



催化反应器中的 非定态过程

Ю. И. 马特洛斯 著
李成岳 阎泽群 译

科学出版社

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书是一本讨论固定床催化反应器非定态特性的专著。全书共九章。书中系统地介绍了建立反应器数学模型并据此对其定态和动态特性进行定态和数值分析的方法；阐述了按照定态的数目和性质对参数空间进行分区的问题；分析了催化反应过程激活与熄灭的条件；对于在人为非定态条件下实现催化过程的前景也做了评价。

本书可供从事化学与石油化学工艺过程及设备研究、设计的科技人员使用，也可供大学有关专业的教师、研究生和高年级学生参考。

Ю. III. Матрос

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В КАТАЛИТИЧЕСКИХ РЕАКТОРАХ

Новосибирск: Наука, 1982.

催化反应器中的非定态过程

Ю. III. 马特洛斯 著

李成岳 阎泽群 译

责任编辑：张英娥

科学出版社出版

北京黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1994年10月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1994年10月第一次印刷 印张：9 1/2

印数：0001—2 000 字数：213 000

ISBN 7-03-002021-9/TQ·12

定价：14.60 元

译 者 的 话

固定床催化反应器是化学工业和石油加工工业中应用最多和研究较深入的一类反应器。在一般专著和教材中,讨论最多的是这类反应器的定态性能。但是,要了解催化剂活性在反应中随时间变化的过程,讨论设备的开工、停工,解决自动调节系统合成问题以及研究在人为非定态条件下操作的特性时,就必须了解反应器的动态特性。

本书系统地介绍了在固定床催化反应器、反应区单元体、单颗催化剂和气固催化动力学等不同层次上建立动态数学模型的方法,告诉读者如何简化这些模型,并利用它们对不同层次气固催化反应系统的特性进行定性和数值分析。在固定床反应器动态模型的建立方法方面,译者认为该书是讨论得最深入的一本专著。特别值得一提的是,该书后三章将反应器的动态特性与高效率固定床催化反应器的设计紧密地结合在一起,颇有特色。

作者 Ю. И. Марпос 在原苏联科学院西伯利亚分院催化研究所长期从事动态催化方面的研究工作,发表过大量论文,是这一领域的著名学者。他所在的这个研究所近年来在发展固定床催化反应器强制动态操作技术方面做过许多卓有成效的工作。尽管化学反应器强制动态操作的概念最先由西方学者提出,但是已有的报道表明,原苏联学者在将此概念应用于工业实践方面已经居于前列。

尽管数学模型纵贯全书各章,但是在写作风格上,本书不拘泥于繁琐的推导,而着重讨论由模型分析引出的物理意义

和结论,概念明确、联系实际,具有启发性和实用价值.

我们相信,把这本书翻译成中文,对于国内读者,尤其是那些正在从事动态催化研究和与固定床催化反应器的设计、运行有关的技术人员有所裨益.这本书,也可以作为化工专业研究生、高年级大学生的教学参考书.

李成岳 阎泽群

前 言

化学工业的技术进步在很大程度上取决于新的高效率、大吨位生产过程的开发及现有工艺流程的完善。缩短科研成果在生产中的应用周期,这是加速技术进步最重要的因素。尤其重要的是,能否找到能预见任何结构和尺寸的设备中物理化学过程进程的方法。反应器通常是化工生产的基本设备,所提供产品的成本、质量、生产能力、劳动生产率和投资费用都和反应器的工作状况紧密相关。

在实验室数据基础上,利用相似论的方法预测工业反应器中的过程往往是不可能的,因为通常工业反应器与实验室反应器并不相似。Боресков^[1-3], Зельдович^[6,7], Франк-Каменецкий^[7,8], Слинько^[3,5,9], Кафаров^[10], Арис^[11,12] 等人的工作为解决化学过程的开发、反应器的制造、决定它们的最优工况和建立自动控制系统等问题奠定了理论基础,提供了模型化的数学方法。

非均相催化反应器是复杂的,并且是由多种要素组成的体系。通过详细地研究反应器的内在联系和查明决定工况的主要因素,就可能建立表达反应器行为主要特征的数学模型。通过对数学模型的分析,可以建造实际最佳的工业反应器及其自动控制系统,避免旷日持久和费用高昂的逐级开发过程,这个过程有时可长达10—15年。

