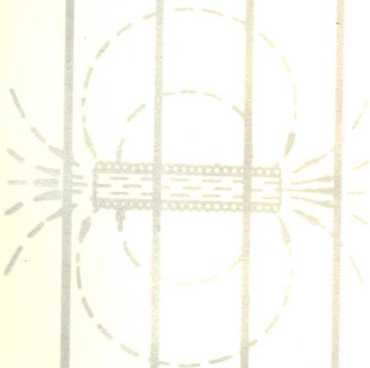
电磁场理论与类比法



陈　平　编著

中国纺织大学出版社

电磁场理论与类比法

陈 平 编著

中国纺织大学出版社

责任校对　张　敏
插图绘制　常　健

电磁场理论与类比法

陈　平　编著
中国纺织大学出版社出版
（上海市延安西路 1882 号　邮政编码：200051）
新华书店上海发行所发行　上海市印刷四厂印刷
开本：787×1092　1/32　印张：3.5　字数：7 万
1998 年 9 月第 1 版　1998 年 9 月第 1 次印刷
印数：1－2 000
ISBN 7-81038-202-0/0·05
定价：8.00 元

前　言

在电磁场理论中，“相似”的问题是经常碰到的。这所谓的“相似”，从形式逻辑看来就是“类比”问题。

这本小册子也可取名为《类比法在电磁场理论中的应用》。它是一本学习电磁场理论的辅助读物，对于从事电磁场理论教学的教员也有一定参考价值。

这本书虽然很薄，但涉及的知识面却并不很窄。因此阐述不妥以至错误，想必是会有的，敬请读者给予指正。

作　者

1998 年 3 月

目　　录

一　关于类比法

1）通常把类比法分为完全的类比法和不完全的类比法两种。

完全类比是就两个对象（或两类对象）之间的共同点进行对照、比较。这里的所谓共同点，可以是两对象之间相似的属性，也可以是两对象之间类似的数学方程式的形式、定量判断和空间的分布及运动状态* 等等。由于人们作完全类比时，只是就已经掌握的有关两对象的知识中，取出它们相同或相似的地方进行对比，而并不产生新判断（结论），因此完全类比不是推理。

不完全类比是一种推理方法，因此常称为类比推理。

根据推理的方向（或谓进程），推理可分为演绎推理、归纳推理、关系推理和类比推理等方式。其中的类比推理是从特殊到特殊或从一般到一般的一种推理方法。

---

* 如“电子围绕原子核旋转，就像人造卫星围绕地球旋转那样”，便是运动状态类似的两类对象之间作比较的一个例子。

在当今的形式逻辑著作中，类比推理的定义，一般是这样叙述的：类比推理是由两个对象（或两类对象）某些属性相似，而推出它们在别的属性上也可能相似的推理形式。

而通常用公式表示出来，就是

① 甲对象具有属性：a，b，c，d；

② 乙对象具有属性：a′，b′，c′；

---

③ 乙对象可能也具有属性 d′。

其中的 a′、b′、c′和 d′代表与 a、b、c 和 d 分别相似的属性。

可以看得出来，这样的定义和公式是不够全面的，尤其在自然科学和技术领域中，类比推理的应用表现为各种不同的形式。两对象之间进行的比较及随之进行的推理，同样可以是属性，也可以是数学形式等许多方面。因此，想说得全面些，有人给类比推理大体上作了如下的规定：类比推理“是一种把由某特殊对象的知识推移到另一特殊对象的思维方法，它由两对象的某些属性相似，推出它们的其他属性或规律性相同，或由两对象的规律性相似，推出它们的属性或定量计算相同。”[①]

当然，根据其在自然科学和技术领域中的应用所表现的不同形式，还可加以分类。但在有关著作中，人言各殊，分法不一，又根据现在我们所讨论的电磁场理论的具体情况，感到没有再细分下去的必要，所以就此为止。

2）为了后面叙述的方便以及同时使得二者有所区别

---

① 陈昌曙：《关于类比法的几个问题》。《新建设》1963 年 2 月号。

起见，我们把完全类比就简称为类比，它又作类似、相似、相符和比拟等解释；而把不完全类比，即类比推理，简称为类推。

对于类比，应用时稍加注意，一般说来，错误完全可以避免。而类推，其结论是带有或然性的，它可能真实，也可能虚假。因为推理中的判断与类比部分两对象间的相似点不都是有着必然的联系。推理中的所谓两对象间的“相似点”，也许正好是两者之间的相异点呢？这时类推的结论必定虚假。所以在类推的结论尚未检验而获得证实之前，是谁也不能担保它是真实的。正是由于类推结论的或然性，使得类比推理的定义和公式中，总要用到“可能”这个字眼。因此使用类比推理时倘若忘了这一点，就有可能得出错误的结论。这样的例子并不罕见，如历史上根据静磁现象与静电现象之间的相似性类比推得的，与正、负电荷概念相对应的正、负磁荷的概念，并认为那是真实的存在，现在我们知道，那是错误的。

