普通物理概念与解题分析

《力学》

南开大学物理系

科学普及出版社

普通物理概念与解题分析

力　学

李子元　陈民泰　马根源　常树人
滕天奎　翁心光　潘维济　葛葆安　编

王淑贤　赵景员　沈寿春　校

科学普及出版社

内 容 提 要

本书共有力学、光学、电学(上)、电学(下)、热学五个分册，它以阐明普通物理学基本概念，提高读者分析、解决问题的能力为宗旨，是南开大学物理系有多年教学实践的几位教师在周培源、严济慈、赵景员等老教授精心指导下，按全国统编教材教学大纲的要求和顺序编写的。编者考虑到自学青年的困难和习题课的特点，采用辅助教材的形式，每章都有对读者的要求、基本概念、解题分析、习题、题解、思考题等六部分，并以其多年的教学体会和心得贯穿全书。

五个分册共选三千题左右，每册各有特色。力学分册选700多题，特别注意了其内容深浅与中学教学的衔接。

本书适合大学理、工科在校教、学普通物理的师生和自学青年参考使用。

普通物理概念与解题分析

力 学

李子元 陈民泰 马根源 常树人
滕天奎 翁心光 潘维济 葛葆安 编

王淑贤 赵景员 沈寿春 校

责任编辑：陈金凤

封面设计：窦桂芳

科学普及出版社出版 （北京海淀区白石桥路32号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京怀柔平义分印刷厂印刷

开本：787×1092毫米1/32 印张：21 字数：467 千字

1985年1月第1版 1985年1月第1次印刷

印数：1—34,100册 定价：2.55元

统一书号：13051·1148 本社书号：0171

前　言

当前，我国广大青年为了适应“四化”建设的需要，迫切要求提高科学文化水平。有相当一部分青年已在自学大学物理课程，但不少人因缺乏必要的指导而理解课程不深不透，不能融汇贯通，遇到思考题不知如何回答。也有些人因缺少分析问题和解决问题的训练，对难度较大的计算题不知从何入手。因此，这些自学大学普通物理的读者，需要有一些着重讲基本概念和解题分析的辅导读物，而这样的书，对在校学生也应是有教益的。

葛葆安等同志组织汇编的这部《普通物理概念与解题分析》正是适应上述需要的一部参考书。它有三个特点：第一，在每章前编写了基本原理、内容要点和解题要领，有助于读者总结学过的内容和提高分析问题解决问题的能力；第二，题量大，来源广，而且每题都给出一种参考解，可启发读者思路；第三，每章都有补充题和答案，可帮助读者对照或校正自己的答卷，以检查是否正确理解学过的理论。

编者是将习题与题解分开汇编的。我希望广大青年读者要先做习题，再看题解，这才是正确的学习方法。

这部书对大学和中学的青年物理教师也是有参考价值的，对他们更好掌握教学内容和教学方法，提高教学质量都会有一定的帮助。

我希望这部书成为自学青年、青年学生等广大读者的良师益友，并将帮助他们圆满地完成大学普通物理课程的学习。

周培源

编 者 的 话

物理学是一门重要的基础学科，在理、工、农、医各专业学习的大学生或准备自修有关大学课程的有志青年，都必须学习普通物理学。但我们也了解到，不少学生在运用物理学的概念、定律和公式去解决各种物理问题时，会遇到许多具体困难，特别是那些缺少辅导的读者，困难会更多一些，以致严重影响学习的积极性。为了帮助他们提高解题能力，在天津市物理学会和南开大学物理系的支持和赞助下，我们编写了这部大学《普通物理概念与解题分析》，有力学、热学、电学(上)、电学(下)、光学共五个分册。本书是按照全国统编教材教学大纲的要求和顺序安排的。书中的习题主要是从目前国内各种流行教材和美、苏、英等国教材中收集、整理、汇编而成的，共约三千题，其中四分之一左右是思考题。

