

上海大学面向 21 世纪教学改革教材

流体力学的基本理论

王振华 编

上海大学出版社

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

流体力学的基本理论/王振华编. —上海: 上海大学出版社, 2002. 1

上海大学面向 21 世纪教学改革教材

ISBN 7-81058-435-9

I. 流... I. 王... III. 流体力学-高等学校-教材 IV. 035

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 098188 号

流体力学的基本理论

作 者 王振华
责任编辑 王悦生
封面设计 王春杰
出版发行 上海大学出版社
上海市延长路 149 号 200072(邮编)
86-21-56331806(发行部) 86-21-56332131(编辑部)

经 销 新华书店上海发行所
印 刷 上大印刷厂
开 本 890×1240 1/32
印 张 9.75
字 数 281 千
版 次 2002 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 1 次印刷
印 数 1~1 050
定 价 22.00 元

本版图书如有印装错误,可向出版社随时调换。

内 容 提 要

本书比较详尽地介绍了流体力学的基本概念及有关的数学和热力学知识;阐明了流体力学的基本方程组及其初始条件和边界条件的由来和它们的确切的物理含义;形象具体地阐述了作为设计和安排流体力学实验的主要理论依据——量纲分析和相似理论.本书的特点是:重点较为突出,条理较为清晰,概念的表述较为准确、深入,也更为形象具体、通俗易懂;并注意工程实践的运用以及与流体力学其他几部分的内容衔接.

本书可作为理工科相关专业的本科生教学用书,也可作为相关专业研究生的教学参考书.

前 言

《流体力学的基本理论》是上海大学理学院力学系面向 21 世纪的教学改革项目“力学系教学体系与课程内容改革的设想与实践”所规划的“流体力学课程系列”的第一部分,另外几部分的内容分别为“理想流体力学”、“粘性流体力学”、“计算流体力学”和“近代流体力学”。

本书共分七章:第一章数学基本知识;第二章热力学基本知识;第三章流体力学的基本概念;第四章流体力学的基本方程和基本方程组;第五章量纲分析和相似理论;第六章流体静力学;第七章伯努利方程和欧拉定理。比较详尽地阐明了流体力学的基本概念、基本理论和基本方法。重笔浓墨地阐明了流体力学的基本方程组及其初始和边界条件的由来和它们的确切物理含义;形象地阐明了量纲分析和相似理论,它们是设计和安排流体力学实验的主要依据。为了不致因数学和热力学方面的知识而造成阅读本书的困难,在本书的前两章用较少的篇幅介绍了数学和热力学的相关基本知识,从而使本书从数学到热力学再到流体力学的基本理论能自成体系,便于读者学习和掌握。此外,为了使读者对流体力学的基本方程组、初始条件和边界条件如何应用、如何简化有一个初步的感性认识,也为了与另外几部分内容有较好的衔接,使“流体力学课程系列”成为一个完整的体系,本书最后还对流体静力学、伯努利方程和欧拉定理等内容作了一定的介绍。

本书的特点是:重点较为突出,条理较为清晰,概念的表达较为准确和深入,且形象具体、通俗易懂。可作为理工科学生流体力学的基本教材、教学参考书,同时也可作相关专业研究生流体力学的教材或参考书。

本书作为上海大学面向 21 世纪教学改革项目的一个组成部分，得到了上海大学各级领导的大力支持。1998 年初，上海大学对力学系面向 21 世纪教学体系与课程内容改革进行了专项立项研究。编者根据多年从事流体力学理论和应用的实践经验以及教学经验，对上海大学理学院数学、物理、力学综合班的“连续介质力学 2”（即流体力学 1）进行了改革的探索和尝试，在总结多年教学经验和改革实践的基础上写出了本书的初稿。初稿以讲义的形式在数学、物理、力学综合班的“连续介质力学 2”或“流体力学 1”课程中进行了三届试讲，并发给其他专业的学生作为教学参考书试用。该讲义以深入浅出、概念清晰、富有启发性、便于自学而受到学生的好评。即将出版的这本《流体力学的基本理论》是在该讲义的基础上经过全面、详细、合理地修改后完成的，希望它的面世能在流体力学的教学改革中起到抛砖引玉的作用。