尽管这样，类比推理作为一种逻辑推理方式，在人类探索自然奥秘的活动中，它的作用是很显然的。翻开自然科学史，成功地应用了类比推理的例子可说俯拾即是。关于地球上存在氦元素的假定，早先关于光的电磁本性的假说，原子结构的最初揭示，最早关于和铁磁质相似的具有异常介电特性的“铁电质”存在的设想，等等，都与类比推理的应用分不开；由电的传导与导体上热的传导之间的类比，使得物理学家欧姆根据热工学中的傅利叶定律，得到了电工学中的欧姆定律（电位差与温度差相对应，电流即单位时间内所流

过的电量与单位时间内所流过的热量相对应)；还可以举一个同样为大家所熟悉的例子——安培在确定了螺线管磁现象与永久磁铁磁现象之间的相似性以后，他把这相似性就作为关于电流是磁现象的唯一源泉这个假说，或者说是分子电流这个假说的基础(这个问题后面还要作较详细的阐述)。安培假说与近代的电子理论是很接近的。……总之，类比推理在人们的认识上，它能够启发思路，引起联想，它的结论往往能够提供假说。许多由类推得到的假说，在日后的实践活动中被验证而成了确实的知识。难怪天文学家开普勒声称类比推理是他“最好的老师”了。

当然，我们决不是说，一用类比推理就什么真理都可以发现，任何问题也就解决了。不是的。“恰好辩证法对于今天的自然科学才是最重要的思惟形式，因为只有它才能对于自然界中所发生的发展过程，对于自然界中的普遍联系，对于从一个研究领域到另一个研究领域的过渡，提供类比，并且从而提供说明方法。”① 因此应该这样说，唯物辩证法才是我们最好的老师。

另外，还需指出：类推不是证明，它没有足够的证明力量。

3）类推在认识中的作用，当然为仅仅的类比所不能起到。但是类比的作用不能因此而被低估。一则，它是类推的基础，没有事前的类比就无从类推。这是不言而喻的。二则，类比在我们吸取前人已经积累的知识的过程中，它能帮助

① 恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社 1955 年第 1 版，第 23 页。

我们加快和加深对于知识的掌握和领会。类比的这种作用是很明显的。

对于电磁场理论来说，各部分内容之间，尤其是恒定电场、恒定磁场与静电场之间，存在着不少相似的地方。这所谓“相似的地方”，不仅是指限制在一定范围内的场基本方程、媒质性能方程及边界条件等数学形式的相似，同时也包括了分析问题的思路，解决问题的方法，有它们共同的地方。在电磁场理论的学习过程中，我们如能善于将后续内容与静电场作比较，善于将新内容与旧内容（不限于静电场）作比较，从中找出它们的相似点，注意区别它们的相异点，这样做，既巩固了旧有的知识，又加快了对于新内容的掌握——在这中间类比起着以旧启新、触类旁通的作用。

在教学中，碰到前后相似的内容（如边界条件），倘使在静电场中已详细地分析和推导过，那么后面的就可以简单推论，不同的地方作必要的交代，而不必每每重起炉灶了。这样既节省时间，又能培养学生举一反三*的能力。在复习中，类似问题，平行对比，那是一个好方法。

比较的方法，或者说对比的方法，是实行启发式教学的一个手段。某校的一份经验交流材料，说到了电场与磁场采用对比讲法的问题，不妨抄录如下，以供参考：

>……“电场”与“磁场”，教科书上是各讲各的，“电场”中推导论证了一番，“磁场”中照样推导论证一番。

* “举一反三”以及“举一隅而反三”、“一隅三反”、“隅反”这些都是一个意思：“因此知彼，能够类推”。

为了加强基本定律和基本方法在应用上的训练，避免不必要的推导，我们分析了这两章的共性和个性，决定采取“对比”的讲法。在讲“电场”时就注意把两大性质及各种基本计算方法的条件和实质反复搞透，为讲磁场作好准备。而讲“磁场”时则根据场的性质的相似及相异性，将概念，定律，方法一一对比过来。一方面突出了基本概念，又一次练习了解决问题的基本方法。另一方面，通过磁场的学习，又巩固和深化了“电场”的概念。而在讲课上所用的时间却节省了。