鉴于习题课教学是整个教学过程中的一个重要环节，本书是按辅助教材形式编写的，并将编者的教学体会和心得贯穿在各章节之中，希望能部分地弥补自学青年缺少课堂教学之不足。

通过演算习题可以帮助学生牢固掌握物理学的基础理论，加强理论联系实际的训练和提高分析问题、解决问题的能力。但在演算习题前，一定要弄懂有关的基本概念以求解题时思路明晰、逻辑性强和推理严格。在每章的开头我们简述了本章的基本概念和对读者的要求，以帮助读者复习和抓

作重心，而给出解题示例是为了指导演算方法。本书的第二部分是题解，仅供读者参考。我们不希望读者没有通过必要的努力就匆忙去看题解。如若在演算某章习题时经常遇到障碍而需求助于题解，就表明你对本章的基本内容尚未很好理解，这时，最好的办法是再认真复习这一章的基本概念，直到全部弄通为止。

在本书中我们对思考题做了一些简要回答，其目的仅在于帮助自学读者开扩思路，并借此机会与全国同行商讨这一类题的最佳解答方法。由于是初步尝试，可能有很多不妥之处，恳请读者和专家指教。

为了适应多方面的需要，编者力求多选一些类型不同的习题，并将它们分类汇编，读者可根据需要选作。编写中还特别注重了培养读者的文字方程运算能力。

本书在编写过程中，自始至终都得到周培源、严济慈教授和天津市物理学会理事长赵景员教授的指教和支持。周培源教授在百忙中又为本书写了前言。南开大学王大燧同志和天津科协李青同志曾给予多方鼓励和支持。在此一并深表衷心感谢。

力学分册由李子元、陈民泰、马根源编写，葛葆安定稿，王淑贤校审。

1982 年 6 月

目　　录

第一部分

基本概念、解题示例和习题

第一章 矢 量

一、要 求

1 掌握矢量的基本性质和它的运算法则。

2 明确标积、矢积的定义和矢量微商的几何意义。

二、基本概念和基本公式

1 标量：只有数值而没有方向的量称为标量。在物理学中，如时间、质量、功、温度等物理量为标量。

2 矢量：既有数值又有方向的量称为矢量。在物理学中，如位移、速度、力、电场强度等物理量为矢量。（注意：并非一切具有数值和方向的物理量都是矢量，例如有限角位移就不是矢量）在具体运算中，矢量遵守特定的运算法则。

当一个物理量用矢量表示时，它必须满足下面两个条件

（1）加法的平行四边形法则；

（2）该物理量所具有的数值和方向与坐标系的选择无关，譬如，一直角坐标系绕其原点转过一个角度后，坐标系改变了，位于原坐标系中的矢量在三个新坐标轴上的投影也将随之改变；但在坐标变换中，矢量本身的数值和方向是不改变的。

用矢量讨论物理问题意义鲜明，形式简洁。其所以鲜明是因为空间形象清晰，直观；其所以简洁是因为物理定律的矢量表述与坐标轴选择无关。

3　矢量运算的平行四边形法则：若矢量**A**和矢量**B**相加，它们的和**A**+**B**为一新矢量。矢量相加的几何作图法是将**B**平移使其起点与**A**的起点重合，作平行四边形，从**A**的起点出发的平行四边形的对角线就是**A**+**B**，此法则称为矢量运算的平行四边形法则。

4　矢量加法运算法则的另一种表达方式称矢量加法的三角形法则：即将矢量**B**平移到矢量**A**且使它起点和**A**的终点相接，连接**A**的起点到**B**的终点所形成的新矢量即为**A**+**B**。以上两种方法是完全等同的，有时统称为矢量加法的平行四边形法则。将三角形法则加以推广得多边形法则：两个以上的矢量相加时，只需将诸矢量依次首尾相接，连接第一个矢量起点到最后一个矢量终点所形成的新矢量即为所求的合矢量。

