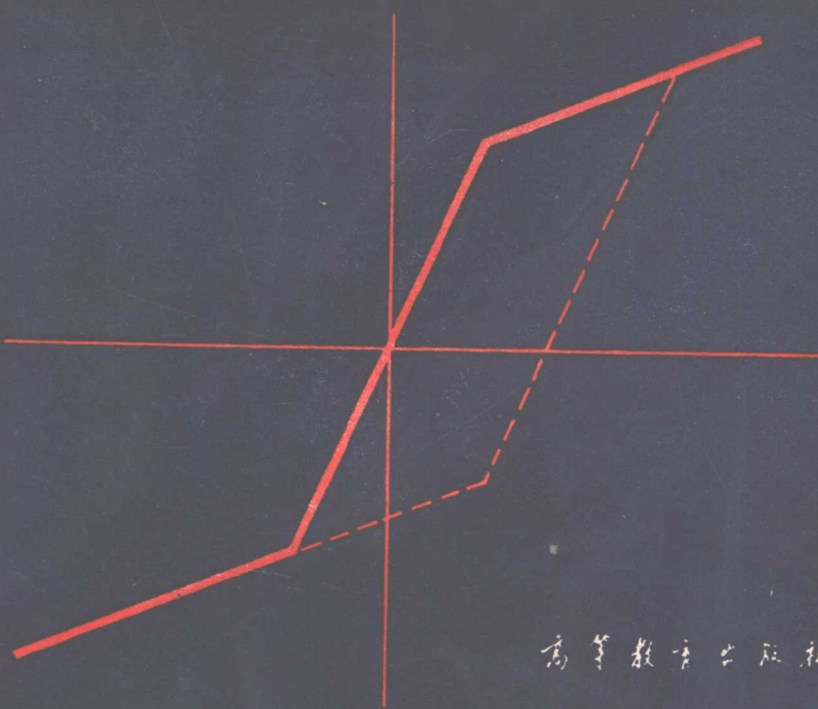
高等学校教学参考书

塑性力学导论

赵祖武

SUXING LIXUE DAOLUN



高等教育出版社

高 等 学 校 教 学 参 考 书

塑性力学导论

赵 祖 武

高 等 教 育 出 版 社

本书内容是塑性力学基础部分。全书共分六章，包括应力和应变状态，塑性本构关系，弹塑性问题的基本方程，简单弹塑性问题，极限荷载理论，板的极限荷载，安定性理论及平面应变问题。塑性本构关系分写为两章，第二章介绍塑性流动理论及塑性变形理论，第四章较系统地论述了一般化的增量理论。

本书可作为高等工科院校土建、水利、机械、力学等专业的教学参考书或教材，也可供有关工程技术人员参考之用。

本书审阅者为北京大学力学系余同希教授。

责任编辑　黄毅

高等学校教学参考书

塑性力学导论

赵祖武

·

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

·

开本 850×1168 1/32　印张 7.75　字数 180 000

1989年3月第1版　1989年3月第1次印刷

印数 0001—1 620

ISBN7-04-001975-2/TV·19

定价 2.10 元

前　言

在外力作用下，材料内部产生的应力超过一定限度，就会产生塑性应变，这时虎克定律已不再适用而应进行弹塑性分析。为此，在固体力学中出现一个重要分支，即塑性力学。塑性力学在工程技术上有着重要意义。一般结构总要有一定的安全储备，即结构最大承载能力与使用荷载之间的比值要大于1，这个比值称为安全因子。所以即使在使用时期结构处于弹性状态，也仍有必要进行塑性分析以研究结构究竟能承受多大荷载。有些情况，例如潜水艇深潜时将受到很大的水压力，这时往往会产生塑性应变。至于金属压力加工，则正是利用了塑性应变的不可恢复性。通常认为承受动力荷载时不宜使结构进入塑性状态，但对于短暂的地震力、冲击波等作用的情况，设计者常常希望构筑物可有局部破坏但不倒塌，这时塑性应变将被利用来吸收一部分能量以减轻构筑物的损伤。所以塑性力学在造船，土建，水利，机械，航空，化工等等许多生产部门都有广泛的应用。