当然，需要注意的是：“比较并不就是论证”①，比较不能代替必要的论证。

① 列宁：《哲学笔记》，人民出版社1974年第3版，第168页。

二　导电媒质中的恒定电场与静电场的类比

1）在各向同性的导电媒质中，于局外场不存在的区域内，恒定电场的基本方程和性能方程的微分形式、积分形式，分别地、对应地把它们写出来，就是

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0, \qquad \oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0;$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\delta} = 0, \qquad \oint_S \boldsymbol{\delta} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0;$$

$$\boldsymbol{\delta} = \gamma \boldsymbol{E}, \qquad I = GU.$$

式中 $\boldsymbol{\delta}$ 为电流密度矢量、γ 为电导率、$\boldsymbol{E}$ 为电场强度矢量、I 为电流、G 为电导、U 为电压。

而在各向同性的电介质中，于自由电荷不存在的区域内，静电场的基本方程和性能方程的微分形式、积分形式分别为

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0, \qquad \oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0;$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = 0, \qquad \oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0;$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}, \qquad\qquad Q = CU.$$

式中 $\boldsymbol{D}$ 为电通密度矢量、ε 为电容率、$\boldsymbol{E}$ 为电场强度矢量、Q 为电荷、C 为电容、U 为电压。

不难看出，在数学形式上，它们是两个完全对应相似的方程组。

导电媒质中的恒定电场所采用的物理量 $\boldsymbol{E}$、U（和电位 φ）、δ、I、γ 及 G，是分别与静电场中的物理量 $\boldsymbol{E}$、U（和电位 φ）、$\boldsymbol{D}$、Q、ε 及 C 相同或者相当的。比较这些物理量的名称和（实用单位制中的）单位，这种相同或相当的关系可以看得更加清楚：

恒定电场				静电场		
电场强度矢量	$\boldsymbol{E}$	伏特/米	↔	电场强度矢量	$\boldsymbol{E}$	伏特/米
电压 U 和电位	φ	伏特	↔	电压 U 和电位	φ	伏特
电流密度矢量	δ	安培/米^2	↔	电通密度矢量	$\boldsymbol{D}$	库仑/米^2
电流	I	安培	↔	电荷	Q	库仑
电导率	γ	西门/米	↔	电容率	ε	法拉/米
电导	G	西门	↔	电容	C	法拉

导电媒质的电导率 γ，又称导电率、电导系数、导电系数等，已都停止使用。其单位是“西门子/米”。上面之所以将其中电导的单位“西门子”略成“西门”，是为了与电容的单位“法拉”相照应，也只有两个字。而这种“割尾巴”的办法，也正是由“法拉第”略成“法拉”学来的；并且，既然已有先例，笔者索性在此建议，将电导的单位改为“西门”。

电介质的电容率 ε，又称介电常数* 或绝对介电常数、介电系数或绝对介电系数(真空的介电系数，即真空电容率或真空介电常数，用 ε_0 表示，则$\varepsilon_r=\varepsilon/\varepsilon_0$称为相对电容率或相对介电系数，因此有些书上就把 ε 称为绝对电容率或绝对介电系数)。

2) 电流密度 $\boldsymbol{\delta}$、电场强度 $\boldsymbol{E}$、电通密度 $\boldsymbol{D}$、电导率 γ 和电容率 ε，这些量都是对于一点而言的，都为空间坐标的函数，称为微分量。前面讲的微分形式，除像 $\nabla\times\boldsymbol{E}=0$、$\nabla\cdot\boldsymbol{\delta}=0$等有微分符号的数学式子外，还包括用微分量表达的数学式子在内，如导电媒质的性能方程$\boldsymbol{\delta}=\gamma\boldsymbol{E}$，一般就称它为欧姆定律的微分形式。

电流 $I(=\int_S\boldsymbol{\delta}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S})$、电压 $U(=\int_l\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l})$、电荷 $Q(=\int_S\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S})$、电导 G 和电容 C，这些量是分别与微分量 $\boldsymbol{\delta}$、$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{D}$、γ 和 ε 相对应的积分量，它们都含有总和的意义。前面讲的积分形式，除像 $\oint_l\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$、$\oint_S\boldsymbol{\delta}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$ 等有积分符号的数学式子外，还包括用积分量表达的数学式子在内，如电导的性能方程$I=GU$，它就是与欧姆定律的微分

* 人们比较早就采用了“介电常数”这种叫法，其实现在应该把它抛弃。且不说通常的电介质其“介电常数”为“常数”只是相对的，至今已经发现许多电介质，其“介电常数”即使从相对的意义上来说也不是“常数”，而是明显地会随着电场强度的改变而改变，就像铁磁质的磁导率 μ 明显地会随着磁场强度的改变而改变一样，并会出现与磁滞现象相似的电滞现象，这类电介质因类似于铁磁质而被取名为“铁电质”(但它们并不含有铁的成分)。

