

51

224.0

Z34

经济数学

张佐刚 董春胜 编

东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/张佐刚,董春胜编. —沈阳:东北大学出版社,2001.6
ISBN 7-81054-641-4

I. 经… II. ①张… ②董… III. 经济数学-教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 031457 号

©东北大学出版社出版

(沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号 邮政编码 110004)

电话:(024)23890881

传真:(024)23892538

网址:<http://www.neupress.com> E-mail:neuph@neupress.com

北宁市印刷厂印刷

东北大学出版社发行

开本:850mm×1168mm 1/32 字数:435 千字 印张:16.75

印数:1~2100 册

2001 年 6 月第 1 版

2001 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑:文 韬

责任校对:米 戎

封面设计:唐敏智

责任出版:杨华宁

定价:24.00 元

前 言

《高等数学》一直是大学生最重要的基础课之一。首先，作为一门古老而又常新的科学，数学科学的巨大发展，比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位。并且数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透，越来越直接地为人类物质生产和日常生活作出贡献；其次，数学作为一种文化，已成为人类文明进步的标志；最后，数学也是培养学生科学素质和能力的重要途径，是对学生进行思维训练和科学思想的培养。

随着人类文明和科技的进步，文理学科相互交叉相互渗透日趋明显，文科、经济、管理、财会、金融、行政等学科的学生也要求必须掌握高等数学知识，很多院校都开设了《高等数学》或《经济数学》，旨在通过对这门课程的学习，使文科、经济等各类学科的学生受到一定的数学思想的培养和必要的数学理论、数学方法的训练，为学习后继相关课程（如运筹学、概率统计等）和专业课的深入打下必要的数学基础，使学生能够用数学方法和数学手段来处理生产生活和科学技术中的一些问题，增强理性思维意识。

本书的编写是按照经济类《高等数学》教学大纲的要求，结合作者多年的经济类《高等数学》的教学经验完成的。书中注意五个基本：即基本概念、基本定理、基本结论、基本方法和基本技巧。为了加深对概念、结论的理解和对方法与技巧的掌握，书中引入了大量的典型例题和习题，并注重应用性的内容，特别是在经济、金融中的应用，深入浅出，易于接受。书后为习题配备了答案。为增强可读性和趣味性，每章后面介绍了一些大数学家的生平事迹及对数学的突出贡献，也是对读者的一点激励。

由于作者水平有限，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

作 者

2001年3月

目 录

第 1 章 函数与极限	1
1.1 函 数	1
1.1.1 预备知识	1
1.1.2 函数的概念	6
1.1.3 函数的几种特性	13
习题 1.1	17
1.2 初等函数	18
1.2.1 反函数与复合函数	18
1.2.2 初等函数	21
1.2.3 双曲函数与反双曲函数	25
习题 1.2	28
1.3 经济学中常用的函数	29
1.3.1 需求函数	29
1.3.2 供给函数	30
1.3.3 总成本函数	31
1.3.4 总收益函数	32
1.3.5 利润函数	32
习题 1.3	32
1.4 数列的极限	33
习题 1.4	42
1.5 函数的极限	43

1.5.1 自变量趋于有限值时函数的极限	43
1.5.2 自变量趋于无穷大时函数的极限	49
习题 1.5	50
1.6 无穷小与无穷大	51
1.6.1 无穷小	51
1.6.2 无穷大	53
习题 1.6	55
1.7 极限运算法则	56
习题 1.7	64
1.8 极限存在准则与两个重要极限	65
1.8.1 极限存在准则	65
1.8.2 两个重要极限	68
1.8.3 无穷小的比较	73
习题 1.8	76
1.9 函数的连续与间断	77
1.9.1 函数的连续性	77
1.9.2 函数的间断点	80
1.9.3 连续函数的运算及初等函数的连续性	83
习题 1.9	86
1.10 闭区间上连续函数的性质	87
习题 1.10	91
总习题 1	92
附录一 阿基米得——爱祖国爱人民的“数学之神”	94
第 2 章 导数与微分	96
2.1 导数的概念	96
2.1.1 引例——两个典型问题	96
2.1.2 导数的定义	99