塑性力学与普通的线弹性力学比较，有很大的不同。首先是塑性应变与应力关系，即本构关系，比线弹性力学复杂。除了没有硬化的材料处于屈服状态的情形之外，本构关系至今尚未解决。许多材料，包括金属，岩土材料，混凝土等的塑性本构关系，是尚需研究的一个重要的基础性问题。此外，由于塑性力学方程是高度非线性的以及因加载与卸载规律不同，往往需作一些简化，因此求解的方法也与弹性力学不同，需要更加灵活地使用数学工具，这常使初读者感到困难。初读者往往已习惯于力学方面某些先修课程中的求解方法，而塑性力学则有其不同之处，这也是产生困难的原因之一。建议初读者不要墨守成规，即不要认为只需简单地建立

了基本方程，其余仅仅是个数学求解方程的问题，而宜反复阅读所学的内容以求能较好地理解。实际上即使“弹性材料”也并不是那样简单，例如钢材一般被认为是典型的“弹性材料”，但在结构振动情况下，常常要考虑阻尼的影响，而描述阻尼的规律就存在着不同的理论，它们都还不能完全反映实际情况，因此也要考虑按照具体情况来判断使用何种理论为宜的问题。

本书只包括塑性力学的基本部分。写作这本书时，作者希望读者能在较少的篇幅内较深入地理解塑性力学的基本内容，而不在于获得广泛的塑性力学知识。

考虑到本构关系对读者可能是个较困难的问题，因此分写为两章。第二章主要是本构关系的初步知识及其形式，希望在学习这章内容之后，再从第四章理解其合理性。由于现代计算技术的发展，本构关系用于解决实际问题的可能性大大增长，因此在这方面用了较多的篇幅，但只考虑了金属的情况并且仅包括已成熟的理论。至于较新的理论，由于尚未能解决实际问题，书中不予介绍。利用计算机进行数值分析，另有专门的书籍，本书主要给出必要的公式，而不作进一步的叙述。

本书的写作，考虑了不同水平的读者。初读者可以首先阅读第一、二、三章；之后，可以选择第五章中的部分内容，例如极限荷载理论或其概述部分等。

作者曾写过一本《塑性理论基础》，但现在这本书与其有很大不同，是一本新书，而并非其第二版。个人水平有限，希望读者提出意见。

赵祖武

1986年7月

主 要 符 号

σ_{ij}	应力分量
s_{ij}	应力偏量分量
σ^m	平均应力
ε_{ij}	应变分量
e_{ij}	应变偏量分量
ε^m	平均应变
u_i	位移分量
v_i	速度分量
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	应变速度分量
$d\varepsilon_{ij}$	应变增量分量
J_1, J_2, J_3	不变量
T	剪应力强度
Γ	剪应变强度
E	拉压弹性模量
G	剪切弹性模量
σ_s	正应力屈服极限
τ_s	剪应力屈服极限
μ	波桑比
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力
s_1, s_2, s_3	应力偏量的主应力
ε^e_{ij}	弹性应变
ε^p_{ij}	塑性应变

目　录

第一章 应力状态及应变状态

塑性力学首先要建立塑性应变与应力之间的关系，即塑性本构关系或塑性状态方程。塑性本构关系是复杂的，为叙述方便起见，作为预备知识，在本章中讨论应力及应变分析，而有关塑性本构关系问题将在以后的章节中叙述。

§1-1 应力张量及其分解

在三维空间问题中，一点的应力状态用九个分量表示，即 σ_x，σ_y，σ_z，τ_{xy}，τ_{yx}，τ_{yz}，τ_{zy}，τ_{zx} 及 τ_{xz}。这九个分量的大小不仅与该点的受力大小有关，而且也与 x，y，z 坐标轴的方向有关。在材料力学课程中，曾讨论过平面问题的复杂应力状态及倾斜面上的应力，那里已反映出应力分量与坐标方向有关这一性质，在空间应力状态下也有类似的式子。张量是个数学名词，如果某些量依赖于坐标轴的方向，并在坐标轴改变方向时，它们的数值改变满足一定的变换规律，则这些量总称为张量。应力分量具有这样的性质，故是张量。应力张量用符号 T_σ 表示，即

$$T_\sigma=\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z\end{bmatrix} \tag{1-1-1}$$

上面的写法虽然在形式上与矩阵相似，但它不是矩阵。九个应力分量中的剪应力两两相等，所以应力张量是对称张量，它只有六个独立的分量。

三个正应力的平均值称为平均应力，用 σ^m 表示，即

$$\sigma^{m}=\frac{1}{3}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z) \tag{1-1-2}$$

