高等学校试用教材

机械工程测试技术基础习题集

北京理工大学 杨作良 肖定国 主编

机械工业出版社

高等学校试用教材

机械工程测试技术基础习题集

北京理工大学 杨作良
肖定国

机械工业出版社

(京) 新登字054号

本习题集是根据全国高等学校机械工程测试技术基础课程指导小组制定的大纲编写的，并作为《机械工程测试技术基础》的配套教材。书中章节分为信号及其描述、测试装置的基本特性、常用传感器、中间变换器、记录仪器、信号分析、微机在工程测试中的应用、振动测试、应变和力的测量、流体参量的测量、测量误差与静态测量数据处理。每章均包括该章的内容提要、基本公式、习题要点及例题与习题。

本书是高等学校机械制造专业的辅助教材，也供学习机械工程测试技术的学生及工程技术人员使用。

机械工程测试技术基础习题集

北京理工大学 杨作良 肖定国 主编

*

责任编辑：林 松 版式设计：胡金瑛

封面设计：郭景云 责任校对：肖新民

责任印制：卢子祥

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

邮政编码：100037

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

北京市房山区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行・新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16・印张 5・字数 115 千字

1993年4月北京第1版・1993年4月北京第1次印刷

印数 0 001—3 800・定价：4.40元

*

ISBN 7-111-03484-8/TH・401（课）

前　言

机械工程测试技术是一门涉及知识面广，理论性和实践性都很强的学科。为使学生较扎实地掌握这门知识，做一定量的习题是非常必要的。本习题集的目的是帮助学生深刻理解基本概念，掌握基本的分析、计算能力，为在今后的工作实践中正确、灵活地运用所学知识打下基础。

本习题集是根据全国高校机械工程测试技术基础课程指导小组制定的大纲编写的，并作为《机械工程测试技术基础》的配套教材。本习题集的章次顺序与《机械工程测试技术基础》的章次一致，分为信号及其描述、测试装置的基本特性、常用传感器、中间变换器、记录仪器、信号分析、微机在工程测试中的应用，振动测试、应变和力的测量、流体参量的测量、测量误差与静态测量数据处理。题目的深度与广度也与其大致相同。

本习题集每章中包括该章内容提要，基本公式，习题要点及习题。为提供必要的解题指导，每章中还以典型题目的详细解题过程作为例题。

为本习题集提供习题的单位或人员有：华中理工大学卢文祥；广西大学金秀石；西安公路学院焦生杰；渝州大学王秉全；厦门大学李竞白；成都航空学校刘治华；清华大学吴正毅；北京航空航天大学706教研室。此外还有浙江大学机械系；洛阳工学院机械系；四川轻化工学院机械系的有关老师们。本习题集第七章的习题由华东工学院梁人杰提供。全书由北京理工大学杨作良、肖定国担任主编。

全书由清华大学吴正毅主审。参加审稿的有华中理工大学卢文祥，陕西机械学院北京研究生部翁善惠。测试技术课程指导小组的全体老师审阅了初稿。在编写过程中得到了严普强教授的指导。在此编者一并表示衷心感谢。

由于本书编者水平有限，书中缺点错误在所难免。殷切希望广大读者提出宝贵意见。

编者

1992年6月

目　　录

第一章 信号及其描述

内容提要

一、信号的分类

动态测试信号分类见表1-1。

表1-1 动态测试信号分类

确定性信号				随机信号			
周期信号		非周期信号		平稳随机信号		非平稳随机信号	
简谐周期信号	复杂周期信号	准周期信号	瞬变信号	各态历经过程	非各态历经过程	一般非平稳随机过程	瞬变随机过程

二、周期信号与离散频谱

1. 傅里叶级数　任意周期为T的信号$x(t)$，若满足狄里赫利条件，可展开成傅里叶级数。

（1）三角函数形式

$$x(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega_0 t+b_n\sin n\omega_0 t) \tag{1-1}$$

其中：

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\mathrm{d}t$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\cos n\omega_0 t\mathrm{d}t$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\sin n\omega_0 t\mathrm{d}t$$

$$(n=1,\ 2,\ \cdots)$$

或

$$x(t)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\omega_0 t+\varphi_n) \tag{1-2}$$

其中：

$$A_0=a_0$$

$$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$$

$$\varphi_n=-\mathrm{arctg}\frac{b_n}{a_n}$$

$$(n=1,\ 2,\ \cdots)$$

（2）复指数形式

$$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}c_n e^{jn\omega_0 t} \tag{1-3}$$