在本书的编写和出版过程中，上海市应用数学和力学研究所戴世强教授、刘宇陆教授、夏南教授等对编写大纲、内容都提过有益的建议。力学系程昌钧教授在本书的编写、完稿和出版过程中，始终给予了多方面的关注和大力支持，并提出了许多宝贵的建议。在此一并表示衷心的感谢。

值得指出的是，本书的初稿曾函请中国科学院张涵信院士审阅。除了认为“有特色”，“作为教材，如果能作些修改，出版此书是有意义的”以外，张涵信院士还提出了极其宝贵的修改意见。在此，谨向张涵信院士表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，改革的经验还有待于在实践中不断总结和完善，不当之处在所难免，恳切希望广大读者给予指正和建议。

王振华

上海大学理学院力学系

2000 年 10 月

目 录

第 一 编

第一章 数学基本知识.....	(3)
1.1 正交曲线坐标系	(3)
1.1.1 正交曲线坐标系的建立	(3)
1.1.2 正交曲线坐标系中元弧长度和元面积的表示 形式	(5)
1.1.3 求算拉梅系数的例题	(7)
1.1.4 $(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V}$ 在柱面和球面曲线坐标系中的计算式	(10)
1.2 场论基本知识	(12)
1.2.1 标量场的梯度	(12)
1.2.2 矢量场的散度和奥高定理	(14)
1.2.3 矢量场的旋度和斯托克斯定理	(19)
1.2.4 梯度、散度、旋度计算公式汇总	(24)
1.2.5 无旋场和有势场	(26)
1.2.6 管形场	(26)
1.2.7 场论的主要运算公式	(26)
1.2.8 拉普拉斯算子的作用式 $\Delta\psi$ 在正交曲线坐标 系中的表达式	(27)
1.3 卡氏张量	(28)
1.3.1 直角坐标系的旋转变换和下标记号	(28)
1.3.2 自由下标和 δ_{ij} 记号	(31)
1.3.3 标量、矢量和张量.....	(34)
1.3.4 张量的代数运算	(36)
1.3.5 张量识别定理	(38)

1.3.6	对称张量和反对称张量	(39)
1.3.7	矢量运算的下标表示和置换张量 ϵ_{ijk}	(40)
1.3.8	关于四阶各向同性张量的一般论证	(44)

第二章	热力学基本知识	(50)
2.1	热力状态和状态方程	(50)
2.2	功、热量和熵	(53)
2.3	热力学第一定律和内能	(56)
2.4	焓、比热和过程方程式	(58)
2.5	热力学第二定律、可逆过程和不可逆过程	(61)
2.6	热机效率和制冷系数	(62)
2.7	熵增量的计算和热力学微分方程式	(64)
2.7.1	可逆过程闭口系统熵增量的计算式	(64)
2.7.2	不可逆过程闭口系统熵增量和其他状态参数 增量的计算	(65)
2.7.3	孤立系统的熵增原理	(66)
2.7.4	热力学微分方程式简介	(66)

第 二 编

第三章	流体力学的基本概念	(71)
3.1	流体和固体的主要差别和流体的易流性	(71)
3.2	流体的连续性假设和准平衡假设	(71)
3.3	流体的压缩性	(73)
3.4	流体的粘滞性	(77)
3.5	流体受力状态的一般分析	(81)
3.6	流体流动的解析表示法	(87)
3.7	流体流动的几何表示法和流场	(94)
3.8	流动流体的速度分解定理	(110)
3.9	流体的本构方程	(117)
3.10	流动流体的理想模型和流体的压力	(120)

3.11 流体的表面张力现象.....	(123)
---------------------	-------

第四章 流体力学的基本方程和基本方程组..... (130)