现在已经有了建立固定床催化反应器定态数学模型和进行分析的一般原则。在开发活性随时间变化的催化过程时,在设备开工和停车时,在解决自动控制系统合成的任务时,以

及在人为非定态条件下，都必须了解反应器的动态特性。不仅如此，还必须学会如何建造具有符合实际需要的定态和动态特性的反应器。本书试图在某种程度上以固定床催化反应器为例来解决这个问题。

本书1—5章讨论与建立数学模型有关的问题。根据对反应器内基元过程的理论和实验研究来解决所提出的问题，阐明决定定态和非定态过程特性的基本因素。6—9章说明根据对反应器数学模型的定性和数值分析来建造高效率催化反应器的方法。

本书以原苏联科学院西伯利亚分院催化研究所完成的研究工作(在工艺方面具有指导意义)为基础，在材料的取舍上，一般略去数学推导，但对数学模型分析所引出结果的物理意义，通常要加以讨论。

近年来，原苏联科学院西伯利亚分院催化研究所很注意发展在人为非定态条件下实现催化过程的方法。从传统的定态操作转变为这种操作方式，往往能提高过程的效率。作为本书的研究对象，化学反应器中非定态过程模型的建立和分析等问题，已有了相当深入的研究。因此，作者准备在近期着手一部新著，专门论述在人为非定态条件下实现化学反应的问题。

作者衷心感谢 В. А. Чумаченко, З. Р. Балданов, О. В. Киселев, Н. А. Чумакова, О. А. Малиновская, А. С. Носков 在完成本书的过程中所给予的帮助，也向协助完成出版用手稿的 Н. В. Елохина 表示感谢。

目 录

译者的话

前言

第一章 化学反应器的数学模型.....	1
1.1 建立模型的原则	1
1.2 建立模型的例子	8
1.3 固定床催化反应器的数学模型	12
第二章 非均相催化过程动力学的数学模型.....	19
2.1 基本概念与定义	19
2.2 定态动力学模型	24
2.3 非定态动力学模型	32
第三章 多孔催化剂颗粒中的质量与热量传递.....	44
3.1 结构特征	44
3.2 盲孔与连通孔	46
3.3 双分散结构中的传质	49
3.4 在一根截面变化的毛细管中和球状结构中的传质	52
3.5 在多孔催化剂颗粒中的有效扩散系数	53
3.6 有效扩散系数的实验测定	55
3.7 催化剂颗粒的导热系数	62
第四章 催化剂床层中的传质与传热.....	66
4.1 床层自由容积中轴向传递过程的模型	66
4.2 床层自由容积中的横向混合	80
4.3 催化剂固定床中的传热	81
4.4 粒子外表面与反应混合物之间的质热交换	88
第五章 多孔催化剂粒子——一个由基元动态环节构成的系统.....	92

5.1	数学模型的结构示意图	92
5.2	不流通区对非定态过程的影响	99
5.3	在一颗催化剂粒子上发生的等温过程	104
5.4	催化剂表面的动态特性对非定态工况的影响	109
5.5	多孔催化剂粒子上的非等温过程	114
5.6	多孔催化剂粒子上的着火现象	126
第六章	催化剂固定床中的非定态过程	131
6.1	床层微元的结构示意图	131
6.2	非定态过程的数学模型	135
6.3	在绝热催化剂床层中热波波前的传播	143
6.4	催化剂床层中的过渡过程	154
6.5	频率特性的计算	159
第七章	有效催化设备的设计	167
7.1	具有绝热催化剂床层的反应器	168
7.2	管式反应器	184
7.3	空间非均一性对反应器工作质量的影响	196
7.4	伴随着催化剂活性变化的催化过程	200
第八章	固定床催化反应器定态的数目及其稳定性	217
8.1	基本定义	217
8.2	绝热操作的催化剂床层中定态的多重性	219
8.3	内部换热反应器的定态数目及其稳定性	224
8.4	非稳定工况的强制稳定化	233
第九章	在人为非定态条件下的催化过程	251
9.1	现状	251
9.2	催化剂表面上的非定态过程	253
9.3	催化反应器中的非定态过程	260
内容索引		270
参考文献		273