其中：
$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$$

$$(n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)$$

（3）三角函数形式与复指数形式傅里叶级数展开式系数间的关系

$$c_n=|c_n|e^{j\underline{/C_n}}=\begin{cases}\frac{1}{2}(a_n+jb_n) & n<0\\ a_0 & n=0\\ \frac{1}{2}(a_n-jb_n) & n>0\end{cases}$$

$$|c_n|=\frac{A_n}{2}$$

$$\underline{/c_n}=\begin{cases}\mathrm{arctg}\frac{-b_n}{a_n}=\varphi_n & n>0\\ \mathrm{arctg}\frac{b_n}{a_n}=-\varphi_n & n<0\end{cases}$$

2．周期信号的离散频谱　周期信号的频谱通过其傅里叶级数求得，$A_n—\omega$ 称为幅值频谱，$\varphi_n—\omega$ 称为相位频谱。周期信号的频谱具有离散性和谐波性，工程常见周期信号的频谱还具有收敛性。

3．周期信号的强度表示

均值
$$\mu_x=\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt \tag{1-4}$$

绝对均值
$$\mu_{|x|}=\frac{1}{T}\int_0^T|x(t)|dt \tag{1-5}$$

均方根值
$$x_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt} \tag{1-6}$$

均方值
$$P_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt \tag{1-7}$$

三、非周期信号与连续频谱

1．傅里叶变换与频谱密度函数

若非周期信号 $x(t)$ 满足狄里赫利条件，且在无穷区间上绝对可积，则 $x(t)$ 的傅里叶积分存在

$$x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)e^{j2\pi ft}df \tag{1-8}$$

其中：
$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j2\pi ft}dt \tag{1-9}$$

上两式构成傅里叶变换对，式（1-9）为傅里叶正变换，式（1-8）为傅里叶逆变换。

$X(f)$称为$x(t)$的频谱密度函数，简称频谱函数。

2．傅里叶变换的性质

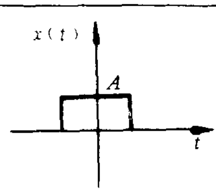
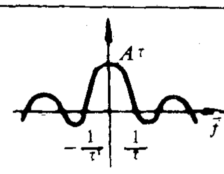
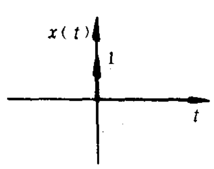
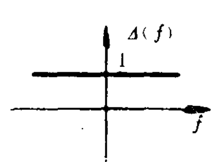
傅里叶变换的主要性质见表1-2。其中，$X(f)$，$X_1(f)$，$X_2(f)$和$Y(f)$分别为$x(t)$，$x_1(t)$，$x_2(t)$和$y(t)$的频谱函数。

表1-2　傅里叶变换的主要性质

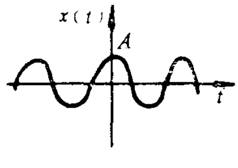
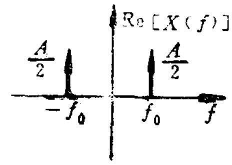
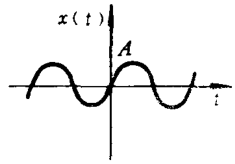
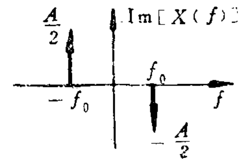
性　质	时　　域	频　　域
	实偶函数 实奇函数 虚偶函数 虚奇函数	实偶函数 虚奇函数 虚偶函数 实奇函数
线性叠加	$ax(t)+by(t)$	$aX(f)+bY(f)$
对　称	$X(t)$	$x(-f)$
尺度改变	$x(kt)$	$\frac{1}{k}X\left(\frac{f}{k}\right)$
时　移	$x(t-t_0)$	$X(f)e^{-j2\pi f t_0}$
频　移	$x(t)e^{\pm j2\pi f_0 t}$	$X(f\pm f_0)$
翻　转	$x(-t)$	$X(-f)$
共　轭	$x^*(t)$	$X^*(-f)$
时域卷积	$x_1(t)*x_2(t)$	$X_2(f)X_2(f)$
频域卷积	$x_1(t)x_2(t)$	$X_1(f)*X_2(f)$
时域微分	$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$	$(j2\pi f)^n X(f)$
频域微分	$(-j2\pi t)^n x(t)$	$\frac{d^n X(f)}{df^n}$
积　分	$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$	$\frac{1}{j2\pi f}X(f)$