利用平均应力,可将应力张量分解为两部分:

$$T_\sigma=\sigma^{m}I+D_\sigma \tag{1-1-3}$$

上式中的 I 表示单位张量, 即其主对角线上的分量为1, 其余为零。它与 σ^{m} 的乘积称为应力球张量,即

$$\sigma^{m}I=\begin{bmatrix}\sigma^{m} & 0 & 0\\ 0 & \sigma^{m} & 0\\ 0 & 0 & \sigma^{m}\end{bmatrix} \tag{1-1-4}$$

第二个张量 D_σ 称为应力偏张量(也称为应力偏量), 其定义如下:

$$D_\sigma=\begin{bmatrix}s_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & s_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & s_z\end{bmatrix} \tag{1-1-5}$$

其中 $s_x=\sigma_x-\sigma^{m}$, $s_y=\sigma_y-\sigma^{m}$, $s_z=\sigma_z-\sigma^{m}$,所以应力偏张量的三个正应力之和为零。(1-1-3)式表示应力张量的某一分量是球张量与偏张量中相应的分量之和,例如 σ_y 是 σ^{m}与$(\sigma_y-\sigma^{m})$之和。

应力球张量表示各方向承受相同的压应力或拉应力而没有剪应力,因此常比作水中某一点受水压的情况, 并常称为静水压力,虽然在固体中可能是拉应力。应力球张量是个特殊的张量, 在任何倾斜面上都只有正应力 σ^{m} 而没有剪应力, 所以它的分量的数值与坐标轴方向无关。

在塑性本构关系中, 应力张量的分解有着重要意义。根据实验资料可认为塑性应变只与应力偏张量有关, 而应力球张量只产生弹性的体积变化。

以上所述使用了直角坐标,当使用其它正交曲线坐标时(例如圆柱坐标),应力分量的下标符号需作相应的改变(例如σ_r, …等)。应变张量等也有此情况。

§1-2 倾斜面上的应力及不变量

倾斜面上的应力可用应力分量 σ_x, …等求出。在物体内某点处，取出一个无限小的四面体 $Oabc$，倾斜面是 abc，它的法线是 ν，如图 1-2-1 所示。以 l, m, n 分别代表法线 ν 的方向余弦 $\cos(x,\nu)$，$\cos(y,\nu)$ 及 $\cos(z,\nu)$。以 dF, dF_x, dF_y, dF_z 分别代表 abc, Obc, Oac, Oab 三角形的面积。因为 Obc 等三角形是三角形 abc 在坐标平面上的投影，故它们的面积有如下关系：

$$dF_x = l\,dF,\ dF_y = m\,dF,\ dF_z = n\,dF$$

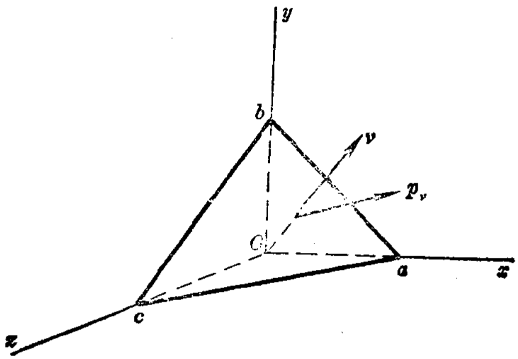


图 1-2-1

在 Obc 等平面上有应力 σ_x, …等。在倾斜面 abc 上，有顺法线方向的正应力 σ_ν 及与之垂直的剪应力 τ_ν，它们的合力 p_ν 称为全应力，即

$$p_\nu^2 = \sigma_\nu^2 + \tau_\nu^2 \tag{1-2-1}$$

将 p_ν 按坐标轴方向分解为三个分量 p_x, p_y, p_z 后，由四面体 $Oabc$ 的平衡可得到

$$\left.\begin{aligned} p_x &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n \\ p_y &= \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n \\ p_z &= \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n \end{aligned}\right\} \tag{1-2-2}$$

求 p_x, p_y, p_z 在法线方向 ν 上投影之和，即得正应力 σ_ν

$$\sigma_\nu = p_x l + p_y m + p_z n \tag{1-2-3}$$

将(1-2-2)式代入上式，得

$$\begin{aligned}\sigma_\nu = \sigma_x l^2 + \tau_{xy} lm + \tau_{xz} ln + \tau_{yx} ml + \sigma_y m^2 + \\ + \tau_{yz} mn + \tau_{zx} nl + \tau_{zy} nm + \sigma_z n^2\end{aligned} \tag{1-2-4}$$