第一章 化学反应器的数学模型

1.1 建立模型的原则

我们把数学模型理解为反应器内部过程的某种简化描述。它仍然保持着实际对象最本质的特性并把它们表达为数学形式。在这个意义上可以说,被研究的对象(反应器或它的组成部分)和模型是同质的。根据任务的不同,数学模型涉及的对象特性数的个数可能不同,所以有宽模型与窄模型之分。在反映对象本质方面前者比后者更完全、更准确。在某个范围内,两类模型是同质的,即给出互相接近的或吻合的结果。在反映同一对象各个组成部分特征的更强有力的模型和反映对象整体特征的模型之间也有同质性。在这种情况下,更强有力的模型的两个或几个因子(一组因子)单值地与反应器整体模型的少数因子相对应。

一方面,为了明确和清晰地给出我们所感兴趣的所有定性特征(显然,只有在这种情况下才可以保持对所采用模型的物理控制),催化反应器的数学模型应当尽量简单。另一方面,模型应足够准确地给出过程进行时的定量规律。上述要求是有矛盾的,因为不详细研究体系的性质就难以知道究竟哪些因素是本质的。

如何建立反映反应器中催化过程实质的模型呢?为了达到目的应选择什么样的道路呢?正如著名数学家贝尔曼(Беллман)所说:避开过分简单化的陷阱,并绕过过分复杂

化的泥潭，揭示化学反应器固有性质的分层次研究方法是唯一合理的。

反应器和反应器微元作为具有多层次结构的复杂对象，可以根据预先依次建立的各组成部分的模型来建立它的数学模型。一部分一部分地研究复杂过程以便过渡到更高层次的模型，其中的组成部分包括了更低层次的窄模型。然而这种过渡只有在这样一种情况下才是正确的，即：1) 如果所有引入更低层次宽模型中的我们感兴趣的非独立和独立变量的变化范围都为已知（包括边界和初始条件）；2) 在整个变化范围内对窄模型做过分析；3) 证明窄模型可以满意地描述更低层次的过程。

上述按照不同层次来建立反应器模型的途径，在建立某一层次模型时，所有决定该层次性质的主要的物理化学规律都已深入研究过并已被实验所证实。在这种情况下，模型具有物理法则所特有的预测能力，它们在空间上是不变的而对时间是自治的，由此应当得出模型组成部分对体系几何尺寸的不变性和这些部分在时间上自治的原则。可以这样说，在给定层次模型的组成部分中，过程进行的规律以及这些组成部分间相互作用的规律都被表达为与所考察层次的规模和时间无关的形式。我们注意到，所谓不变性和自治性只是在由低层次过程向高层次过程过渡的规律性这个意义上而言的，而不是定量规律的不变性和自治性。所以，虽然高层次的规模变化可能使低层次的定量图象发生显著变形，但过程的规律是保持不变的。

为了正确地由低层次向高层次过渡，不仅过程的规律性不变，而且引入高层次组成部分的数学描述及边界条件中的参数都应当对规模不变和对时间自治。规律性和参数与一个层次的规模和时间无关，证明了它们的客观性，并且实际上可

用来预测任何类型和尺寸的设备中过程的进行情况。在上述原则基础上建立数学模型的方法开辟了用单独的实验来测定模型参数的可能性。决定参数的实验可以在这样一些条件下进行：第一，观测对这些参数有很高敏感性的过程（因此保证了高度的准确性）；第二，大部分因素对过程的影响实际上已被排除。在模型组成部分不变性和自治性基础上由低层次向高层次逐级建立数学模型并不排除简化，恰恰相反，要设想通过数学上的归并，“压缩”一个层次中某个部分的信息，提出更紧凑的、对进一步分析更方便的形式。这样做，数学模型可能会失去物理的直观性，带有某些经验性，而系数成为“有效系数”。但其中应当保留对这个层次组成部分行为的分析是主要的、即本质的定量信息。在很多情况下，并不能保持数学模型组成部分对其规模的不变性，而且常常也不是对时间自治的。这种模型只能用作由低层次向更高层次的单方面过渡。在内扩散阻力较大的催化剂粒子上观测到的化学反应速率 W_n 的模型，可以作为信息压缩并带有有效系数的数学描述的一个例子。根据气相组成和温度，函数 W_n 仅能决定具有一定尺寸的催化剂表面上的反应速度，而尺寸的变化将改变有效系数的数值，有时甚至会使 W_n 的函数形式也发生改变。