3．典型信号的傅里叶变换及频谱图（表1-3）

表1-3　典型信号的傅里叶变换及其频谱图

信号名称	$x(t)$	波形图	$X(f)$	频谱图
矩形窗	$\begin{cases} A & \lvert t\rvert \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \lvert t\rvert > \frac{\tau}{2} \end{cases}$		$A\tau \mathrm{sinc}(\pi f\tau)$	
单位脉冲	$\delta(t)$		1	

（续）

信号名称	$x(t)$	波形图	$X(f)$	频谱图
余弦函数	$A\cos 2\pi f_0 t$		$\frac{A}{2}[\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)]$	
正弦函数	$A\sin 2\pi f_0 t$		$\frac{jA}{2}[\delta(f+f_0)-\delta(f-f_0)]$	

习 题 要 点

· 判定信号类别，严格区分两类确定性信号的频域特征。

· 计算周期信号的强度。

· 利用傅里叶级数的定义式，计算及绘制周期信号的频谱。

· 利用傅里叶变换的定义式，计算及绘制非周期信号的频谱。

· 灵活运用傅里叶变换的性质，由已知简单信号的频谱求较复杂信号的频谱。

· 将非周期信号分解为两个简单信号的乘积或卷积，运用卷积定理求其频谱。

例 题

例1-1 求例题1-1 a 图所示周期性三角波信号的频谱，并画出其频谱图。

$$x(t)=\begin{cases}\dfrac{2A}{T}t & 0\leqslant t\leqslant\dfrac{T}{2}\\[2mm] -\dfrac{2A}{T}t & -\dfrac{T}{2}\leqslant t\leqslant 0\end{cases}$$

解 1：将 $x(t)$展开成三角函数形式的傅里叶级数求其频谱。

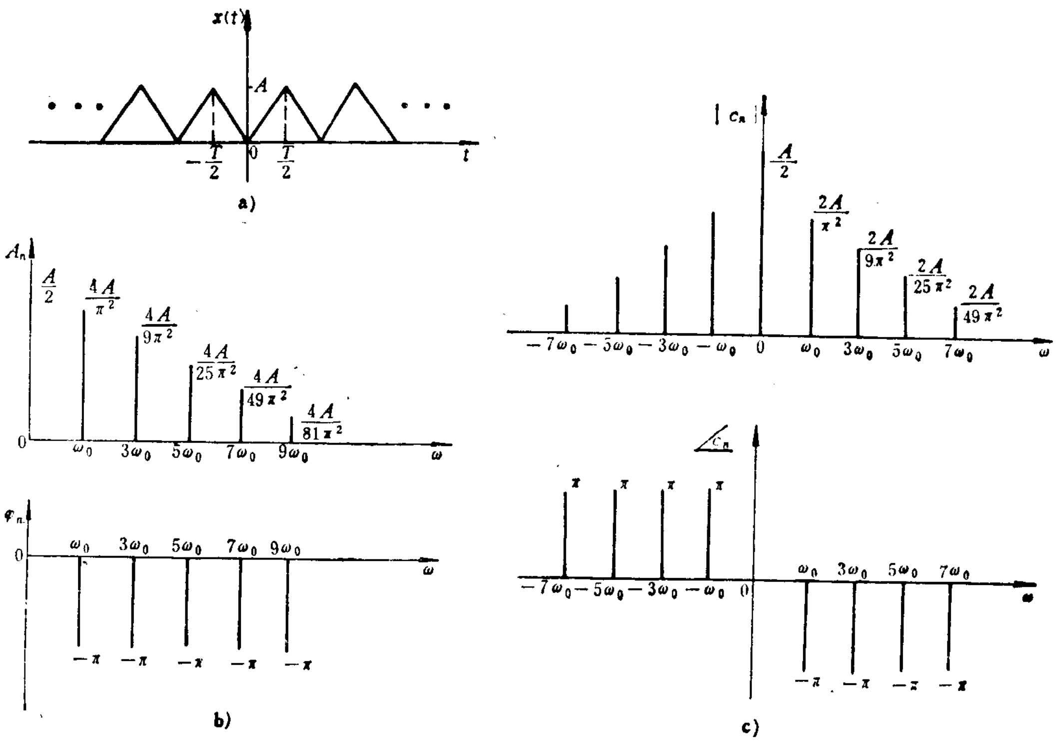
计算傅里叶系数

因为 $x(t)$是偶函数

所以 $b_n=0 \quad n=1, 2, \cdots$

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\mathrm{d}t=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{2A}{T}t\mathrm{d}t=\frac{4A}{T^2}\ \frac{1}{2}t^2\Big|_0^{\frac{T}{2}}=\frac{A}{2}$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\cos n\omega_0 t\mathrm{d}t=\frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{2A}{T}t\cos n\omega_0 t\mathrm{d}t$$