在空间应力状态下，每一点的应力有三个主方向，在与此方向垂直的平面上没有剪应力，该面上的正应力称为主应力。利用前面的式子可求主应力。设图 1-2-1 中倾斜面的法线是顺着某一个主方向的，则 $\tau_\nu = 0$，由(1-2-1)式得

$$p_\nu = \sigma_\nu$$

此时的正应力就是全应力，故 p_x, p_y, p_z 就是正应力 σ_ν 的分量，即

$$p_x = \sigma_\nu l,\ p_y = \sigma_\nu m,\ p_z = \sigma_\nu n \tag{1-2-5}$$

将上式代入(1-2-2)式，经过整理后得到

$$(\sigma_x - \sigma_\nu) l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n = 0 \tag{1-2-6a}$$

$$\tau_{yx} l + (\sigma_y - \sigma_\nu) m + \tau_{yz} n = 0 \tag{1-2-6b}$$

$$\tau_{zx} l + \tau_{zy} m + (\sigma_z - \sigma_\nu) n = 0 \tag{1-2-6c}$$

由几何关系知

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \tag{1-2-7}$$

由(1-2-6)式及(1-2-7)式联立求解，可求得主应力 σ_ν 及主方向的方向余弦 l, m, n。在(1-2-6)式中可暂时将 l, m, n 看作未知量，则(1-2-6)式是它们的齐次线性方程组。由(1-2-7)式知 l, m, n 不能同时为零，所以此方程的系数的行列式等于零，

$$\begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma_\nu) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma_\nu) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma_\nu) \end{vmatrix} = 0 \tag{1-2-8}$$

将上面的行列式展开，可得

$$\sigma_\nu^3 - J_1(T_\sigma)\sigma_\nu^2 - J_2(T_\sigma)\sigma_\nu - J_3(T_\sigma) = 0 \tag{1-2-9}$$

其中

$$J_1(T_\sigma)=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z \tag{1-2-10a}$$

$$J_2(T_\sigma)=-\sigma_x\sigma_y-\sigma_y\sigma_z-\sigma_z\sigma_x+\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2 \tag{1-2-10b}$$

$$J_3(T_\sigma)=\begin{vmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z\end{vmatrix} \tag{1-2-10c}$$

上式括号内的 T_σ 表示所研究的问题是属于应力张量范围之内，J_1等是应力分量的函数，以后还将看到应变张量也有相似的情况。(1-2-9)式有三个实根，即三个主应力 σ_1,σ_2 及 σ_3。有了主应力的值，可以求得主方向。目前我们不求主方向，而只分析(1-2-9)式中系数的性质。

代数方程(1-2-9)可写成

$$(\sigma_v-\sigma_1)(\sigma_v-\sigma_2)(\sigma_v-\sigma_3)=0$$

展开此式并与(1-2-9)比较，可知(1-2-10)式也可写成

$$J_1(T_\sigma)=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3 \tag{1-2-11a}$$

$$J_2(T_\sigma)=-(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1) \tag{1-2-11b}$$

$$J_3(T_\sigma)=\sigma_1\sigma_2\sigma_3 \tag{1-2-11c}$$

这是用主应力来表示(1-2-9)式中的系数的式子。主应力的数值与所选取的坐标轴方向无关。同一个应力状态，当改变坐标轴方向时，应力分量 σ_x，…等的数值也会改变，但主应力的数值仍然保持不变。$J_1(T_\sigma)$，$J_2(T_\sigma)$及 $J_3(T_\sigma)$是主应力的函数，所以它们的值也与坐标轴方向无关，称为应力张量的不变量。这三个不变量可用(1-2-10)式表示，也可用(1-2-11)式表示。

为便于了解不变量的意义，现举一例说明。设有应力状态：$\sigma_x=100$，其余应力分量为零。按(1-2-10)式求得不变量为

$$J_1=100,\ J_2=J_3=0$$

将坐标轴绕 z 轴顺时针转 45°角，得到新的坐标轴 x'，y'，z' 及新

的应力分量 $\sigma_{x'}=50$，$\sigma_{y'}=50$，$\tau_{x'y'}=50$，其余分量为零。再按(1-2-10)式计算不变量，仍得到上面的数值。