所以，应当在仔细研究了过程的化学和物理本质之后再把反应器中复杂的过程分为若干组成部分。总之，研究者下一步的工作不只是数学表达，而且还要明确与规模和时间无关的物理概念。只有在这种意义上，才可以说是在建立反应器的模型而不是臆断或凭直觉做出抉择。序贯的分阶段建立模型可以实现由低层次到高层次的正确过渡，发现该层次不同部分间的本质联系，正确地表达边界和初始条件。当然，研究者的丰富经验、科学直觉也有助于选择满意的描述实验数

据的模型,不过,在这种情况下,不求助于专门的实验研究很难确定模型的应用范围。前面的论述清楚地表明:第一,实验的准确性是重要的,但在论证模型时不是主要条件,第二,在一定条件下的实验结果与模型计算值间满意地吻合不能作为同一模型在其它条件下也能适用的唯一根据。

反应器或其某个组成部分的数学模型可以是确定性的或随机性的。如果反应器的某些性质具有明显的偶然性特征,催化反应器的模型就将是随机的。但是对随机的真实体系也有可能建立确定性模型。当微观过程的尺度远远小于宏观体系的尺度时,就可以在所选取的有代表性的范围内对随机量进行平均化,从而利用平均特征。

对象的行为取决于引入其数学模型中的各个参数数值的组合。所以,在分析模型时参数和变量的无因次数群具有重要意义。这些数群的绝对值可以用来对具有不同物理属性的因素作定量的类比,有时在研究其数学描述之前就需要对它们给予过程的影响做出估计。

把无因次数群分为这样一些类型是有益的:1)由与时间无关的参数构成的——准数;2)引入了时间变量的——谐时性数;3)由两个具有同一量纲的参数或变量之比构成的——规范化变量;4)由除了自变量和因变量之外的模型参数构成的某些无因次变量。

可以将同一个微分方程组以及边界和初始条件演化成不同的无因次形式。选择这样一种数学模型的无因次形式是合理的,即它包含的数群具有完全确定和明显的物理意义。每个数群的结构清楚地反映出模型中的某些内部联系。很难提出把数学模型演化成无因次形式的一般建议,因为不同情况有不同的特点,不过,通常应当从仔细分析模型参数的物理意义和确定这些参数以及自变量对体系行为的定性影响着手,

从一般性的考虑出发,判断是否可能出现某个因素,将成为决定性的或者对客体性质不产生影响的局面。有时这种预先的讨论对选择决定无因次数群结构的相对尺度已经足够了。对于复杂的数学模型,常常只有在参数值和初始条件的宽广变化范围内仔细分析模型性质之后,才能完成相对尺度的最终选择。相对尺度对于几个部分甚至整个层次可能是一样的,或者模型的各个部分均不相同。有时边界条件和所考察层次的几何尺度可以作为找出相对参数的出发点。在选择给定层次的特征空间尺寸作为相对尺度时,就得到规范化空间变量。

无因次数群结构的选取也可能取决于所研究的课题。比如,对非定态工况有实质性作用的参数。对定态工况就可能小到可以忽略不计,所以,对定态和非定态过程,数群的结构可以不同。

选择宽模型中的一套无因次数群的问题,有时可转变为选择另外一套数量较少的窄模型数群。在这种情况下,窄模型数群的物理意义可以是隐含的。确定两种模型无因次数群之间的联系(严格的或近似的)是对象结构分析必要的条件,它可以决定窄模型可能应用的范围。宽模型对某些准数的自动模型化是在给定范围内可能应用窄模型的标志。这就意味着,对于这一套无因次数群和初始条件的总和,有些准数变化很大时并不会引起无因次因变量的显著变化。因而这些准数就不再是重要因素,其模型就可以简化。

在建立非定态过程的数学模型时,可以把该层次独立的构造部分作为基元动态环节一样来进行研究。每一个这样的环节都具有惯性,这个环节无论在与外部的联系还是内部发生数量变化时,惯性决定了状态对时间的变化率。惯性可以理解为这样的特征,即可以根据它来断定其状态随时间变化的渐近性,比较各元素的动态特性及其过渡过程的持续时