形式$\delta=\gamma E$相对应的欧姆定律的积分形式，前者可由后者推导而得。其实把$I=GU$写成$\int_S \delta \cdot \mathrm{d}S = G\int_l E \cdot \mathrm{d}l$，显然就是个积分形式。通常欧姆定律写成$U=RI$（式中$R=1/G$为电阻），称为电阻的性能方程，与这积分形式相对应的微分形式是$E=\rho\delta$（式中$\rho=1/\gamma$为电阻率）。

3）上面说到电荷Q是与电通密度D这个微分量相对应的积分量，根据是$Q=\int_S D \cdot \mathrm{d}S$。其实真正与$D$相对应的积分量是电通量（简称电通）$\Phi_D=\int_S D \cdot \mathrm{d}S$，正是由于这个对应关系，电感应强度$D$才又称为电通密度。考虑到现在讨论导电媒质中的恒定电场与静电场的类比，电流密度δ与D是相当的物理量，所以这里我们称D为电通密度，这样就更能看出此种相当的关系。

$\Phi_D=\int_S D \cdot \mathrm{d}S$这个关系式，对于任何形式的电场，包括磁场变化所产生的电场，都是适用的，且式中S可为一任意曲面。而$Q=\int_S D \cdot \mathrm{d}S$这个关系式，仅适用于自由电荷所产生的电场，对于磁场变化所产生的电场就不能适用，且式中S一般应为一闭合曲面。因此说真正与电通密度D相对应的是电通Φ_D。但对现在讨论的静电场来说，$Q=\int_S D \cdot \mathrm{d}S$是成立的。另外可以假设曲面$S$并不闭合，而$Q=\int_S D \cdot \mathrm{d}S$仍然成立。这时只需设想$Q$代表的是这样一部分自由电荷，这部分自由电荷所发出的D线是穿过曲

面 S 的。所以，可以认为积分量 Q 与微分量 $\boldsymbol{D}$ 相对应。

积分量 $U(=\int_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l})$ 与微分量 $\boldsymbol{E}$ 相对应，容易看出。至于积分量 C 与微分量 ε 相对应，就需多讲几句。因为不少书上把电容 C 说成是表征导体特性的一个物理量，这就与表征电介质一点特性的电容率 ε 不相对应了。其实不是 C 与 ε 不能对应，而是“电容表征导体特性”这个说法本身有问题。固然，电容极板导体形状大小的改变通常会引起电容 C 的改变（这似乎就是此种看法的根据），但这是有条件的，即只有当前者改变引起导体间电介质形状大小的改变，才会引起后者改变。否则，便不会出现这种改变。例如，对于平行板电容器，当保持极间距离不变（即保持极间介质厚度不变）时，增加极板厚度，这不会引起电容的改变。能够说明电容的性质、数值并非取决于极板导体而是极间介质的最明显的事实是，电容与极板导体的材料无关，即不论极板材料采用铜、铝还是锡，都不会引起电容性质、数值的改变，但若极间介质改变了就会引起电容性质、数值的改变。介质是非线性的，则电容就是非线性的。介质是线性的，则电容就是线性的。如果极间是单一均匀介质，则电容数值与介质电容率成正比关系，ε 越大，C 也越大（可见电容率这名称是较确切的）。极间是多种介质时，电容数值与介质如何组合有关，这时虽与每种介质的电容率不是成简单的正比关系，但只要其中任意一种介质换成电容率较大的介质，都会引起电容数值的增大。总之电容的性质、数值是取决于极间介质的性质、形状、大小，而不是极板导体。所以确切一些说，

电容是表征导体间电介质特性的一个物理量，是与电容率这个微分量相对应的积分量。

因此，根据上述可以认为，电容的性能方程$Q=CU$是与电介质的性能方程$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$这个微分形式相对应的积分形式[①]。

4）前面为使两种场的数学形式取得完全类似，假设所讨论的静电场区域内不存在自由电荷。但在此前提下列出的电容的性能方程，其中的Q却代表的是自由电荷，这与前提是否相矛盾呢？我们说并不矛盾。因为，适用某个区域的数学表达式，其中的物理量所代表的具体对象，并不一定就在这个区域内。刚才已经指出，电容表征的是导体间电介质的特性，即电容的性能方程适用于导体间的电介质区域，这区域不包括带有自由电荷的导体极板在内，也就是说性能方程中Q所代表的自由电荷并不在性能方程所适用的区域内，而是在这个区域外。类似这种情况是很多的，例如还可举出电场能量公式说明这个问题。一个带电系统的能量储存在电场中，因此这能量叫电场能量，可用公式$W_e=\int_V \frac{1}{2}ED\mathrm{d}V$计算。静电场中的导体内部电场强度为零，所以带电系统的带电导体并不储存能量，电场能量公式中的体积V不包括带电导体在内，即公式适用于带电系统存在着电场的介质区域。设带电系统有n个带电导体，系统

① 林海明：《电工理论基础》第一册，1-8 电容。