

恽寿榕 涂侯杰 梁德寿 张汉萍 编著

# 爆炸力学计算方法

北京理工大学出版社

责任编辑:麻勇武  
封面设计:墨 钗

ISBN 7-81013-996-7

A standard linear barcode representing the ISBN number 7-81013-996-7.

9 787810 139960 >

ISBN 7-81013-996-7/TJ·17 定价:18.00 元

# 爆炸力学计算方法

恽寿榕 涂侯杰 梁德寿 张汉萍 编著

北京理工大学出版社

## 内 容 简 介

本书系统阐述爆炸力学计算方法的基本原理和知识;重点介绍常用的二维非定常计算程序,包括有限差分法中的欧拉、拉格朗日和任意拉格朗日欧拉程序,以及动力有限元法程序;介绍了最近发展的高分辨率、高精度格式和网格生成技术。本书是主要针对非计算机类专业的和工科类专业的读者写的,内容着重应用,阐述力求简洁。可作为有关专业教材或参考书,也可供有关工程技术人员使用。

## 图书在版编目(CIP)数据

爆炸力学计算方法/恽寿榕等编。—北京:北京理工大学出版社,1995

ISBN 7-81013-996-7

I. 爆… II. 恽… III. 爆炸力学-计算方法-高等学校-教材 IV. 038

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 02285 号

北京理工大学出版社出版发行

(北京市海淀区白石桥路 7 号)

(邮政编码 100081)

各地新华书店经售

蓝地公司激光照排

北京地质印刷厂印刷

\*

787×1092 毫米 16 开本 19.5 印张 480 千字

1995 年 6 月第一版 1995 年 6 月第一次印刷

印数:1~1200 册 定价:18.00 元

※ 图书印装有误,可随时与我社退换 ※

# 序

随着电子计算机的出现和它处理能力的不断提高,科学计算越来越受到重视。人们从事科学研究,几百年以来一直采用理论分析和实验这两种手段。从本世纪 50 年代以后,科学计算已成为科学的研究的第三种手段,人们将所研究的问题建立起数学模型,然后在计算机上求解数学方程,从而探索客观世界的规律。这样形成了一批诸如计算物理、计算流体力学、计算生物、计算化学等等新兴交叉学科。不仅如此,在一些工业设计部门,人们也在计算机上调整不同的参数,计算大批的模型,从中挑选出最佳设计方案来。

爆炸力学是一门有广泛应用背景的学科。它的数学模型的核心是一组非线性偏微分方程。这一组方程只有在极特殊的定解条件下,才可以用普通函数的形式将它的解表达出来。过去用理论分析的方法研究爆炸力学问题,主要是根据问题的性质,尽量将方程简化。这样求出来的解,不难理解,其准确性和应用范围都是很有限的。用实验的方法研究爆炸力学问题是普遍采用的手段。但是由于测试仪器的限制,做一次实验能采集到的数据往往也是零散的,很难从中看到整个爆炸过程的全貌。利用电子计算机进行科学计算来研究爆炸力学,可以采用尽可能接近实际的复杂的数学模型,计算结果可以展示整个爆炸过程及其产生的效应,这样有助于理解和掌握爆炸力学中各种过程的机制。这对于推动爆炸力学的发展,对于各种实际爆炸过程的设计都是至关重要的。

本书比较系统地介绍了计算爆炸力学这门新兴学科发展到今天的一些重要成果。本书的内容比较全面,既讲了一维问题的计算方法,又根据实际需要着重讲了二维问题的计算方法;既介绍了差分方法,又介绍了有限元方法;既有比较深入的理论基础知识,又给出了一批典型实际问题的计算结果。作者近年来在计算爆炸力学这一领域中开展了大量的研究工作,并有多年讲授计算爆炸力学这门课程的经验。我期望本书能对从事计算爆炸力学的研究人员、工程技术人员有所帮助。

李德元

1993 年 10 月 27 日于北京

## 前　　言

本书读者对象是非计算数学专业的从事爆炸力学工作和学习的研究生、教师、科研人员和工程技术人员,重点讲解控制方程组的离散化方法和数值解的基本理论,以双曲型偏微分方程组为主,兼讲抛物型偏微分方程组;以有限差分法为主,兼讲有限元法。本书主要是为工科专业师生编写的,内容偏重应用,在数值解的基本理论部分,着重概念、专用术语和定理的阐述,尽量附有算例,以适合工科毕业学生学习,不追求理论上的严格推导。着重介绍爆炸力学典型离散格式,对格式的控制方程组和离散化方案有较详细的讲述,对格式的优缺点和应用范围也有讨论,目的是使读者对各典型格式有较全面的了解,以便选择和使用。为了反映近代成果,本书专有一章介绍有限差分法的最新进展;有限元法中讲述的 DEFEI 程序和 DYNA 程序都是最近发展起来,并且正在广泛应用的程序;还介绍了材料动态断裂的最近数值模拟成果。