矢量加法满足加法的“交换律”和“结合律”。矢量减法可以包含在矢量加法之中，即

$$\mathbf{A}-\mathbf{B}=\mathbf{A}+(-\mathbf{B}).$$

5　矢量的标积：两矢量相乘，其积为标量者称做矢量的标积，它定义为$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=AB\cos\varphi$，$\varphi$是矢量**A**和**B**小于$\pi$的夹角，$A$、$B$是矢量**A**、**B**的绝对值，即长度，也称模。

6　矢量的矢积：两矢量相乘，其积也是一个矢量的称做矢量的矢积，其数值为$|\mathbf{A}\times\mathbf{B}|=AB\sin\varphi$，$\mathbf{A}\times\mathbf{B}$的方向垂直于**A**、**B**所构成的平面，其指向按右手螺旋法则确定。在矢积中，矢量的次序不能任意颠倒。

7　在具体进行矢量运算时，往往把矢量分解成几个分

矢量。通常把一个矢量沿着坐标轴方向进行分解，例如：任一矢量**A**都可以在直角坐标系中表示为$\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}+A_z\mathbf{k}$，其中**i**，**j**，**k**为沿坐标轴OX、OY、OZ的单位矢量，它们的模均为1，A_x、A_y、A_z分别是**A**在X轴、Y轴、Z轴上投影值。

矢量**A**的数值记为A，$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$。**A**与三坐标轴夹角的方向余弦分别为$\cos\alpha=\dfrac{A_x}{A}$；$\cos\beta=\dfrac{A_y}{A}$；

$\cos\gamma=\dfrac{A_z}{A}$。

在直角坐标系中，有矢量$\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}+A_z\mathbf{k}$和矢量$\mathbf{B}=B_x\mathbf{i}+B_y\mathbf{j}+B_z\mathbf{k}$，则

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=(A_x+B_x)\mathbf{i}+(A_y+B_y)\mathbf{j}+(A_z+B_z)\mathbf{k};$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B}=(A_x-B_x)\mathbf{i}+(A_y-B_y)\mathbf{j}+(A_z-B_z)\mathbf{k};$$

由于**i**，**j**，**k**的正交性，所以有

$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}=1$；　$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{i}=0$；

$\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0$；$\mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}$；$\mathbf{j}\times\mathbf{i}=-\mathbf{k}$；$\mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i}$；

$\mathbf{k}\times\mathbf{j}=-\mathbf{i}$；　$\mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}$；　$\mathbf{i}\times\mathbf{k}=-\mathbf{j}$。

故
$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z;$$

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$$=(A_yB_z-A_zB_y)\mathbf{i}+(A_zB_x-A_xB_z)\mathbf{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\mathbf{k}.$$

8　矢量的微商：设矢量**A**的单位矢量为$\mathbf{a}_0$，**A**的数值为A，则$\mathbf{A}=A\mathbf{a}_0$。**A**对时间t的变化率就是**A**对时间t的

微商，

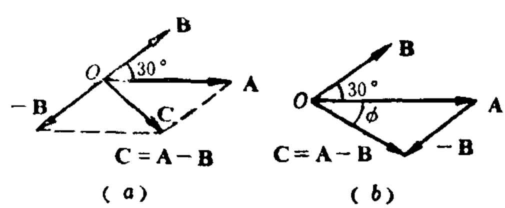
$$\frac{d\mathbf{A}}{dt}=\frac{d}{dt}(A\mathbf{a}_0)=\frac{dA}{dt}\mathbf{a}_0+A\frac{d\mathbf{a}_0}{dt}.$$

式中$\frac{dA}{dt}$表示矢量**A**数值对时间 t 的变化率；$\frac{d\mathbf{a}_0}{dt}$表示单位矢量对时间 t 的变化率。当**A**的数值变化而方向不变时，$\frac{d\mathbf{a}_0}{dt}=0$，$\frac{d\mathbf{A}}{dt}=\frac{dA}{dt}\mathbf{a}_0$；当**A**数值不变只是方向变化时，$\frac{dA}{dt}=0$，$\frac{d\mathbf{A}}{dt}=A\frac{d\mathbf{a}_0}{dt}$，$\frac{d\mathbf{a}_0}{dt}$表示$\mathbf{a}_0$的方位角的变化率。