例题1-1 a、b、c图

$$= \frac{8A}{T^2}\left[\frac{t}{n\omega_0}\sin n\omega_0 t\Big|_0^{\frac{T}{2}} - \frac{1}{n\omega_0}\int_0^{\frac{T}{2}}\sin n\omega_0 t\,dt\right]$$

$$= \frac{8A}{T^2}\left[\frac{T^2}{4n\pi}\sin n\pi + \frac{1}{(n\omega_0)^2}\cos n\omega_0 t\Big|_0^{\frac{T}{2}}\right]$$

$$= \frac{8A}{T^2}\ \frac{1}{(n\omega_0)^2}(\cos n\pi - 1)$$

$$= \frac{2A}{(n\pi)^2}[(-1)^n - 1]$$

$$= \begin{cases} \dfrac{-4A}{(n\pi)^2} & n = 1, 3, 5, \cdots \\ 0 & n = 2, 4, 6, \cdots \end{cases}$$

由此得$x(t)$的三角函数形式傅里叶级数展开为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega_0 t + b_n\sin n\omega_0 t)$$

$$= \frac{A}{2} - \frac{4A}{\pi^2}\sum_{n=1,3,5,\cdots}\frac{1}{n^2}\cos\frac{2n\pi}{T}t$$

n 次谐波分量的幅值

$$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}=\frac{4A}{n^2\pi^2}$$

n 次谐波分量的相位

$$\varphi_n=-\operatorname{arctg}\frac{b_n}{a_n}=-\pi$$

画出的 $x(t)$ 频谱如例题1-1 b 图所示。

解 2：将 $x(t)$ 展开成复指数形式的傅里叶级数求其频谱。

计算傅里叶系数

$$c_0=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\mathrm{d}t=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{2A}{T}t\mathrm{d}t=\frac{A}{2}$$

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)e^{-\mathrm{j}n\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)(\cos n\omega_0 t+\mathrm{j}\sin n\omega_0 t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\cos n\omega_0 t\mathrm{d}t+\frac{\mathrm{j}}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\sin n\omega_0 t\mathrm{d}t$$

$\because$ $x(t)$是偶函数 $\quad \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\sin n\omega_0 t\mathrm{d}t=0$

$\therefore$

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x(t)\cos n\omega_0 t\mathrm{d}t=\frac{A}{(n\pi)^2}[(-1)^n-1]$$

$$=\begin{cases}\dfrac{-2A}{(n\pi)^2} & n=\pm1,\ \pm3,\ \pm5,\ \cdots\\ 0 & n=\pm2,\ \pm4,\ \pm6,\ \cdots\end{cases}$$

由此得 $x(t)$的复指数形式傅里叶级数展开为

$$x(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}c_n e^{\mathrm{j}n\omega_0 t}=\frac{A}{2}-\frac{2A}{\pi^2}\sum_{n=\pm1,\ \pm3,\ \pm5,\ \cdots}^{\pm\infty}\frac{1}{n^2}e^{\mathrm{j}n\omega_0 t}$$