计算爆炸力学这一学科尚处于初步形成阶段,本书仅涉及其中一部分内容。在离散化方法中仅介绍有限差分法和有限元法两种,因为这两种方法应用最普遍。对于一个比较成熟的程序,当使用它来模拟计算某一具体问题时,常常需要作修改和调整,何况所得到的程序,由于种种原因,经常有各种错误和遗漏,以致无法使用。本书的目的之一就是有助于读者去消化这些程序,纠错并调通这些程序,改进和发展这些程序,使之为爆炸力学课题服务。

本书是在“爆炸力学计算方法”研究生课讲授八年的基础上写成的。初稿以李德元教授在长沙国防科技大学 1981 年的讲课内容为基础,经过不断补充和发展,至今成书。全书 6 章:第 1 章绪论;第 2 章讲较简单的抛物型方程的差分解法,介绍稳定性、收敛性和相容性等基本概念,补充了一些数学知识,为学习下一章作准备;第 3 章讲较复杂的双曲型方程的差分解法,讲解了弱解问题、耗散性和色散性问题,使读者对离散化的基本概念和基本方法有一个全面的认识;第 4 章讲典型有限差分方法,选择了欧拉型、拉格朗日型和任意拉格朗日——欧拉型等三类程序,它们都是国内外广泛应用的程序,是本书的重点内容;第 5 章讲动力有限元法,为了便于学习,从结构有限元讲起,介绍了当前广泛应用的二个动力有限元程序。由于动力有限元法在爆炸力学中应用呈迅速发展趋势,本章内容有助于读者了解和掌握其基本原理;第 6 章讲有限差分法的最近发展,内容是高分辨高阶精度格式和网格生成技术;反映了当前的主要发展方向和成果。

本书第 1、3 和 4 章由恽寿榕编写,第 2 章由张汉萍和恽寿榕编写,第 5 章由梁德寿、王中东和丁刚毅编写,第 6 章由涂侯杰编写,全书由恽寿榕和张汉萍负责校订。

本教材是在李德元教授 1981 年长沙讲课内容的基础上编写的,在编写过程中不断得到他的指导,在此完稿之时,对李德元教授表示衷心的感谢。

恽寿榕

1993 年 9 月 北京

# 目 录

<b>第一章 绪论 .....</b>	( 1 )
<b>参考资料 .....</b>	( 9 )
<b>第二章 抛物型方程的差分解法 .....</b>	( 10 )
§ 2.1 定解问题的离散 .....	( 10 )
§ 2.2 差分问题的解法 .....	( 16 )
§ 2.3 差分格式的稳定性 .....	( 20 )
§ 2.4 差分格式的收敛性 .....	( 29 )
§ 2.5 其它差分格式 .....	( 33 )
§ 2.6 二维抛物型方程的差分方法 .....	( 39 )
§ 2.7 差分格式定性分析的预备知识 .....	( 41 )
<b>参考资料 .....</b>	( 49 )
<b>第三章 双曲型方程的差分解法 .....</b>	( 50 )
§ 3.1 差分方程的相容性、收敛性和稳定性 .....	( 50 )
§ 3.2 常系数差分方程的稳定性 .....	( 51 )
§ 3.3 差分方程的耗散性与色散性 .....	( 63 )
§ 3.4 匀流方程差分格式的比较 .....	( 66 )
§ 3.5 拟线性双曲型方程 .....	( 67 )
<b>参考资料 .....</b>	( 98 )
<b>第四章 典型有限差分方法 .....</b>	( 99 )
§ 4.1 标志网格法(Marker and Cell) .....	( 99 )
§ 4.2 质点网格法(Particle in Cell) .....	( 103 )
§ 4.3 流体网格法(Fluid in Cell) .....	( 114 )
§ 4.4 GILLA 方法和 MHEP 方法 .....	( 121 )
§ 4.5 HELP 方法 .....	( 137 )
§ 4.6 HEMP 方法 .....	( 151 )
§ 4.7 2DIL 方法 .....	( 170 )
§ 4.8 ALE 方法 .....	( 179 )
§ 4.9 材料动态断裂的数值模拟 .....	( 187 )
<b>参考资料 .....</b>	( 195 )
<b>第五章 有限元法 .....</b>	( 197 )
§ 5.1 前言 .....	( 197 )
§ 5.2 结构有限元简介 .....	( 198 )
§ 5.3 动力有限元方法 .....	( 211 )
§ 5.4 DEFEI 程序的应用情况 .....	( 229 )

§ 5.5 DYNA 程序 .....	(233)
参考资料 .....	(252)
<b>第六章 有限差分方法的一些进展 .....</b>	<b>(254)</b>
§ 6.1 引言 .....	(254)
§ 6.2 数值耗散与色散的调节与控制 .....	(255)
§ 6.3 Godunov 型方法   间断分解法 .....	(269)
§ 6.4 数值网格生成 .....	(285)
§ 6.5 自适应网格(Adaptive Grid) .....	(298)
参考资料 .....	(302)

# 第一章 绪 论

爆炸是指在极短时间内,在极小的体积内或面积上发生极大能量转化的过程,也可以说是发生高功率密度(单位体积或单位面积)的过程。其转换的能量可以是核能、化学能和物理能,爆炸过程伴随有物理变化、化学变化和核变化。爆炸力学主要以力学的观点和方法研究爆炸过程。研究爆炸力学可以从理论研究、实验研究和数值模拟研究三个方面进行。本书介绍数值模拟研究爆炸力学的基本原理和方法。