4.1 流体的连续性方程	(130)
4.1.1 流体连续性方程的基本形式	(130)
4.1.2 定常流场中流体的连续性方程	(133)
4.1.3 不可压缩流体的连续性方程	(133)
4.1.4 采用实体法推导流体力学的连续性方程	(133)
4.1.5 不可压缩均质流体的密度及连续性方程	(136)
4.2 流体的运动方程	(136)
4.2.1 流体的运动方程的基本形式	(136)
4.2.2 牛顿流体的运动方程	(139)
4.2.3 可压缩粘性流体的运动方程	(140)
4.2.4 涡量动力学的基本方程	(142)
4.2.5 流体的几种理想模型的运动方程	(144)
4.3 流体的能量方程	(145)
4.3.1 流体的能量方程的基本形式	(145)
4.3.2 牛顿流体的能量方程	(150)
4.3.3 可压缩粘性流体的能量方程	(152)
4.3.4 理想可压缩流体的能量方程	(152)
4.3.5 理想不可压缩流体的能量方程	(153)
4.3.6 理想可压缩流体和理想不可压缩流体在绝热 流动过程中的能量方程	(154)
4.3.7 可视为完全气体的理想可压缩流体在绝热 流动过程中的能量方程	(154)
4.3.8 可视为完全气体的理想不可压缩流体在绝 热流动过程中的能量方程	(155)
4.4 流体力学的基本方程组	(155)
4.4.1 一般情况下牛顿流体的基本方程组	(156)
4.4.2 可压缩粘性流体的基本方程组	(161)
4.4.3 动力粘度为常数的不可压缩均质粘性流体的	

基本方程组	(161)
4.4.4 理想可压缩流体的基本方程组	(162)
4.4.5 可视为完全气体的理想可压缩流体在绝热 流动过程中的基本方程组	(163)
4.4.6 理想不可压缩均质流体的基本方程组	(164)
4.5 基本方程组的初始条件和边界条件	(164)
4.5.1 初始条件	(165)
4.5.2 边界条件	(165)
第五章 量纲分析和相似理论	(174)
5.1 量纲分析和相似理论的研究目的	(174)
5.2 物理量的量纲分析法	(175)
5.3 物理方程式的量纲齐次性定律	(181)
5.4 π 定理	(185)
5.5 物理场的相似理论	(192)
5.6 物理场的相似准则	(197)
5.7 高速可压缩粘性完全气体定常流场的相似准则	(209)
第六章 流体静力学	(221)
6.1 流体静力学的研究内容和用途简介	(221)
6.2 流体静力学的基本方程组及外力相容性条件	(222)
6.2.1 流体静力学中流体的运动特点和动力特点	(222)
6.2.2 流体静力学的基本方程组	(223)
6.2.3 流体静力学的外力相容性条件	(225)
6.3 流体静力学的基本方程和压力场	(226)
6.4 关于静止流体的一般说明和静止液体的压力场的计算	(231)
6.5 静止液体对平面器壁的力效应	(236)
6.6 静止液体对曲面器壁的力效应	(242)
6.7 浮体的浮力和稳定性	(250)
6.8 在国际标准大气模型中静止气体基本方程组的应用	

.....	(257)
6.8.1 国际标准大气的约定	(257)
6.8.2 国际标准大气的压力场和密度场的确定	(258)
第七章 伯努利方程和欧拉定理	(263)
7.1 理想均质不可压缩流体一元流动的伯努利能量方程	(263)
7.1.1 方程的由来及概述	(263)
7.1.2 应用举例	(270)
7.2 其他特定条件下的类似伯努利方程的积分式	(279)
7.3 欧拉动量定理和动量矩定理	(282)
7.3.1 定理的概述与推导	(283)
7.3.2 自由射流对固壁的作用力	(286)
7.3.3 推进器原理	(290)
7.3.4 离心泵和叶轮机原理	(296)

第
一
编

||

○
Di Yi Bian

第一章 数学基本知识

1.1 正交曲线坐标系

1.1.1 正交曲线坐标系的建立

一般说来,在实际的工程问题中,与流体相互作用的物体的形状是错综复杂的,因此,常常需要采用正交曲线坐标(例如我们已经学习过的柱面坐标和球面坐标)来描述空间点的位置及空间点上流体质点的运动,方可列出较简单的解析式,写出问题的边界条件和求解所需要的结果.据此,有必要对此作一简要的介绍.