2.1.3 求导数举例	100
2.1.4 导数的几何意义	103
2.1.5 函数的可导性与连续性的关系	104
习题 2.1	105
2.2 求导法则与求导公式	107
2.2.1 导数的四则运算法则	107
2.2.2 反函数求导法则	110
2.2.3 复合函数的求导法则	112
2.2.4 初等函数的导数与基本导数公式	114
2.2.5 双曲函数与反双曲函数的导数	115
习题 2.2	116
2.3 高阶导数	117
习题 2.3	121
2.4 特殊类型函数的导数	121
2.4.1 隐函数的导数	121
2.4.2 对数求导法	123
2.4.3 由参数方程确定的函数的导数	124
习题 2.4	126
2.5 函数的微分	127
2.5.1 微分的定义	127
2.5.2 微分的几何意义	131
2.5.3 微分公式与微分法则	132
2.5.4 微分在近似计算中的应用	137
习题 2.5	139
总习题 2	140
附录二 黎曼——英年早逝的数学奇才	142

第3章 中值定理与导数的应用	144
3.1 中值定理	144
3.1.1 罗尔定理	144
3.1.2 拉格朗日中值定理	147
3.1.3 柯西中值定理	151
习题 3.1	153
3.2 洛必达法则	154
习题 3.2	160
3.3 泰勒公式	161
习题 3.3	167
3.4 函数的单调性与极值	167
3.4.1 函数的单调性	167
3.4.2 函数的极值及其求法	171
习题 3.4	178
3.5 最大值、最小值问题	178
习题 3.5	182
3.6 曲线的凹凸、拐点及函数图形的描绘	183
3.6.1 曲线的凹凸与拐点	183
3.6.2 函数图形的描绘	186
习题 3.6	191
3.7 导数在经济分析中的应用	191
3.7.1 边际概念	191
3.7.2 边际成本	192
3.7.3 边际收益	194
3.7.4 弹性分析	195
3.7.5 最大利润原则	201
习题 3.7	202

总习题 3	204
附录三 牛顿——一个为人类增添光辉的人	206
第 4 章 不定积分	209
4.1 原函数与不定积分的概念	209
4.2 不定积分的性质和基本公式	212
习题 4.2	216
4.3 换元积分法	217
4.3.1 第一类换元法	217
4.3.2 第二类换元法	223
习题 4.3	229
4.4 分部积分法	229
习题 4.4	235
4.5 几种特殊类型函数的积分	235
4.5.1 有理函数的积分	235
4.5.2 三角函数有理式的积分	237
4.5.3 简单无理式的积分	239
习题 4.5	241
总习题 4	241
附录四 莱布尼兹——博学多才的数学符号大师	243
第 5 章 定积分	246
5.1 定积分的概念	246
5.1.1 引 例	246
5.1.2 定积分的概念	250
5.1.3 定积分举例	253
习题 5.1	254
5.2 定积分的性质 中值定理	255

6.1.3	向量的加减法	315
6.1.4	向量数乘	317
6.1.5	向量在轴上的投影	318
6.1.6	向量的坐标表示	320
6.1.7	数向量的数量积	324
6.1.8	向量的向量积	325
	习题 6.1	327
6.2	空间解析几何初步	328
6.2.1	空间的平面及其方程	328
6.2.2	空间的直线及其方程	331
6.2.3	空间的曲面	224
6.2.4	空间的曲线	337
6.2.5	二次曲面	339
	习题 6.2	342
6.3	多元函数的概念	343
6.3.1	平面点集和区域	343
6.3.2	多元函数的概念	344
6.3.3	多元函数的极限	346
6.3.4	多元函数的连续性	348
	习题 6.3	350
6.4	偏导数与全微分	350
6.4.1	偏导数	350
6.4.2	高阶偏导数	354
6.4.3	全微分	355
	习题 6.4	357
6.5	多元复合函数和隐函数的求导法则	358
6.5.1	多元复合函数的求导法则	358
6.5.2	隐函数的求导公式	362