爆炸力学所研究的过程中,伴随有各种参量(速度、压力、应力和温度等)随空间和时间的急剧变化。通常,速度超过材料音速,压力为1GPa到数百GPa,核爆炸的压力更高。这些过程通常用流体动力学和弹塑性动力学模型来描述,根据情况采用一维或多维空间,加上化学反应方程、反应率方程、热传导方程、本构关系等,成为包含有线性和非线性偏微分方程、常微分方程、积分方程、泛函方程及代数方程的一个封闭方程组,根据具体情况有不同的初始条件和边界条件。

以往在极其简化的情况下,得到了一些解析解,这些解法非常巧妙,起了很大的作用,但是,一般只限于包含两个自变量的平面问题。随着科学与生产的发展,解析解已经远远不符合要求了,人们把注意力转向数值解,因为数值解对控制方程的限制宽得多,可以得到更接近实际情况的解。

早在1910年,英国人Richardson就提出了用数值方法解流体力学问题。1928年Courant、Friedrichs和Lewy提出了双曲型差分方程的收敛性必要条件(这个条件至今仍在应用),当时主要由于计算工具落后,使得数值计算工作难以进行。

第二次世界大战期间,美国加速研制核武器,需要进行大量数值计算,因而促进了计算机的诞生和发展。1944年世界上第一台自动序列受控计算机(Mark.1)问世,它的主要部件是继电器,每秒进行3次加法。1946年世界上第一台电子计算机ENIAC制成,使用了18000个电子管、1500个继电器,全重300吨,占地1800平方英尺,每秒能运算5000次;1959年出现了使用晶体管的第二代计算机;1965年出现了中小规模集成电路的第三代计算机;1970年出现了大规模和超大规模集成电路的第四代计算机;现在正在研制第五代计算机。计算机不仅在军事各个领域得到广泛应用,而且遍及到了国民经济各个领域及生活领域。计算机发展得很快,每隔五至八年,运算速度提高10倍、体积缩小10倍、成本降低10倍,现在一台个人微型计算机的性能相当于十余年前的大型计算机。计算机的迅猛发展促使数值计算飞速发展起来。

60年代以来,以美国原子能委员会洛斯阿拉莫斯实验室为代表,进行了大量的爆炸力学数值计算工作,采用二维不定常流体和流体弹塑性模型编制了许多实用程序,对许多过去无法计算的复杂问题进行了成功的计算。现在已经不仅是对某一类问题的计算机数值模拟,还发展到可以在计算机上进行数值试验,得到了用仪器设备实验尚未得到的新结果,而且也可以在计算机上进行产品的设计工作。与此同时,在数学模型研究和离散化方法的研究方面也取得了长足的进展,逐步形成了数值计算的完整理论。过去利用解析方法求解数学问题得到的解析解和近似解的应用范围极为有限,现在由于数值计算的巨大运算能力和适应能力,使得科学计算不再是一种辅助手段。为了认识某一种科学技术规律,人们可以从理论研究、实验研究和数值计

算研究这三类基本科学活动进行探索。以往对一个数学问题,总是在先对问题的提法、解的性质、近似方法与误差分析等方面进行详细的研究后,才对该问题求解;现在由于电子计算机和数值计算方法的巨大解题能力,可以对一些提法还不太清楚、解的特性还不太了解的问题求解<sup>[1]</sup>。进一步说,数值计算还能发现新的科学现象,混沌的发现就是一例。混沌是六十年代的重大科学发现之一,它解决了确定性系统中为什么会出现非确定性的问题,令人意外的是通过大量的数值计算得到这一重大发现的,而不是通常那样通过理论分析或实验发现的。由上可见,数值计算已经成为一门独立的研究手段,出现了计算力学、计算物理、计算化学、计算生物学等一系列学科,也出现了计算爆炸力学这一学科。

计算爆炸力学就是以计算机为工具,来探索爆炸力学的规律,加工力学数据(特别是实验数据),解决爆炸力学问题的。计算爆炸力学是应用性很强的学科。图 1-1 是侵彻问题研究的流程框图,适用于弹和靶的设计研制。从图中可以看出,三种研究手段的紧密交错配合关系,也可以看出计算爆炸力学的重要性。

对于大多数从事爆炸理论及应用方面工作的人员来说,常常没有经过计算力学的专门学习和训练。为了能够与计算力学专业人员紧密合作,以完成任务,有必要掌握计算力学的基本知识;如果他们想亲自进行数值计算,则应更深入地掌握计算力学。

爆炸力学研究的课题很广泛,应用在常规武器、工程爆破、爆炸加工、动高压合成新材料和爆炸灾害的防护等方面。这些应用从理论上可以归纳为以下几个课题:

1. 炸药在各种形式初始冲能作用下的起爆;
2. 爆轰的传播与控制;
3. 爆轰产物的运动;
4. 爆炸对薄层介质的驱动加速;
5. 爆炸加载下,应力波的传播及材料的破坏;
6. 空气中爆炸;
7. 岩石及土中爆炸;
8. 水中爆炸;
9. 高速碰撞,弹丸、长杆及射流对目标的侵彻;
10. 爆炸加载下材料的化学反应及相变。

