金额度.上述问题都可以通过多元衰减模型来处理.

本部分是本书的基础部分,由三章组成.第一章介绍单生命生存模型,第二章介绍多生命生存模型,第三章介绍多元衰减模型.

第一章中所介绍的单生命模型,考虑了单生命个体的两种状态:生存状态和死亡状态.这一章是以概率论为工具,讨论了个体从生存状态到死亡状态的转换规律.其中一个重要的内容是生命表的结构和对不同类别生命表的介绍.这一章中所涉及到的理论知识在保险产品定价及准备金提取中得到广泛的应用.

在保险实务中,有些保单的给付涉及多个被保险人.因此,第二章针对由多个单生命个体组合成的群体进行了讨论,并对其中两种应用较广泛的模型:联合生存状态和最后生存者状态进行了较深入的讨论.同时,这一章还介绍了与多个个体的死亡次序相关的概率的计算.

第一章中已讨论了单生命个体的生存和死亡两种状态.但在保