应力偏张量 D_σ 是一种特殊的应力状态，它的三个正应力之和为零。既然它也是一种应力状态，所以也有与上述相似的三个不变量。为了求得这些不变量，用s_x，s_y，…等代替(1-2-9)式及(1-2-10)式中的 σ_x，σ_y，…等，得到与(1-2-9)式相似的方程

$$s_\nu^3-J_1(D_\sigma)s_\nu^2-J_2(D_\sigma)-sJ_3(D_\sigma)=0 \qquad (1\text{-}2\text{-}12)$$

其中

$$J_1(D_\sigma)=s_x+s_y+s_z=0 \qquad (1\text{-}2\text{-}13a)$$

$$J_2(D_\sigma)=-s_xs_y-s_ys_z-s_zs_x+\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2 \qquad (1\text{-}2\text{-}13b)$$

$$J_3(D_\sigma)=\begin{vmatrix} s_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & s_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & s_z \end{vmatrix} \qquad (1\text{-}2\text{-}13c)$$

上面的三个不变量 J_1,J_2,J_3 后面的括号内是 D_σ，这表示它们是应力偏张量的不变量。$J_1(D_\sigma)=0$ 是由(1-1-2)式的 σ^{m} 的定义及 s_x 等的定义得到的。

由于 s_x,s_y 与 s_z 之和为零，它们不都是独立的变量，所以上述的不变量可有不同的表达式。把$\frac{1}{2}(s_x+s_y+s_z)^2$ 加到(1-2-13b)式的右方，经过整理可得

$$J_2(D_\sigma)=\frac{1}{2}s_x^2+\frac{1}{2}s_y^2+\frac{1}{2}s_z^2+\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2 \qquad (1\text{-}2\text{-}14)$$

把$\frac{1}{3}(s_x+s_y+s_z)^2$加到(1-2-13b)式的右方，经过整理可得

$$J_2(D_\sigma)=\frac{1}{6}[(s_x-s_y)^2+(s_y-s_z)^2+(s_z-s_x)^2+6\tau_{xy}^2$$
$$+6\tau_{yz}^2+6\tau_{zx}^2]$$
$$=\frac{1}{6}[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+$$

$$+6\tau_{xy}^2+6\tau_{yz}^2+6\tau_{zx}^2] \tag{1-2-15}$$

当使用主方向时，剪应力为零，此时将(1-2-13)式至(1-2-15)式中的 τ_{xy} 等去掉，s_x，…及 σ_x，…等分别以 s_1，…及 σ_1，…代替，此处 s_1, s_2, s_3 为应力偏量的主应力。

以后我们可以看到，第二个不变量 $J_2(D_\sigma)$在塑性本构关系中是个重要的函数，它的平方根与应力有相同的量纲，在塑性力学中称为剪应力强度，并以希腊字母 T 表示。文献中也常用另一名词及符号，即应力强度 σ_i，它与T之关系为 $\sigma_i=\sqrt{3}T$. 按(1-2-15)式及(1-2-14)式，得到下式

$$\begin{aligned}T&=+\sqrt{J_2(D_\sigma)}\\&=\frac{1}{\sqrt{6}}[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+\\&\quad+6\tau_{xy}^2+6\tau_{yz}^2+6\tau_{zx}^2]^{1/2}\end{aligned} \tag{1-2-16}$$

或

$$\begin{aligned}T&=+\sqrt{J_2(D_\sigma)}\\&=\frac{1}{\sqrt{2}}(s_x^2+s_y^2+s_z^2+\tau_{xy}^2+\tau_{yx}^2+\tau_{yz}^2+\\&\quad+\tau_{zy}^2+\tau_{zx}^2+\tau_{xz}^2)^{\frac{1}{2}}\end{aligned} \tag{1-2-17}$$

上面两式中根号前的正号表示开方运算只取正值，实际上只使用其绝对值。T 的数值是应力偏量总体大小的一种标志，它有下述的性质。由(1-2-17)式看出 $T\geqslant0$，并且仅当应力偏张量的各分量都为零时才等于零。当各分量增大若干倍时，T 也增大相同的倍数。只要有一个或少数分量数值很大，则T的数值也很大。实际上，(1-2-17)式等号右方的式子，当不计乘子$\frac{1}{\sqrt{2}}$时，就与三维空间中的点(x,y,z)至原点的距离$(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}$是极其相似的，这是数学上的广义距离(数学上称为距离)。T 标志着所考察的应力偏量与