上述理论课题原则上可以用双曲型偏微分方程组来描述,大部分属于三维和二维不定常问题。它们比通常的流体力学问题、空气动力学问题及结构动力学问题要复杂得多,因为有许多特殊要求。例如:

1. 材料的大变形;
2. 计算目标区域内有多种材料,并且要求清晰显示内界面和外界面;
3. 化学反应;
4. 高压、高温及高应变率使得一些材料系数不能视为常数;
5. 各种强间断的处理;
6. 由于材料破坏或相变产生新的界面;
7. 滑动边界的处理。

上述特殊要求使得数值模拟难度加大,程序复杂。针对各类课题,编制了众多的程序,它们的专用性较强,各有优缺点,迄今尚没有一个公认的完善程序,也没有一个普适的通用程序,而

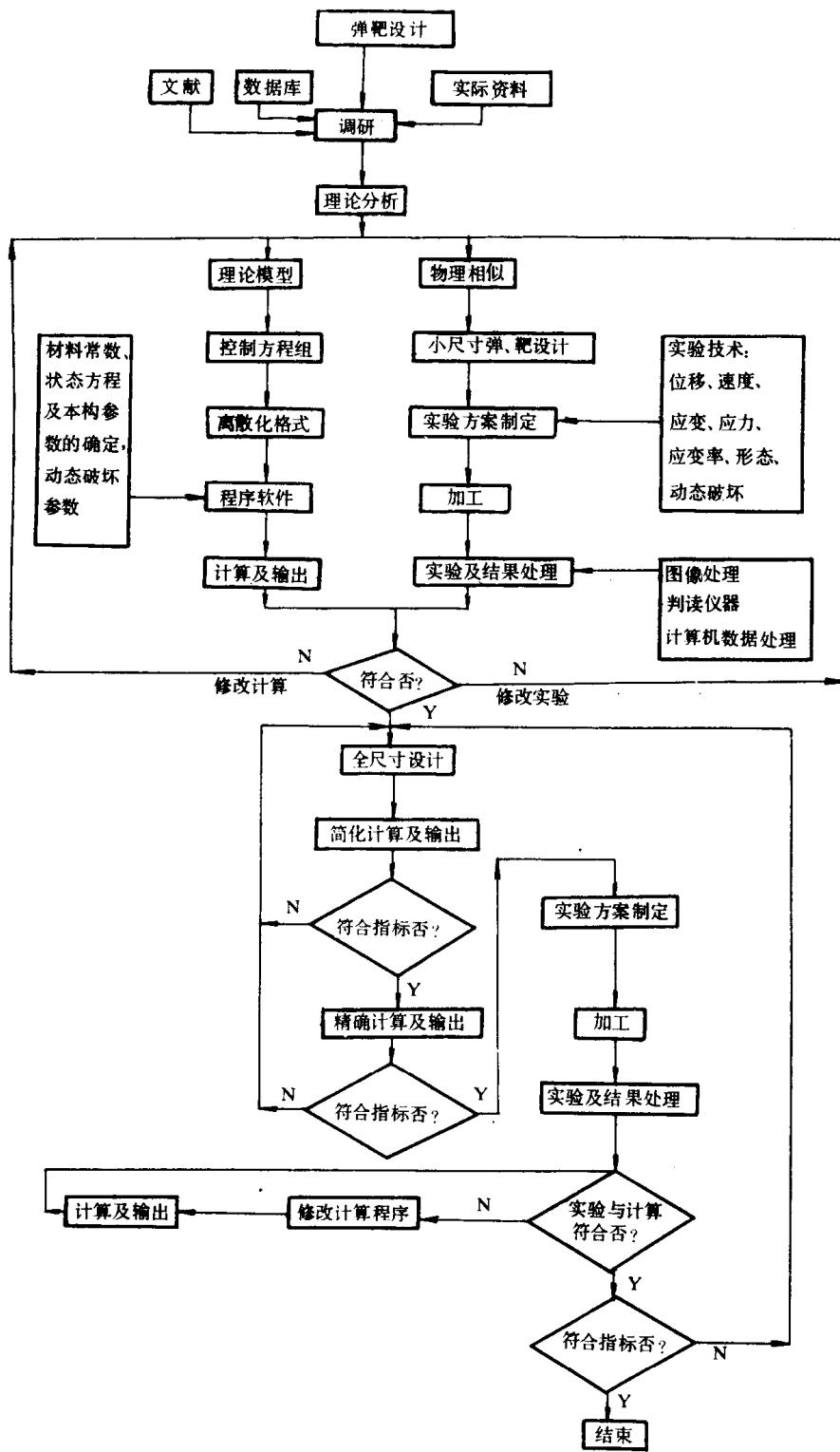


图 1-1  侵彻研究框图

是在不断完善和不断发展之中。

为了进行数值计算,要把连续的微分方程组离散化,成为求出有限个点的解的离散方程组

(通常是代数方程组),然后用计算机求解。最常用的离散化方法有两类:一类是先建立微分方程组(控制方程),然后用网格覆盖时间和空间,进行近似的数值解。这类方法以有限差分法为代表。另一类是先将连续的目标空间分解成有限个小单元,组成离散化模型,然后对离散化模型求近似的数值解。这类方法以有限元法为代表。有限差分法在动力学、流体力学和爆炸力学中得到广泛应用,本书以此为主要内容。有限元法在静力学、结构力学和低速的动力学中得到广泛应用,最近推广到动力学范围。一些有限元程序应用在高速碰撞和爆炸驱动等问题的计算中,有很好的发展前景。