众所周知,在直角坐标系中,空间任意点 M 的位置是通过它的矢径 r 在三个坐标轴上的投影 (x, y, z) 来惟一确定的,即 r 可表示为

$$r = xi + yj + zk. \quad (1.1-1)$$

除此以外,我们也可以通过下述方法来惟一确定空间任意点 M 的位置,并进而建立正交曲线坐标系:

(1) 设定在空间建立三族曲面,其曲面在直角坐标系中的方程分别为

$$\begin{cases} q_1 = q_1(x, y, z), \\ q_2 = q_2(x, y, z), \\ q_3 = q_3(x, y, z). \end{cases} \quad (1.1-2)$$

(2) 设定对于每个空间点来说,每族曲面肯定有并且仅仅有一个曲面通过它,也就是说,式(1.1-2)中的 $q_1(x, y, z)$, $q_2(x, y, z)$, $q_3(x, y, z)$ 都是 x, y, z 的单值函数.对于空间每一既定的点 M ,都对应于一组三个既定的空间曲面 $q_1 = c_1$, $q_2 = c_2$, $q_3 = c_3$; c_1, c_2, c_3 是

对应于点 M 的三个常数,或者说任意空间点 M 都可以表示为分别属于三族曲面的三个既定曲面的交点. 这样一来,空间任意点的位置矢径 r 和直角坐标 x, y, z 均必然可以表示为变量 q_1, q_2, q_3 的单值连续函数,即

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(q_1, q_2, q_3), \quad (1.1-3)$$

$$\begin{cases} x = x(q_1, q_2, q_3), \\ y = y(q_1, q_2, q_3), \\ z = z(q_1, q_2, q_3). \end{cases} \quad (1.1-4)$$

显然,式(1.1-4)是式(1.1-2)的反函数表达式.

因为每三个曲面有三条曲交线,故每个空间点 M 实际也是三根曲交线的交点,这三根曲交线分别以图 1.1-1 所示的 q_1, q_2, q_3 表示,称为该空间点上的坐标曲线.

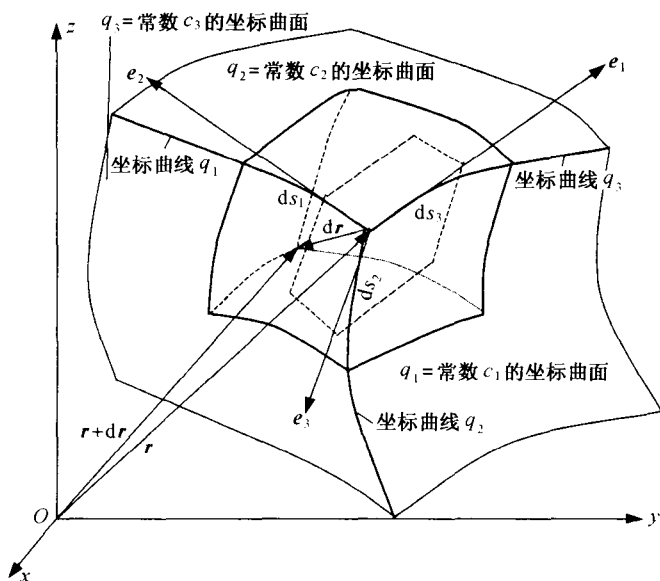


图 1.1-1

(3) 设定每个空间点 M 所对应的三条坐标曲线 q_1, q_2, q_3 在该点

处的单位切向矢量 e_1, e_2, e_3 两两相互垂直,或者说三条坐标曲线在该点处两两正交. 满足这一假设的坐标曲线 q_1, q_2, q_3 称为 M 点处的正交坐标曲线.

根据上述三个“设定”,在每个空间点 M 处,均可建立起一个正交的曲线坐标系 $Mq_1q_2q_3$, M 点附近的空间点相对于 M 点的无穷小的位置变量 $d\mathbf{r}$ 都可以以曲线坐标的微分表达式来表示.