材料未受力(或只有静水压力)状态的距离或差别的大小。在后面的章节中，我们将看到塑性应变的产生与否，与T值有关。所以在塑性力学中，T是个重要的函数。(1-2-13c)式所示的第三不变量没有上述的性质，不能仅用它来衡量应力偏量总体的大小。按照推导(1-2-11c)式的方法，可将这个第三不变量写成$J_3(D_\sigma)=s_1s_2s_3$。所以不管偏张量的分量有多大，只要有一个应力偏量的主应力，例如$s_2=2$，则有$J_3(D_\sigma)=0$，例如纯剪时只有分量$\tau_{xy}=\tau_{yx}$，这时$J_3(D_\sigma)=0$而与τ_{xy}的值无关。我们还可以用J_2及J_3组合出来的不变量来表示偏量的大小，但总离不开$J_2(D_\sigma)$。以后我们对应变等也作出同样的函数。

主剪应力的定义如下：

$$\tau_1=\frac{1}{2}(\sigma_2-\sigma_3),\ \tau_2=\frac{1}{2}(\sigma_3-\sigma_1),\ \tau_3=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2) \tag{1-2-18}$$

τ_1作用的平面与主方向2轴及3轴成45°角。因为$(\sigma_2-\sigma_3)=(s_2-s_3)$，所以$\tau_1$与球张量$\sigma^m I$无关，它只依赖于偏张量。$\tau_2$及$\tau_3$也是这样，不再详述。

τ_1, τ_2, τ_3中绝对值最大者称为最大剪应力，并以τ_{max}表示之。

(1-2-13)式是应力偏张量的不变量，它们也可以用应力偏量的主应力s_1, s_2, s_3表示，即当取坐标轴顺着应力主方向时，有

$$J_1(D_\sigma)=s_1+s_2+s_3=0 \tag{1-2-19a}$$

$$J_2(D_\sigma)=-s_1s_2-s_2s_3-s_3s_1 \tag{1-2-19b}$$

$$J_3(D_\sigma)=s_1s_2s_3 \tag{1-2-19c}$$

也可以用不变量表示s_1，s_2及s_3。由于方程(1-2-12)中s_v^2的系数$J_1(D_\sigma)=0$，这个方程的解可表示为三角函数如下：

$$s_1=\frac{2}{\sqrt{3}}T\cos\left(\omega_\sigma-\frac{\pi}{3}\right) \tag{1-2-20a}$$

$$s_2=\frac{2}{\sqrt{3}}T\cos\left(\omega_\sigma+\frac{\pi}{3}\right) \tag{1-2-20b}$$

$$s_3 = -\frac{2}{\sqrt{3}} T \cos\omega_\sigma \tag{1-2-20c}$$

ω_σ 角由下式确定，

$$-\cos 3\omega_\sigma = \frac{3\sqrt{3} J_3(D_\sigma)}{2T^3} \tag{1-2-21}$$

由(1-2-20)式及(1-2-18)式得到主剪应力

$$\tau_1 = -T\sin\left(\omega_\sigma - \frac{\pi}{3}\right) \tag{1-2-22a}$$

$$\tau_2 = -T\sin\left(\omega_\sigma + \frac{\pi}{3}\right) \tag{1-2-22b}$$

$$\tau_3 = T\sin\omega_\sigma \tag{1-2-22c}$$

因为(1-2-20)式的应力偏量的主应力是按其大小排列的，即 $s_1 \geqslant s_2 \geqslant s_3$，所以 $\tau_1 \geqslant 0$，$\tau_2 \leqslant 0$，$\tau_3 \geqslant 0$，故 ω_σ 值的范围为

$$0 \leqslant \omega_\sigma \leqslant \frac{\pi}{3} \tag{1-2-23}$$

最大剪应力 $\tau_{\max} = -\tau_2$，所以由上式得

$$1 \leqslant \frac{T}{\tau_{\max}} \leqslant \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155 \tag{1-2-24}$$

剪应力强度 T 略大于最大剪应力 $\tau_{\max}$，但差别不大。

§1-3 主应力空间及等斜面上的应力

空间这个名词通常指我们存在于其中的实际空间，也可称为物理空间。为了表示位置和方向，常在物理空间中设置一组坐标轴。此外，还有数学上的抽象空间，也可以设置坐标轴。在本书中，这样的空间都冠以名称，例如下面的主应力空间，以后的章节中还有九维应力空间等。

现在来看主应力空间，设一组坐标轴 σ_1，σ_2 及 σ_3。在这个抽象空间中的某个点 R 有三个坐标，即 σ_1，σ_2 及 σ_3，所以每个点表达一种应力状态，它的三个主应力数值就是这三个坐标。我们也