在有限差分方法中,按照采用的坐标分为拉格朗日(Lagrange)法(简称拉氏法)和欧拉(Euler)法两种。拉格朗日坐标是跟随材料质团运动的,质量自动守恒,能够清晰地显示解域内部多种物质的界面和自由界面,能比欧拉法提供更多的信息。在一维计算中,质团都是有序的,不会产生网格扭曲,因此都用拉氏法。早期有名的 Von Neumann-Richtmyer 方法就是拉氏法(1950);一维流体弹塑性程序 KO Code(Wilkins, 1969)及一维流体弹塑性、化学反应、层裂及相变程序 SIN-A(C. L. Mader, W. R. Gage, 1967)也是使用拉氏坐标。由于拉氏法的一系列优点,使得在二维程序研究的初期,人们也使用拉氏坐标。Kolsky 在 1955 年给出了第一个拉氏二维程序。但是,二维拉氏程序不能计算材料大变形问题,因为当材料大变形时,拉氏网格发生扭曲,使计算精度下降,使计算时间步长变小(对于显式格式)。更有甚者,网格边由于严重扭曲,产生相交,出现负质量,会使计算终止。为了克服这个缺点,人们采取了各种措施:Grandey 在 1961 年提出使用三角网格,当格点向对边靠近时,意味着网格边快要相交,同时网格体积变小了,使得压力和人工粘性项加大,把格点“顶”开,从而阻止了网格边的相交;Wilkins(1964, 1969)等提出用新的人工粘性项来阻止网格畸变;Crowley(1970)则用可变邻域方法(自由拉氏法)代替传统的固定邻域方法。这些措施都能不同程度地推迟网格相交,但是这些措施所附加给网格的“粘性”或“硬度”可能歪曲了流场的本来面目,使得计算结果偏离实际的力学过程。人们经常采用的另一种方法是及时地重分网格,就是 Browne 在 1966 年提出的。当网格产生较明显的扭曲时,按照网格边尽量正交和网格大小尽量均匀的原则,重新划分网格,由旧网格对新网格进行质量、动量和能量输运计算,而得新网格的参量,然后继续进行计算。从原则上来讲,这是根本解决网格扭曲的办法,但是由于引进了输运项,也就是说引进了欧拉方法,经过多次重分后,不能再视为跟踪质团计算了,因为计算结束时刻的流场质团,已经无法和初始时刻的质团一一对应。再者,重分网格并不是很容易实现的,目前还在相当程度上依赖于经验和技巧,人们致力于编制自动重分网格程序,但至今还没有得到满意的结果。

在爆炸力学课题中经常遇到接触间断,例如爆炸驱动金属壳体,在内界面上压力和法向速度连续,但是密度和切向速度间断;在同种材料内部,如果产生冲击波的相互作用,在斜冲击波和马赫波阵面,也会出现接触间断。在计算方法中,通常将接触间断的计算称为滑移面计算。目前常用拉氏法求解,其基本步骤是,将内界面两侧材料分为正面(一般为密度较大的材料)和从面(密度较小的材料),第一步,从面材料先在不动的刚性主面上滑移运动;第二步,由主从面相互作用关系确定正面材料位置;第三步,最后确定从面材料位置。典型的滑移面计算见 HEMP 程序(Wilkins, 1969),Seaman(1983)作进一步改进,能处理计算过程中新出现的滑移面,在预先估计到会出现滑移的位置埋设滑移面,在一定条件下生效。在动力有限元程序 DYNA 中,对滑移面的处理更为详细,可以按照四种类型处理。但是总的说来,滑移面的计算是在实验结果和计算结果相近的基础上予以承认的,还没有足够的数学理论基础。

弹塑性计算需要不断跟踪材料质点,因此用拉氏坐标明显优于欧拉坐标。通常在计算中把变形分为体积变形和剪切变形,相就地将应力分为静水压强和偏应力,而塑性变形仅与偏应力有关;将应变张量分解成弹性应变张量和塑性应变张量两部分,塑性变形用 Von Mises 屈服准则和 Prandtl-Reuss 增量理论描述。材料的状态方程各不相同,对于金属,亚声速时常用 Mie-Gruneisen 状态方程,在超声速时常用 Tillotson 状态方程。在国外,大多数重要金属的各种状态方程的数据,可以在有关资料中找到,在数 GPa 压力范围内已能满足大多数计算要求。在国内,这方面工作刚开始,对于缺乏的国内材料参数,不得不以国外相近材料的参数代替。

拉氏法由于上述一系列优点,成功地计算了许多课题。常用的程序有 TENSOR、HEMP 和 TOODY 等,特别适于要求清晰显示界面而变形不太大的情况。对于材料严重扭曲变形的情况,拉氏法就很难计算,甚至无法进行,而需要用欧拉法进行计算。