三、解 题 示 例

1　有矢量**A**和**B**，长分别为10单位和6 单位，且已知**A**、**B**间的夹角是30°，试用平行四边形法和三角形法求出（**A**－**B**）的大小和方向。

【解】　绘出**A**、－**B**两矢量，使两矢量起点O重合，从两矢量终点作**A**和－**B**的平行线交于C点，再由起点O至C点作一矢量**C**即为所求之矢量（**A**－**B**)，见图例1·1(a)。



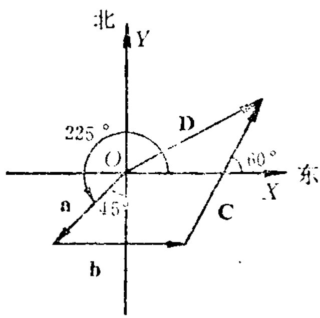
例 1·1

若用三角形法，先从O点作矢量**A**，再以**A**的终端为起点作矢量－**B**，则从O点到－**B**的终端所作的矢量**C**，即为所

求之$\mathbf{A}-\mathbf{B}$，见图例1·1(b)。

用量尺可以测得$(\mathbf{A}-\mathbf{B})$的长度为5·7单位，$(\mathbf{A}-\mathbf{B})$与$\mathbf{A}$的夹角φ约为32°；应用三角公式计算也可以得到同样的结果。

2 一质点在平面上接连作下面三个位移：先向正西南方向移4米，再向正东移动5米，最后向东偏北60°的方向移6米。若选正X轴向东，正Y轴向北，试求（1）每个位移的坐标分量；（2）合位移的分量；（3）合位移的方向和大小。



例 1·2

【解】 据题意在XOY坐标系中，以原点O为起点，依次画出位移矢量$\mathbf{a}$、$\mathbf{b}$、$\mathbf{c}$，各位移的方向角标于图例1·2中。设$\mathbf{a}=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}$；$\mathbf{b}=b_x\mathbf{i}+b_y\mathbf{j}$；$\mathbf{c}=c_x\mathbf{i}+c_y\mathbf{j}$；其中$\mathbf{i}$，$\mathbf{j}$分别为沿$X$、$Y$轴的单位矢量，$a_x$，$a_y$，$b_x$，$b_y$，$c_x$，$c_y$是$\mathbf{a}$，$\mathbf{b}$，$\mathbf{c}$分别在$X$，$Y$轴上的投影。

（1）各位移的坐标分量为：

$a_x=a\cos225°=-2\sqrt{2}$米，$a_y=a\sin225°=-2\sqrt{2}$米；

$b_x=b\cos0°=b=5$米，　　$b_y=b\sin0°=0$；

$c_x=c\cos60°=6\times\frac{1}{2}=3$米，$c_y=c\sin60°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$米；

（2）设合位移矢量为$\mathbf{D}=D_x\mathbf{i}+D_y\mathbf{j}$，按题意$\mathbf{D}=\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}$，所以合位移的分量为：

$$D_x=a_x+b_x+c_x=-2\sqrt{2}+5+3\approx5.17\text{米}；$$

$D_y = a_y + b_y + c_y = -2\sqrt{2} + 0 + 3\sqrt{3} \approx 2.37$米；

（3）合位移的数值为$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} \approx 5.69$米；设**D**与$X$轴夹角为$\theta$，则$\operatorname{tg}\theta = \frac{D_y}{D_x}$，$\theta = \operatorname{tg}^{-1}\frac{2.37}{5.17} \approx 24°37'$。