n 次谐波分量的幅值

$$A_n=2|c_n|=2|c_{-n}|=\frac{4A}{n^2\pi^2}$$

n 次谐波分量的相位

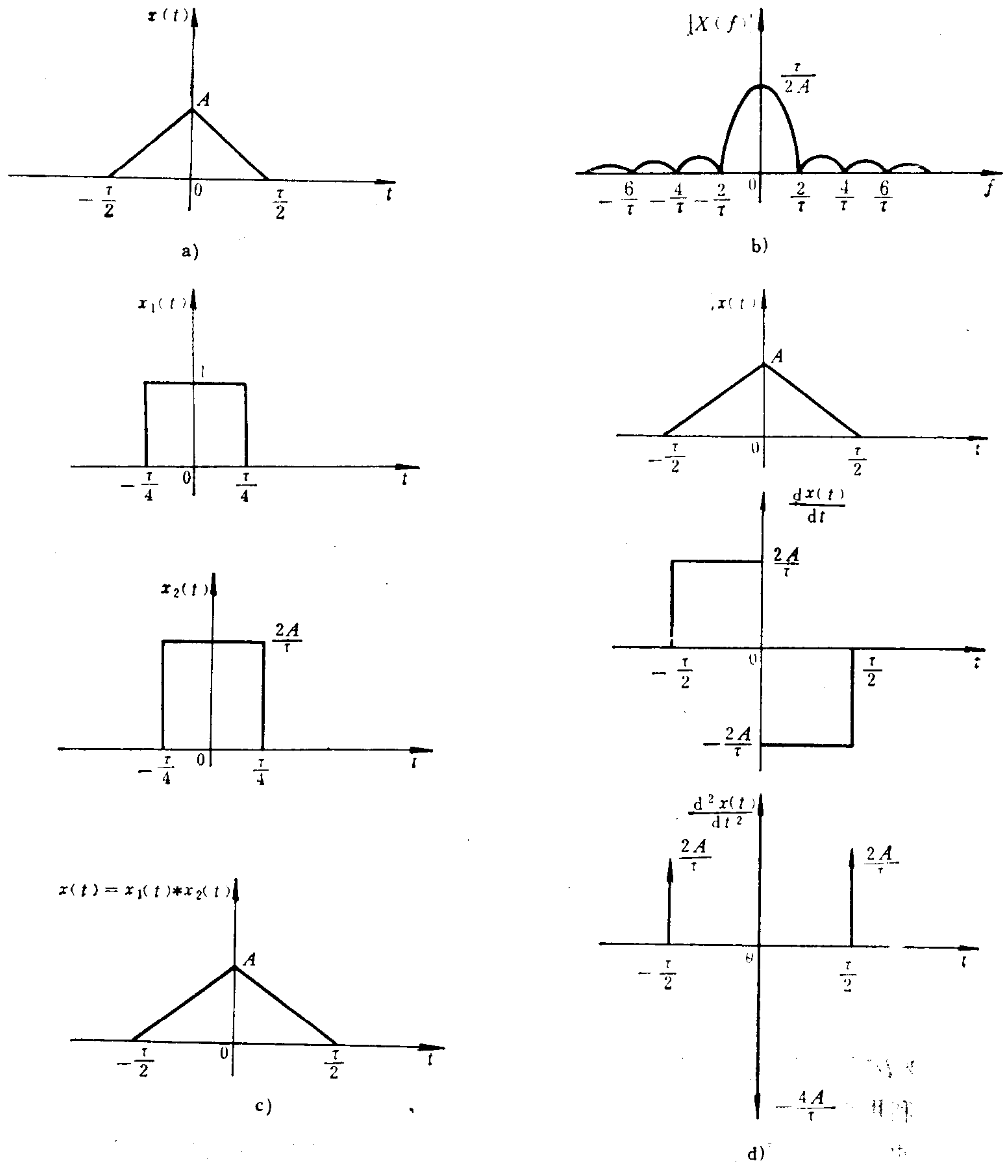
$$\varphi_n=\underline{/c_n}=-\underline{/c_{-n}}=-\pi$$

画出 $x(t)$ 的频谱如例题1-1 b 图，$x(t)$ 的复频谱如例题1-1 c 图。

例1-2 求例题1-2 a 图所示三角脉冲信号的频谱。

$$x(t)=\begin{cases}\dfrac{2A}{\tau}\left(t+\dfrac{\tau}{2}\right) & -\dfrac{\tau}{2}\leqslant t\leqslant 0\\ -\dfrac{2A}{\tau}\left(t-\dfrac{\tau}{2}\right) & 0\leqslant t\leqslant\dfrac{\tau}{2}\\ 0 & |t|>\dfrac{\tau}{2}\end{cases}$$

解 1： $x(t)$ 为一非周期信号，它的傅里叶变换即为其频谱密度函数。按定义式求解得



例题1-2 a、b、c、d 图

$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)(\cos 2\pi ft-j\sin 2\pi ft)\mathrm{d}t$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\cos 2\pi ft\mathrm{d}t-j\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\sin 2\pi ft\mathrm{d}t$$

因为　$x(t)$**是偶函数，** $\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\sin 2\pi ft\mathrm{d}t=0$