典型的欧拉法以流体网格法(FLIC)为代表,用“和”分裂差分格式,每一个时间步长内分两步进行:第一步仅考虑压力效应,相当于拉格朗日计算;第二步仅考虑输运效应,相当于将畸变的拉格朗日网格重新回到原来的坐标位置。就是说,如果拉氏法的每一计算步都进行重分网格,使之回到原来的网格,这就成为欧拉法了。

FLIC 法对于单物质的流场计算简单方便,不受大变形限制,显示了欧拉法的优越性,但是有两个重大缺点,即不能清晰显示界面和不容易处理多物质问题。为了显示界面,采取了示踪点的方法,Harlow 和 Welch 提出了标记网格法 MAC(1965),在欧拉网格内设置无质量标记点(Marker),它们不参与守恒运算,跟随流场运动,从而达到跟踪和显示流场位置的目的。Hageman 和 Walsh 提出的 HELP(1971)充分发展了这个方法,他们在材料的内界面和自由界面设置了标记点,一种材料设置一种,标记点连线走向的左侧为该标记点所代表的材料,连线成为材料的界面,连线通过的内网格就是混合网格。根据分割网格边的部分面积进行混合网格的输运计算,HELP 程序可以允许两种以上材料,材料内界面可以多次和一个网格边相交,标记点的数量可以自动增密或减少。HELP 程序应用很广,但是程序复杂,计算时间长。

质点网格法(PIC)采用了有质量的质点(Particle),Harlow(1964)和 Amsden(1966)对 PIC 方法做了较全面的总结。PIC 方法的主要特点是在初始时刻将网格的质量、动量和能量凝聚在有限个点上,例如 16 个质点,每个质点均分得网格的十六分之一的质量、动量和能量。每一个计算时间步仍分两步进行,第一步为拉氏步,按网格的参量计算压力效应,得到新的参量,包括网格速度;第二步为输运计算,不再使用差分方程,而是按照质点所在的位置,找出相邻的四个网格速度,按照面积加权计算来得到质点速度,并计算本时间步的位移,以确定质点的新坐标。如果离开了原来网格,则带走了相应的一份质量、动量和能量。计算所有质点的运动,其总和就是各个网格的输运效应计算。使用不同的符号表示不同材料的质点,于是 PIC 方法既保留了欧拉法适于大变形的优点,又能计算多种材料和显示内外边界,因此 PIC 是一个适应性很强的程序,其缺点是要求计算机的内存大,运行机时长。Harlow 和 Amsden 在 1974 年提出 GILA 程序,他们在两种材料的内界面的两侧的几排网格采用不带固定质量的有质量示踪点,进行离散输运,在计算过程中可根据需要丢掉或加进示踪点,其余网格则采用 FLIC 方法进行连续输运,从而大大节省了内存和机时,同时基本保持了 PIC 程序的优点。

对于多种材料问题,混合网格是欧拉法所特有的困难问题。拉氏法由于网格跟随物质运动,可以避免混合网格。欧拉法则由于网格固定,不可避免出现混合网格。混合网格内各组分的参量要分别计算出来,因此比纯格的计算量要大一倍以上。通常假定混合网格内各组分速度

一样,压力一样,由各组分的状态方程以及内能按体积分数分配的原则求出密度和内能。混合网格的输运是一个很复杂的问题,前面谈到 PIC 程序的离散输运相当简单,HELP 程序的连续输运就太复杂了。Kershner 和 Mader1972 年提出的 2DE 程序及徐国荣等 1980 年提出的多流体网格法简化了输运计算。他们不用示踪点,认为混合网格本身就显示了内界面的位置,混合网格只要确定两种材料的各个参量就行了,不必求出材料的具体界面位置。为了实现混合网格的连续输运,他们巧妙地将输运归纳为几种最可能的模式,按照一定的规则选用其中一种模式输运。他们的程序比 HELP 简单得多,当然内界面的显示不及 HELP 清晰。

欧拉法不能跟踪质点运动,因此计算弹塑性效应不如拉氏法精确。HELP 程序将弹塑性计算作为“和”分裂格式中的一个单独计算步,为了计算 K 格的弹塑性效应,先求出  $n+1$  时刻 K 格心在  $n$  时刻的坐标,找出相邻四个网格,由该四个网格在  $n$  时刻的应变率按面积加权法则求出该点的应变率,作为 K 格  $n+1$  时刻的应变率,用同样方法求得应力偏量,然后计算其它量。欧拉法计算滑移面遇到了困难,方法不够成熟,精度较差。

鉴于欧拉法和拉氏法各有优缺点,虽然在拉氏法中引进了欧拉计算(重分网格),在欧拉法中引进了拉氏计算(示踪点),但是对许多课题仍然不够理想,于是人们发展了欧拉和拉氏的混合程序。一种方法是划分解的区域,一部分区域用拉氏程序,另一部分区域则用欧拉程序。例如自锻成型破片战斗部的计算,可将自锻破片部分用拉氏网格,爆轰产物用欧拉网格,此类程序有 Noh 的 CEL 程序(1964);Hirt、Amsden 和 Cook 提出了另一种方法,即任意拉氏欧拉法(ALE 方法,1974),他们使用网格速度  $D$ ,当  $D$  为零时,相当于欧拉法,当  $D$  为质点速度时,相当拉氏法,当  $D$  按某种要求取值时,相当于拉氏法进行了重分网格。改变  $D$  值可以使程序适应各种课题的要求,也可以在计算过程中根据需要改变  $D$  值。