间。惯性很大的元素其过渡过程发展比较慢。一个结构元素的惯性在很大程度上取决于其容量,即在其中工质(物质或能量)的蓄积量。因此,具有积蓄大量工质的能力的结构元素也就有大的惯性,线性结构元素的惯性与外部作用的数量和符号无关。某个层次中各个组成部分的惯性性质和这些部分之间的联系将影响该层次的整体惯性。同一个层次的惯性性质可以随着外部作用引入的位置而有很大的差别。除此以外,惯性还与所研究体系的进-出口通道有关。

一定层次模型所有部分的惯性都将对该层次整体惯性作出不同的贡献。但并不意味着,惯性大的部分对整个层次惯性的影响就大,因为一个组成部分的贡献还取决于与其它部分间的联系的特点。如果某个层次模型的一个部分具有这样的惯性性质及与其它部分的联系,即按给定的通道来说,它事实上不影响该层次的总惯性,则我们说就这个通道而言是拟定态的。如果某层次各部分之间有很强作用,则它们惯性的相互比值正比于这些部分的容量。非定态过程的特征时间或者说时间尺度 M 可以作为元素或层次惯性的定量尺度,其值可用元素容量对外部联系强度之比来估计。特征时间可以作为定义谐时性数的相对尺度。

一个层次的特征时间取决于其结构模式和各组成部分的时间尺度。一个层次各组成部分之间的联系往往是分布式的和具有反馈性的,因此,一个层次的时间尺度的数值与该层次各个构造元素的时间尺度间的关系很复杂。在建立重要的数学模型时,必须研究这个关系。就总体而言,允许只考虑那些对整个反应器的静态和动态特性具有决定性影响的构造元素的惯性。

当元素、一个层次的一部分或整个层次呈现单调过渡时, M 值的定量评价可表达为

$$M = \frac{\int_0^{\infty} [U(\infty) - U(t)] dt}{U(\infty) - U(0)} \quad (1.1)$$

式中 $U(t)$ ——与模型在 $t = 0$ 时受到单位阶跃扰动所对应的非定常过程的解； $U(0)$ ——初始条件，最好作为定常问题的解给出； $U(\infty)$ —— $U(t)$ 的渐近值。

反应器中不同过程的特征时间可以有很大差别。例如，在一颗催化剂中内部传质过程的时间尺度值可由 $M_D = \varepsilon_3 R_0^2 / D$ 来估算，其中 ε_3 ——孔隙率； D ——有效扩散系数； R_0 ——颗粒半径。在 $\varepsilon_3 = 0.25$ ， $D = 0.1$ 厘米/秒和 $R_0 = 0.2$ 厘米时， $M_D = 0.1$ 秒。催化剂活性变化速度的时间尺度 M_{orp} 对许多工业过程是 $10^3 - 10^5$ 秒。这说明上述两个过程是独立进行的，并且在数学模型化时不必同时考虑它们。换句话说，数学模型可划分为运动快的和慢的组成部分，是非定常过程的分裂。因此，在快元素时间尺度 M_D 数量级的范围内来研究过程时，可以认为在慢元素中的过程是不变的，而在慢元素时间尺度 M_{orp} 数量级的范围内来研究过程时，快元素中的过程将是拟定常态的，可以定量地确定过程的性质。

给定一个宽的数学模型——描述在若干元素组成的任何组成部分或整个反应器里非定常过程的微分方程组，令函数 $U_m = U(t, \bar{\rho}, \bar{\alpha})$ 是在给定初始和边界条件下这个方程组的解。式中 t ——时间； $\bar{\rho}$ ——坐标向量； $\bar{\alpha}$ ——正比于诸元素容量的系数向量。如果在任何瞬时，不包括在称之为边界层的足够小的时间间隔内不等式

$$\frac{\|U(t, \bar{\rho}, \bar{\alpha}) - U(t, \bar{\rho}, \bar{\alpha})_{\alpha_i = \alpha_i^0}\|}{\|U(t, \bar{\rho}, \bar{\alpha})\|} \leq \delta \quad (1.2)$$