所以

$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\cos 2\pi ft\mathrm{d}t$$

$$=2\int_{0}^{\frac{\tau}{2}}-\frac{2A}{\tau}\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\cos 2\pi ft\mathrm{d}t$$

$$=-\frac{4A}{\tau}\left[\int_{0}^{\frac{\tau}{2}}t\cos 2\pi ft\mathrm{d}t-\frac{\tau}{2}\int_{0}^{\frac{\tau}{2}}\cos 2\pi ft\mathrm{d}t\right]$$

$$=-\frac{4A}{\tau}\left[\frac{t}{2\pi f}\sin 2\pi ft\Big|_{0}^{\frac{\tau}{2}}-\frac{1}{2\pi f}\int_{0}^{\frac{\tau}{2}}\cos 2\pi ft\mathrm{d}t\right.$$

$$\left.-\frac{\tau}{4\pi f}\sin 2\pi ft\Big|_{0}^{\frac{\tau}{2}}\right]$$

$$=-\frac{4A}{\tau}\ \frac{1}{(2\pi f)^{2}}\cos 2\pi ft\Big|_{0}^{\frac{\tau}{2}}$$

$$=-\frac{4A}{\tau}\ \frac{1}{(2\pi f)^{2}}\left(\cos 2\pi f\frac{\tau}{2}-1\right)$$

$$=-\frac{4A}{\tau}\ \frac{1}{(2\pi f)^{2}}\left(1-2\sin^{2}\frac{\pi f\tau}{2}-1\right)$$

$$=\frac{\tau A}{2}\left(\frac{\sin\frac{\pi f\tau}{2}}{\frac{\pi f\tau}{2}}\right)^{2}=\frac{\tau A}{2}\,\mathrm{sinc}^{2}\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

画出 $x(t)$**的幅值频谱如例题1-2 b** 图所示。

解 2：利用卷积定理求解。

三角脉冲 $x(t)$可看成是两等宽矩形脉冲 $x_1(t)$与 $x_2(t)$的卷积，如例题1-2 c 图所示。

因为 $$X_1(f)=\frac{\tau}{2}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

$$X_2(f)=\frac{\tau}{2}\,\frac{2A}{\tau}\,\sin\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

又因为 $x(t)=x_1(t)*x_2(t)$

所以 由卷积定理求得 $x(t)$ 的频谱为

$$X(f)=X_1(f)X_2(f)$$

$$=\frac{\tau}{2}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)A\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)=\frac{\tau A}{2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

解 3：利用微分性质求解。

将 $x(t)$ 进行两次微分，使出现冲击函数，如例题1-2 d 图所示。

显然 $$\frac{d^2x(t)}{dt^2}=\frac{2A}{\tau}\left[\delta\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-2\delta(t)+\delta\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right]$$

$$F\left[\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right]=\frac{2A}{\tau}\left[e^{j2\pi f\frac{\tau}{2}}-2+e^{-j2\pi f\frac{\tau}{2}}\right]$$

$$=\frac{2A}{\tau}(2\cos\pi f\tau-2)=\frac{4A}{\tau}\left[1-2\sin^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)-1\right]$$

$$=-\frac{8A}{\tau}\sin^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

由傅里叶变换的微分性质知

$$F\left[\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right]=(j2\pi f)^2X(f)$$

即 $$-\frac{8A}{\tau}\sin^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)=(j2\pi f)^2X(f)$$

由此得 $x(t)$ 的频谱 $X(f)$ 为

$$X(f)=\frac{8A}{\tau(2\pi f)^2}\sin^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)=\frac{8A\tau}{16\left(\frac{2\pi f\tau}{4}\right)^2}\sin^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

$$=\frac{\tau A}{2}\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)}{\frac{\pi f\tau}{2}}\right)^2=\frac{\tau A}{2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