在图中，按多边形法则作从O到**c**终端的矢量**D**，**D**即为所求之合位移。

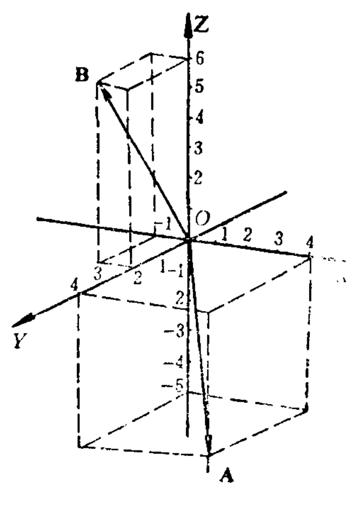
3 设直角坐标系$OXYZ$中有两个矢量**A**和**B**，$\mathbf{A} = 4\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$；$B = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$，试求（1）两矢量的长度，并在坐标系中画出**A**和**B**；（2）（**A**+**B**）与（**A**−**B**）；（3）（**A**·**B**）；（4）**A**、**B**间的夹角θ；（5）（**A**+**B**）的方向余弦；（6）**A**×**B**。

【解】

（1） 作**A**、**B**矢量如图例1·3，两矢量长度分别为

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{16+16+25} \approx 7.55;$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{1+4+36} \approx 6.40$$



例 1·3

（2）根据矢量运算法则

$$\mathbf{A}+\mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k} = 3\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + \mathbf{k};$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} + (A_z - B_z)\mathbf{k} = 5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 11\mathbf{k};$$

（3）$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

$$= -4 + 8 - 30 = -26;$$

（4）由矢量标积定义式知 $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=AB\cos\theta$，所以**A**与**B**的夹角 θ 应满足：

$$\cos\theta=\frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}}{A\cdot B}=\frac{-26}{7.55\times6.40}\approx-0.54$$

$$\therefore\qquad \theta=\cos^{-1}(-0.54)\approx122°40'；$$

（5）因为 $\mathbf{A}+\mathbf{B}=3\mathbf{i}+6\mathbf{j}+\mathbf{k}$，所以

$$|\mathbf{A}+\mathbf{B}|=\sqrt{9+36+1}=\sqrt{46}\approx6.78$$

$$(\mathbf{A}+\mathbf{B})_x=3,\ (\mathbf{A}+\mathbf{B})_y=6,\ (\mathbf{A}+\mathbf{B})_z=1；$$

根据公式可得**A**＋**B**的方向余弦

$$\cos\alpha=\frac{(\mathbf{A}+\mathbf{B})_x}{|\mathbf{A}+\mathbf{B}|}=\frac{3}{6.78}\approx0.44；$$

$$\cos\beta=\frac{(\mathbf{A}+\mathbf{B})_y}{|\mathbf{A}+\mathbf{B}|}=\frac{6}{6.78}\approx0.89；$$

$$\cos\gamma=\frac{(\mathbf{A}+\mathbf{B})_z}{|\mathbf{A}+\mathbf{B}|}=\frac{1}{6.78}\approx0.15；$$

（6）$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix}\mathbf{i}&\mathbf{j}&\mathbf{k}\\4&4&-5\\-1&2&6\end{vmatrix}$$

$$=(24+10)\mathbf{i}+(5-24)\mathbf{j}+(8+4)\mathbf{k}$$

$$=34\mathbf{i}-19\mathbf{j}+12\mathbf{k}。$$

4　如果 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$，求证：**a**和**b**相互垂直（$\mathbf{a}、\mathbf{b}\neq0$）。

证：设 $\mathbf{a}=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k}$；　$\mathbf{b}=b_x\mathbf{i}+b_y\mathbf{j}+b_z\mathbf{k}$，已知 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$，即

$$\sqrt{(a_x+b_x)^2+(a_y+b_y)^2+(a_z+b_z)^2}$$
$$=\sqrt{(a_x-b_x)^2+(a_y-b_y)^2+(a_z-b_z)^2}，$$