成立，就说具有容量 α_i 的第 i 个元素相对于整个系统是拟定常态的。其中 δ ——宽数学模型和窄模型对应的解 U_m 和

$U_y = U = U(t, \bar{\rho}, \bar{\alpha})|_{\alpha_i=0}$ 之间的最大容许相对偏差。 δ 的值可作为用实验测定函数 U_m 时的相对误差予以确定。根据 U 函数形式及过程实现的条件, 今后选 δ 的值为 0.01—0.15。系数 α_i ——是小参数, 而具有解 U_m 的宽模型是相对于窄模型的奇异扰动, 因为 $\alpha_i = 0$, 宽模型阶数降低。对这种体系, 在边界层中解 U_m 和 U_y 可以有很大的不同。但是对于实际情况来说, 这些边界层带的宽度比之不稳定过程的持续时间小很多, 所以 U_m 与 U_y 在这些边界层带中的差别常常可以忽略。我们注意到, 这种差别主要由边缘条件所决定, 选择定常问题的解作为初始条件通常可以避免研究时间边界层并免去衔接边界层内外的渐近分歧。类似于式 (1.2), 可写出任何其它与容量无关的因素的弱影响条件。在这种情况下, 宽模型既可能是相对于窄模型的奇异扰动, 也可能是规则扰动。用反应器的任一部分或整体的时间尺度表达式 (1.1) 来评价任一参数对体系动态性质的强或弱影响区域似乎是非常合适的。的确, 不等式

$$|M(\bar{\beta}, \bar{\rho}) - M(\bar{\beta}, \bar{\rho})|_{\beta_i=0}| / M(\bar{\beta}, \bar{\rho}) \leq \delta \quad (1.3)$$

的成立意味着参数 β_i 对被研究体系动态性质影响微弱, 并且在数学模型的一级近似中可令其值为零。

1.2 建立模型的例子

我们来考察在单个、均一且各向同性的球体中温度再分布非定常过程的例子。此过程与在定态条件下催化剂颗粒的行为具有许多共同的特点。全球内初始温度分布

$$T(r) = T_n = \text{常数}$$

从时间 $t = 0$ 开始, 以恒定温度 $T_n > T_n$ 的气体吹过时, 球内温度场可由此问题的解来决定:

$$C \partial(rT) / \partial t = \lambda \partial^2(rT) / \partial r^2, t > 0, 0 < r < R \quad (1.4)$$

$$T(r, 0) = T_n \quad (1.5)$$

$$\lambda \partial T(R_0, t) / \partial r = \alpha [T_n - T(R_0, t)] \quad (1.6)$$

$$\partial T(0, t) / \partial r = 0 \quad (1.7)$$

式中 r ——球半径； c ——球体材料的比热； λ ——导热系数； α ——球外表面与周围介质的换热系数。

作为过程的数学模型，导热微分方程 (1.4) 由傅里叶导热基本定律导出，热流密度正比于温度梯度，边界条件 (1.6) 是由球体与周围介质边界上的热流等式得到的。热量在球内按傅里叶定律传播，而其表面与气体间的热交换按牛顿定律进行，即热流密度正比于物体和周围介质间的温差。条件 (1.7) 是由于温度场对球心的对称性。带有边界条件 (1.5) — (1.7) 的方程是在牛顿和傅里叶定律范围内的宽模型。

由式 (1.4) — (1.7) 所定义的问题的解 $T(r, t)$ ，决定球内任何瞬时的温度场，它与两个独立变量 t 和 r 以及 6 个参数 R_0 、 C 、 λ 、 α 、 T_n 和 T_0 有关。显然，球中每点的温度在初始温度 T_n 至终了温度 T_0 之间呈单调变化： $T_n \leq T(r, t) \leq T_0$ 。所以最好把 $T_0 - T_n$ 作为变量 $T(r, t)$ 变化的尺度，这样可以把温度表示成无因次形式：

$$\theta(r, t) = [T(r, t) - T_n] / (T_0 - T_n) \quad (1.8)$$

而 $0 \leq \theta \leq 1$ 。把这个表达式代入式 (1.4) — (1.7)，所要求的包含新无因次变量的解将与初始温度及周围介质温度的绝对值无关。事实上，这些温度中无论哪一个的变化都会引起热流与傅里叶和牛顿定律相应的、成比例的变化，但是温度的相对变化则是不变的。这是从物理意义方面所做的解释。在数学上，由线性问题 (1.4) — (1.7) 也能导出这一结论。

球内温度拉平的速度与两个串接过程有关——球内传热及球面上的传热。内部传热取决于 3 个参数—— R 、 C 及 λ ，