三种解法中，显然第一种最麻烦，后两种较简单，它们利用了傅里叶变换的有关性质来求解。

习　　题

1-1　试判断下述结论的正误。

（1）凡频谱是离散的信号必然是周期信号。

（2）任何周期信号都由频率不同，但成整倍数比的离散的谐波叠加而成。

（3）周期信号的频谱是离散的，非周期信号的频谱也是离散的。

（4）周期单位脉冲序列的频谱仍为周期单位脉冲序列。

（5）非周期性变化的信号就是随机信号。

（6）非周期信号的幅值谱表示的是其幅值谱密度与时间的函数关系。

（7）信号在时域上波形有所变化，必然引起频谱的相应变化。

（8）各态历经随机过程是平稳随机过程。

（9）平稳随机过程的时间平均统计特征等于该过程的集合平均统计特征。

1-2　对下述问题，选择正确答案填空。

（1）描述周期信号的数学工具是____。

A．相关函数　B．傅氏级数　C．拉氏变换　D．傅氏变换

（2）描述非周期信号的数学工具是____。

A．三角函数　B．拉氏变换　C．傅氏变换　D．傅氏级数

（3）时域信号持续时间压缩，则频域中低频成分____。

A．不变　B．增加　C．减少　D．变化不定

（4）将时域信号进行时移，则频域信号将会____。

A．扩展　B．压缩　C．不变　D．仅有相移

（5）瞬变信号的傅氏变换的模的平方$|Z(\omega)|^2$的意义为____。

A．信号的一个频率分量的能量　B．在ω处的微小频宽内，频率分量的能量与频宽之比　C．在ω处单位频宽中所具有的功率。

（6）概率密度函数是在____域、相关函数是在____域、功率谱密度函数是在____域上来描述的随机信号。

A．时间　B．空间　C．幅值　D．频率

1-3　指出题1-3图所示的信号时域波形t_1时刻与t_2时刻频谱（幅值谱）有无变化，并说明原因。

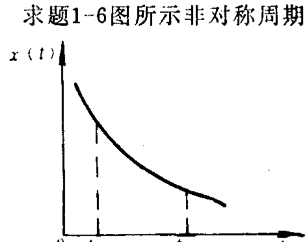
1-4　判断下列序列是否是周期函数。如果是，确定其周期。

（1）　$x(n)=e^{j\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}$；

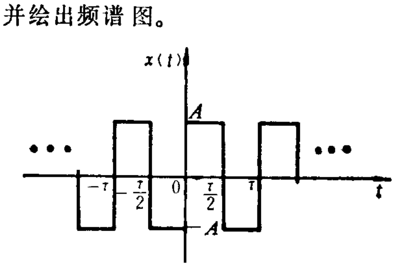
（2）　$x(n)=e^{\cos^2 10\pi n}$。

1-5　有一组合信号，系由频率分别为724Hz，44Hz，500Hz及600Hz的同相正弦波叠加而成。求该信号的周期T。

1-6　求题1-6图所示非对称周期方波信号的傅里叶级数，并绘出频谱图。



题　1-3图



题　1-6图

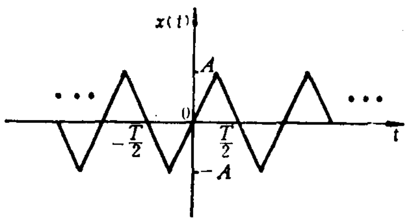
$$x(t)=\begin{cases}-A & -\dfrac{\tau}{2}\leqslant t<0\\ A & 0\leqslant t\leqslant\dfrac{\tau}{2}\end{cases}$$

1-7 求题1-7图所示三角波信号的傅里叶级数，并绘出其频谱图。

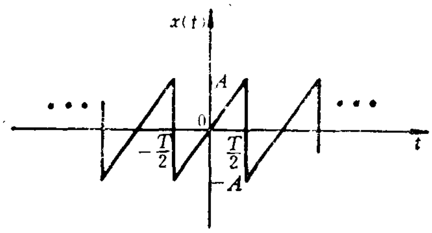
$$x(t)=\begin{cases}\dfrac{4A}{T}t & -\dfrac{T}{4}<t<\dfrac{T}{4}\\ 2A\left(1-\dfrac{2}{T}|t|\right) & \dfrac{T}{4}<|t|<\dfrac{T}{2}\end{cases}$$

1-8 求题1-8图所示锯齿波信号的傅里叶级数，并绘出其频谱图。

$$x(t)=\frac{2A}{T}t \qquad -\frac{T}{2}\leqslant t\leqslant\frac{T}{2}$$



题 1-7图



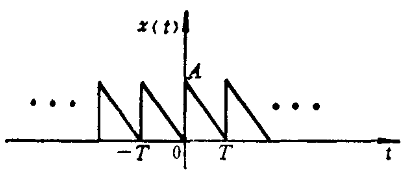
题 1-8图

1-9 求题1-9图所示锯齿波信号的傅里叶级数，并绘出其频谱图。

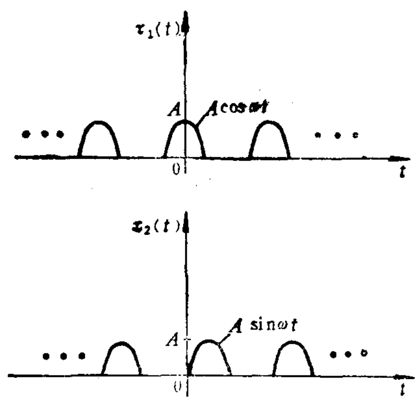
$$x(t)=A\left(1-\frac{1}{T}t\right) \qquad 0\leqslant t\leqslant T$$