习题 6.5	365
6.6 多元函数的极值	366
6.6.1 多元函数的极值、最大值、最小值	366
6.6.2 条件极值与拉格朗日乘数法	373
习题 6.6	376
总习题 6	377
附录六 笛卡儿——近代数学的奠基人	381
第 7 章 二重积分	385
7.1 二重积分的概念与性质	385
7.1.1 二重积分的概念	385
7.1.2 二重积分的性质	390
习题 7.1	392
7.2 二重积分的计算	393
7.2.1 利用直角坐标计算二重积分	393
7.2.2 利用极坐标计算二重积分	402
习题 7.2	408
7.3 二重积分的应用	410
7.3.1 空间立体的体积	410
7.3.2 曲面的面积	411
7.3.3 平面薄片的质量及重心	414
习题 7.3	417
总习题 7	417
附录七 高斯——数学界的光辉旗手	419
第 8 章 无穷级数	422
8.1 常数项级数	422
8.1.1 常数项级数的概念	422

8.1.2 收敛级数的基本性质	426
习题 8.1	430
8.2 常数项级数的审敛法	431
8.2.1 正项级数及其审敛法	431
8.2.2 交错级数及其审敛法	436
8.2.3 绝对收敛与条件收敛	438
习题 8.2	440
8.3 幂级数	441
8.3.1 幂级数及其收敛性	441
8.3.2 幂级数的运算	446
习题 8.3	449
8.4 函数展开成幂级数	450
8.4.1 泰勒级数	450
8.4.2 函数展开成幂级数	452
8.4.3 函数的幂级数展开式的应用	455
习题 8.4	456
总习题 8	457
附录八 费尔马——业余数学家之王	460
第 9 章 微分方程初步	462
9.1 微分方程的一般概念	462
习题 9.1	464
9.2 一阶微分方程	465
9.2.1 可分离变量的微分方程	465
9.2.2 一阶线性微分方程	467
9.2.3 初等变换法	469
习题 9.2	472
9.3 可降阶的高阶微分方程	473

9.3.1	$y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程	473
9.3.2	$y'' = f(x, y')$ 型的微分方程	474
9.3.3	$y'' = f(y, y')$ 型的微分方程	475
	习题 9.3	476
9.4	二阶线性微分方程	476
9.4.1	二阶线性微分方程解的结构	477
9.4.2	二阶常系数线性齐次方程的解法 ——特征根法	479
9.4.3	二阶常系数线性非齐次方程的求解 ——待定系数法	482
	习题 9.4	485
	总习题 9	485
	附录九 欧拉——双目失明的数学家	487
	习题答案	489

第1章 函数与极限

高等数学与初等数学的主要区别在于研究对象与研究方法的不同. 初等数学研究对象基本上是不变的量; 高等数学研究对象是以变量为主, 研究过程引入极限的概念. 客观世界的事物在不断地发展变化, 变化是绝对的, 变量的数学已成为各个领域的基本工具. 在研究变量之间关系时形成了函数的概念, 它是高等数学中最基本的概念之一. 极限是研究变量的一种基本方法. 本章主要介绍函数、极限、连续等概念, 并讨论它们的性质.

1.1 函 数

1.1.1 预备知识

集合 集合是数学中一个原始的概念, 它不能用其他更基本的概念来界定, 只能作描述性的说明. 例如, 一个书柜中的书构成的集合, 全体实数的集合, 所有等腰三角形的集合, 等等. 一般地说, 所谓集合(或简称集), 是指具有特定性质的一些事物的总体. 组成这个集合的事物称为该集合的元素. 通常集合的元素应符合两个条件: 一是确定性; 二是互异性. 确定性指任意对象是给定集合的元素或不是该集合的元素能作出确切的判断; 互异性是指给定集合的任意两个元素都是不同的对象. 比如“三年级高个子的同学”就不能构成集合. 通常以大写拉丁字母表示集合. 事物 a 是集合 M 的元素, 记作 $a \in M$ (读作 a 属于 M); 事物 a 不是集合 M 的元素, 记作 $a \notin M$ (读作 a 不属于 M).