有限差分方法要求连续条件,因此不适于强间断情况。为了使差分计算能够顺利通过强间断面,需要有格式粘性,必要时要加上人工粘性项,使得间断面在几个网格内快速连续变化,形成“几乎间断”,使得差分计算能顺利进行,而又能保持强间断面的参量基本不变(仅仅使间断面变宽)。人工粘性首先由 Von Neumann 和 Richter(1950 年)提出,后来发展了多种形式,至今仍是解决强间断数值计算的主要方法。人工粘性项的加入,会产生激波抹平和激波区拉宽的现象,还可能在激波两侧发生解的伪振荡,为此提出了各种高分辨率、高阶精度格式。一类是对差分格式的耗散项和色散效应进行调节和控制,抑制伪振荡,如 Boris 和 D. L. Book(1973 年)提出的通量修正输运法(FCT, Flux Corrected Transport)和 A. Harten(1983)提出的总变差递减法(TVD, Total Variation Diminishing);另一类是 Годунов(1959 年)提出的间断分解法,对间断面区分为五种可能情况,用精确的解析解来处理,可以得到很陡的冲击波阵面。

采用调整网格尺寸的办法,也可以提高冲击波的分辨率,提高计算精度,即对于物理量变化大的区域采用细网格,对于物理量变化小的区域采用粗网格,而且在计算过程中自动调整,这就是最近发展起来的自适应网格法,它能够在保持计算网格总数变化不大的条件下,提高计算精度。

边界条件的处理,特别对于复杂边界计算域,是数值计算的一个关键问题。传统的有限差分法采用笛卡尔坐标系,采用两簇线覆盖计算域,对于复杂边界很难精确拟合,因而其计算精度一般低于内网格的计算。近年来发展了各种网格生成技术,对于物理面采用贴体坐标系(Body-fitted Coordinate System),通过坐标变换,把不规则的物理求解域变为规则的计算域,把曲边界变换为直边界,使数值计算方便而准确。网格生成技术使有限差分方法能够应用于复

杂边界课题的计算。

由于有限元法在结构力学计算中得到了极为广泛和成功的应用，人们自然会想到将其应用于动力学计算。在动力学问题中，绝大多数情况存在塑性变形，应力和应变不再一一对应，不能再通过总刚度矩阵求解，节点集中力是根据静力平衡原则计算的，没有用变分。对于非定常问题中的时间步长计算，采用有限差分方法，这与原来的有限元法（称为结构有限元法）已有本质的不同，称为动力有限元法。它已经引进了一些有限差分方法，但是和有限差分法有很大的不同。在动力有限元法中（以后简称有限元法），运动方程是通过单元的节点力列出的，同邻近的网格的形状无关。在有限差分法中，运动方程是由邻近网格的压力差来计算的，对于不规则边界或区域，需要分别建立差分方程或作专门处理，有限元法则没有这种麻烦。有限元网格编号法比有限差分法中的ij 编号麻烦些，但是适合于形状复杂的计算域，适合于网格形状和尺寸变化大的情况，更便于网格重分。有限元法的另一个优点是便于编制通用程序。基于上述优点，有限元法在爆炸力学数值模拟中得到愈来愈广泛的应用，典型的程序有 EPIC、DEFEL 和 DYNA 等，成功地应用于高速碰撞、侵彻、爆炸驱动和爆炸成型弹丸等计算，效果良好。

目前二维程序已经进入成熟阶段，成为科学的研究和产品研制的有力科学工具。但是爆炸力学中存在许多属于三维空间的课题，难以用二维模型来描述。例如对装甲的侵彻问题，它直接关系到弹丸设计和防护装甲设计，二维模型只能计算垂直侵彻问题，而事实上绝大多数情况下是斜侵彻，属于三维模型。用二维程序计算平面斜侵彻的结果仅在初始的很短时间内给出定性（有时是定量的）数据，以后则和实际差别愈来愈大。当然，不是说没有改善和缩小这种差别的技术措施，但是用三维模型才是根本改善措施。现在尽管出现了速度为每秒数亿次的计算机（如 CDC7600, CRAY），但是三维计算，仍然是十分昂贵的，仅仅对于个别重大课题，在具有较为雄厚财力的部门才能采用。当然，随着计算机硬件的迅猛发展，三维计算将很快得到普遍应用。现在的三维程序都是在原来二维程序的基础上发展起来的，例如 Wilkins 等的 HEMP3D (1975) 是在二维有限差分拉氏程序 HEMP 基础上发展的；Johnson 等则发展了 EPIC-3 (1978)，采用四面体有限元，它能有效地防止网格扭曲交叉，因此能够计算变形相当大的情况，在高速斜碰撞计算中，已经获得了与实验十分一致的结果。随着计算机功能的迅速提高，计算费用大幅度降低，使得三维计算愈来愈有现实性，现在已经可以通过实验研究、材料动态特性描述和三维计算的密切配合，来解决过去难以解决的课题了。