两边乘方经整理后得

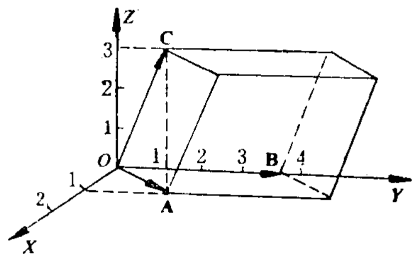
$$a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0,$$

即 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=0$,

∴ $\mathbf{a}\perp\mathbf{b}$，证毕。

5　有一平行六面体，其一角顶位于坐标系的原点，从此原点出发的三个基边写成矢量形式为$\mathbf{A}=\mathbf{i}+2\mathbf{j}$; $\mathbf{B}=4\mathbf{j}$; $\mathbf{c}=\mathbf{j}+3\mathbf{k}$，长度单位均为米。求其体积。

【解】 根据矢量运算法则知 $(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C}$的数值等于以A、B构成的平行四边形为底，以C在垂直于A、B平面方向上的投影为高的平行六面体的体积。所以，欲求的体积为



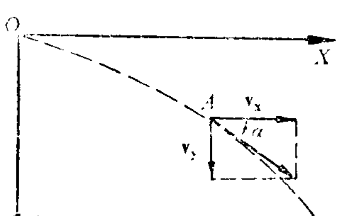
例 1·5

$$V=(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C}$$

$$=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 1 & 2 & 0\\ 0 & 4 & 0\end{vmatrix}\cdot(\mathbf{j}+3\mathbf{k})$$

$$=(4\mathbf{k})\cdot(\mathbf{j}+3\mathbf{k})=12\text{米}^3.$$

6　有一个小球从塔上以速度v_0水平抛出，空气阻力忽略不计，求小球下落 t 秒时的速度和加速度。



例 1·6

【解】 以抛出点为坐标原点O，如图例1·6所示。若X轴沿水平向右，Y轴铅直向下。设小球在 t 秒时运动到A点，速度为$\mathbf{v}(t)$，$\mathbf{v}(t)$沿X轴和Y 轴的分量为$v_x(t)$、

$v_y(t)$。根据运动的独立性原理，小球在水平方向为匀速运动，$v_x(t)=v_0$；在Y方向作匀加速运动。加速度数值为g，$v_y(t)=gt$。所以

$$\mathbf{v}(t)=v_0\mathbf{i}+gt\mathbf{j}.$$

在t时刻，小球的速度数值为

$$v(t)=\sqrt{v_0^2+g^2t^2},$$

$\mathbf{v}(t)$的方向由它与X轴的夹角α确定，

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{gt}{v_0},$$

$$\therefore \qquad \alpha=\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{gt}{v_0}\right).$$

设t时刻之加速度是$\mathbf{a}$，则

$$\mathbf{a}=\frac{d\mathbf{v}(t)}{dt}=\frac{d}{dt}(v_0\mathbf{i})+\frac{d}{dt}(gt\mathbf{j}),$$

因为$\mathbf{i}$、$\mathbf{j}$为单位矢量，且方向不变，故

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt}=0,\qquad \frac{d\mathbf{j}}{dt}=0,$$

$$\therefore \qquad \mathbf{a}=\frac{dv_0}{dt}\mathbf{i}+v_0\frac{d\mathbf{i}}{dt}+g\frac{dt}{dt}\mathbf{j}+gt\frac{d\mathbf{j}}{dt}=g\mathbf{j}.$$

即加速度$\mathbf{a}$的数值为g，方向沿Y轴向下。

四、习　　题

1·1 位置矢量和位移矢量有什么不同？怎样选取坐标原点，才能使两者一致？

1·2 对于任何矢量$\mathbf{a}$，都有$\mathbf{a}\cdot\mathbf{a}=a^2$，$\mathbf{a}\times\mathbf{a}=0$，你能