集合的概念到处可见，表达的方式也各式各样。数学中集合的表示方法通常有两种：一是列举法，二是描述法。

把集合中的元素一一列举出来，用逗号分开，放在大括号内，这种表示集合的方法叫做列举法。例如，介于1与10之间的奇数可表示为 $\{3, 5, 7, 9\}$ 。列举法通常来表示有限集合，即由有限个元素组成的集合。例如由元素 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 组成的集合 A 可记作

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

列举法表示集合时元素的顺序可任意排列，通常遵从事物本身的某种规律。

任何集合中的元素都有其共同性质。把集合中的元素的共同属性用语言或数学符号描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做描述法。例如方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解可以表示为

$$\{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}.$$

描述法更多地表示无限集合，即由无穷多个元素构成的集合。设 M 是具有某种特征的元素 x 的全体组成的集合，记作

$$M = \{x | x \text{ 具有的特征}\}$$

这里所谓 x 所具有的特征，实际上是 x 作为 M 的元素应适合的充分必要条件：适合条件的任何事物都是集合 M 的元素；反之，集合 M 的元素都必须适合这条件。例如， xOy 平面上的原点 O 为中心，半径等于1的圆周上的点的全体组成的集合可记作

$$M = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数}, x^2 + y^2 = 1\}$$

以后用到的集合主要是数集，即元素都是数的集合。常见的数集有：全体自然数的集合 $\mathbb{N}$ ，全体整数的集合记作 $\mathbb{Z}$ ，全体有理数的集合 $\mathbb{Q}$ ，全体实数的集合 $\mathbb{R}$ 。有时为了方便，用 $\mathbb{Z}^+$ 表示正整数集， $\mathbb{R}^-$ 表示负实数集等。

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素，即若 $x \in A$ ，则必有 $x \in B$ ，就说 A 是 B 的子集（如图1.1），记作 $A \subset B$ （读作 A 包含于 B ）或 $B \supset A$ （读作 B 包含 A ）。例如， $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ 。

如果 $A \subset B$, 且 $B \subset A$, 就称集合 A 与 B 相等, 记作 $A = B$.
例如, 设

$$A = \{1, 2\}, B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

则 $A = B$.

不含任何元素的集合称为**空集**, 记作 $\emptyset$. 例如

$$\{x | x \in R, x^2 + 1 = 0\}$$

是空集. 空集是任何集合的子集. 要区分符号 $0, \emptyset, \{0\}, \{\emptyset\}$ 的含义.

对于给定的两个集合 A 与 B , 由所有属于集合 A , 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的**并集**, 记作 $A \cup B$ (读作“ A 并 B ”). 如图 1.2.

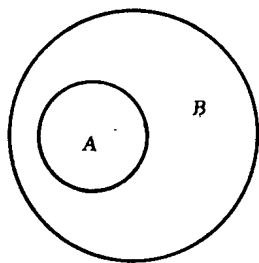


图 1.1

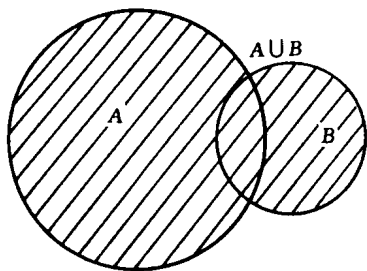


图 1.2

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

例如, $A = \{x | x - 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, 则

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{x | x - 1 = 0\} \cup \{x | x^2 - 4 = 0\} \\ &= \{1\} \cup \{-2, 2\} = \{-2, 1, 2\}. \end{aligned}$$

对于给定的两个集合 A 与 B , 由 A 和 B 的所有公共元素组成的集合, 叫做 A 与 B 的**交集**, 记作 $A \cap B$ (读作“ A 交 B ”), 如图 1.3.

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$