由于数值解的长足发展，使得解题能力有了质的飞跃，在这种情况下，解析分析的作用并不是无足轻重了。庄逢甘和张涵信针对空气动力学的数值计算<sup>[2]</sup>指出，面对数值计算结果输出的数据“海洋”，如何判别给出的流动现象是物理的还是非物理的？如何适应物理问题而改进现有计算方法的不足？对此就需要应用解析分析了。特别是气动方程的非线性，在有些情况下存在分叉、突变和混沌等非线性行为，借助于解析分析，就更有必要了。他们的这个观点对于爆炸力学数值计算也是适用的。

由于数值计算的蓬勃发展，又由于计算机硬件的突飞猛进，出现了一个矛盾，这就是如何分析和研究计算过程中所产生的浩如烟海的数值结果。李德元和金其杰指出<sup>[3]</sup>，单靠人脑处理数据已经远远不够了，出路看来得借助计算机的图形处理能力，就是说用图形输出代替数字输出，实现计算结果的可视化。因为高分辨率彩色图形显示器可以在一幅画面上浓缩几百万个数据，一目了然，如果用数字输出，则每百万个数据需要 2000 张纸，处理分析起来显然困难多了。可视化不仅在计算结果分析方面有用，在计算的各个步骤都有用，可以通过直观的图形表示加

快、检查与改善计算过程。可视化的进一步发展是将数据及数值分析与计算机图形学集成为一门新技术,称为图象化技术(Visualization),也称为图象数据分析(Visual Data Analysis 或 VDA)<sup>[4]</sup>。对于力学问题,以假设的形式给出控制方程组,由此收集和计算得到大量数据和信息;通过 VDA 可以迅速进行模型和趋势的搜寻,从而修改假设,得到更符合实际的控制方程组,并以更形象、更突出的方式显示结果,大大提高了数值计算的质量和速度。VDA 和多媒体技术相结合,形成了集视、听为一体的极具临场感的“虚拟实境(Virtual Reality)”技术,可以在计算机上进行声貌并茂的复杂爆炸过程的动态逼真演示,这显然能够促进爆炸力学的发展。

对于爆炸力学课题,经过理论分析后,首先是建立数学模型,确定描述该过程的物理量,确定它们之间的函数关系。数学模型可以是连续的、离散的或统计的表达形式,归纳成一个复杂的控制方程组。一般说来,问题具有三重非线性:即材料大变形产生的几何非线性,材料动态本构关系的非线性以及界面上发生滑动、摩擦和分离等的界面非线性。为了能够计算,还要查阅资料或通过实验确定方程组中的物理常数。

下一步工作是数值方法研究。将控制方程组离散成离散方程组,研究离散方程组的相容性、稳定性和精度,研究爆炸力学特殊问题(如强间断、大变形、滑动边界和动态损伤等)的处理。编制源程序时,应考虑通用性和可更改性,使得程序能够方便地计算某一类问题,并且要考虑到非专业计算人员能够较快地掌握使用。编制源程序时,不仅注意基本运算部分,也要注意输入和输出部分的编制,现代大型程序中,输入输出部分的指令数与基本运算部分相当,有的甚至超过。

源程序必须经过考核才能实际使用,考核的方法是将计算结果和实验结果或解析解作比较,应有足够的精度,至少也应当和成熟的程序计算结果作对比。源程序经过考核后,就可以对该爆炸力学过程进行计算机实验或数值模拟。在计算机模拟的基础上,应用控制论、优化设计方法和计算几何等理论,运用绘图软件就可以进行计算机辅助设计;应用 VDA 技术和“虚拟实境”技术,可以对爆炸力学进行更高级的研究。

计算科学的发展和硬件的发展是分不开的,随着大型计算机的发展,个人微机(PC 机)以更快的速度发展,使得计算技术的普及和推广有了坚实的基础。近 10 年来,大型机的计算速度以平均每年 20% 的速率提高,而 PC 机为 52%;大型机每 MIPS(每秒执行的百万条指令数)成本每年下降 11%,而 PC 机下降 27%,现在 PC 机每 MIPS 或本仅为大型机的 1/50,因此 PC 机发展的前途广阔;功能齐全的工作站也得到了广泛的应用,因此,在 PC 机和工作站上开展数值计算研究已经成为热门课题。

总之,计算数值研究已成为爆炸力学研究的三个基本手段之一,计算方法的基本原理也应成为爆炸力学科技工作者的必备知识之一。

## 参 考 资 料

- [1] 李德元,徐国荣,水鸿寿,何高玉,陈光南,袁国兴.二维非定常流体力学数值方法。北京:科学出版社,1987.
- [2] 庄逢甘,张涵信.数值模拟与解析分析,第六届全国计算流体力学会议论文集.北京:科学出版社,1992,PP1—11.
- [3] 李德元,金其杰.计算流体力学的可视化问题,第六届全国计算流体力学会议论文集.北京:科学出版社,1992,PP24—29.
- [4] 郑友律.当代信息产品的图象化。计算机世界,1974年7月20日。