1-10 求题1-10图所示半波余弦信号和半波正弦信号的傅里叶级数，画出频谱图，并讨论它们的异同。

1-11 求题1-11图所示余弦全波整流信号的傅里叶级数，并绘出其频谱图。



题 1-9图



题 1-10图

$$x(t)=A|\cos\omega_0 t|$$

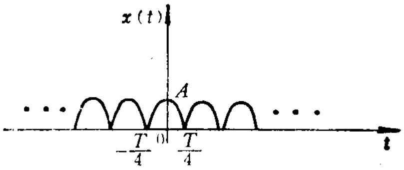
1-12 求题1-12图所示周期指数函数信号的傅里叶级数，并画出其频谱图。

$$x(t)=e^{at} \qquad -\frac{T}{2}<t<\frac{T}{2} \qquad (a>0)$$

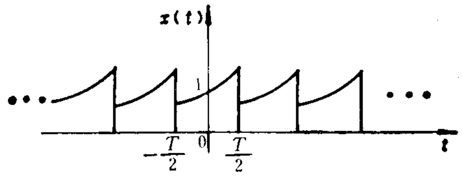
1-13 求题1-13图所示周期信号的傅里叶级数，并绘出其频谱图。

1-14 求题1-14图所示正弦信号经限幅后输出波形的傅里叶级数，并绘出其频谱图。

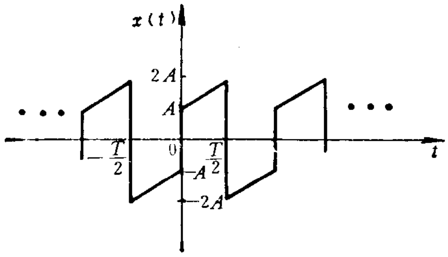
1-15 已知周期信号 $x(t)$ 的傅里叶系数是 a_n，b_n，c_n。试证明延时信号 $x(t-t_0)$ 的傅里叶级数是



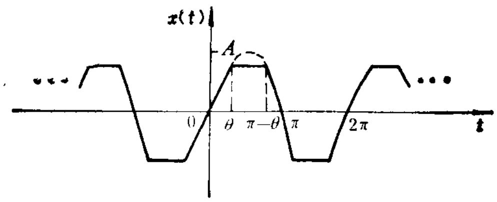
题 1-11图



题 1-12图



题 1-13图



题 1-14图

$$x(t-t_0)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n'\cos n\omega_0 t+b_n'\sin n\omega_0 t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}c_n'e^{jn\omega_0 t}$$

其中：$a_n'=a_n\cos n\omega_0 t_0-b_n\sin n\omega_0 t_0$

$b_n'=a_n\sin n\omega_0 t_0+b_n\cos n\omega_0 t_0$

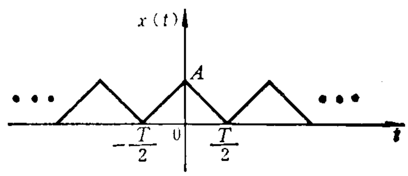
$c_n'=c_n e^{-jn\omega_0 t_0}$

1-16　求正弦信号$x(t)=X_0\sin\omega t$的绝对均值$|\mu_x|$和均方根值x_{rms}。

1-17　求题1-17图所示周期性等腰三角形信号的直流分量、基波有效值、信号有效值和信号平均功率。

1-18　设一周期为2π的周期信号可用傅里叶级数展开成

$$x(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nt+b_n\sin nt)$$



题 1-17图

试证明：

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2(t)\,dt=a^2+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)$$

（注：这个关系式称为瑞利定理，在计算周期函数的有效值时很有用，有效值就是上式的平方根值）。

1-19　求单边指数信号$x(t)$的频谱

$$x(t)=\begin{cases}e^{-at} & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases}\qquad (a>0)$$

1-20　求题1-20图所示符号函数$Sgn(t)$和单位阶跃函数$u(t)$的频谱(提示：对$x(t)=\begin{cases}e^{-at} & t>0\\ -e^{at} & t<0\end{cases}$作傅里叶变换，然后取$a\to 0$时的极限便得符号函数的频谱，单位阶跃函数可看作是符号函数在纵轴上平移而得)。

1-21　求题1-21图所示半波余弦脉冲信号的频谱