1.1.2 正交曲线坐标系中元弧长度和元面积的表示形式

已知:正交曲线坐标系的三族曲面在直角坐标系中的方程式 (1.1-2)

$$\begin{cases} q_1 = q_1(x, y, z), \\ q_2 = q_2(x, y, z), \\ q_3 = q_3(x, y, z), \end{cases}$$

及其单值反函数式 (1.1-4)

$$\begin{cases} x = x(q_1, q_2, q_3), \\ y = y(q_1, q_2, q_3), \\ z = z(q_1, q_2, q_3). \end{cases}$$

求: (1) 任意空间点 M 处的位移矢量 $d\mathbf{r}$ 所对应的坐标曲线的元弧长度 ds_1, ds_2, ds_3 与曲线坐标的微分 dq_1, dq_2, dq_3 之间的关系式. (应当说明的是,曲线坐标的微分 dq_1, dq_2, dq_3 并不表示各相应的元弧长度,事实上,它们还常常不具有长度的量纲,这一点在以后的例子中可以更明显地看出)

(2) 任意空间点 M 处的元位移矢量 $d\mathbf{r}$ 所对应的坐标曲面的元面积 $d\sigma_1, d\sigma_2, d\sigma_3$ 及所含的元体积 $d\tau$ 与曲线坐标的微分 dq_1, dq_2, dq_3 之间的关系式.

解: (1) 因为在 M 点上对应的三条坐标曲线 q_1, q_2, q_3 相互正交,所以三个矢量 $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_1}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_2}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_3}$ 肯定分别与 e_1, e_2, e_3 同向,即有

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j} = \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j} \right| \mathbf{e}_j \quad (j = 1, 2, 3). \quad (1.1-5)$$

如令 $\left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j} \right| = H_j$, 则因为 $d\mathbf{r} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}$, 故有

$$\begin{aligned} H_j &= \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j} \right| = \sqrt{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_j}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_j} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_j} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_j} \right)^2} \quad (j = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (1.1-6)$$

$H_j (j = 1, 2, 3)$ 称为拉梅系数.

(2) 因为 ds_1, ds_2, ds_3 是 $d\mathbf{r}$ 所对应的 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 三个方向上的元弧长度, 故有

$$\begin{aligned} d\mathbf{r} &= ds_1\mathbf{e}_1 + ds_2\mathbf{e}_2 + ds_3\mathbf{e}_3 \\ &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_2} dq_2 + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_3} dq_3 \\ &= \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_1} \right| dq_1\mathbf{e}_1 + \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_2} \right| dq_2\mathbf{e}_2 + \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_3} \right| dq_3\mathbf{e}_3 \\ &= H_1 dq_1\mathbf{e}_1 + H_2 dq_2\mathbf{e}_2 + H_3 dq_3\mathbf{e}_3. \end{aligned} \quad (1.1-7)$$

从而有

$$\begin{cases} ds_1 = H_1 dq_1, \\ ds_2 = H_2 dq_2, \\ ds_3 = H_3 dq_3, \end{cases} \quad (1.1-8)$$

或

$$ds_j = H_j dq_j (j = 1, 2, 3).$$

因为 $d\sigma_1 = ds_2 ds_3, d\sigma_2 = ds_1 ds_3, d\sigma_3 = ds_1 ds_2$, 所以得

$$\begin{cases} d\sigma_1 = H_2 H_3 dq_2 dq_3, \\ d\sigma_2 = H_1 H_3 dq_1 dq_3, \\ d\sigma_3 = H_1 H_2 dq_1 dq_2, \end{cases}$$

$$d\tau = ds_1 ds_2 ds_3 = H_1 H_2 H_3 dq_1 dq_2 dq_3. \quad (1.1-9)$$

1.1.3 求算拉梅系数的例题

1. 柱面曲线坐标系

(1) 定义. 如将每个既定的空间点 M 表示为如下三个坐标曲面的交点, 其所形成的正交曲线坐标系即称为柱面曲线坐标系:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = r = r(x, y, z) = c_1, \text{ 是一个以 } z \text{ 轴为母线、} r \text{ 为半径的圆柱面;} \\ q_2 = \theta = \theta(x, y, z) = c_2, \text{ 是一个通过 } z \text{ 轴、与 } Oxy \text{ 平面夹角为 } \theta \text{ 的平面;} \\ q_3 = z = z(x, y, z) = c_3, \text{ 是一个平行于 } Oxy \text{ 平面、与之距离为 } z \text{ 的平面.} \end{array} \right.$$

相应的坐标曲线及单位切向矢量 e_r, e_θ, e_z 如图 1.1-2 所示.

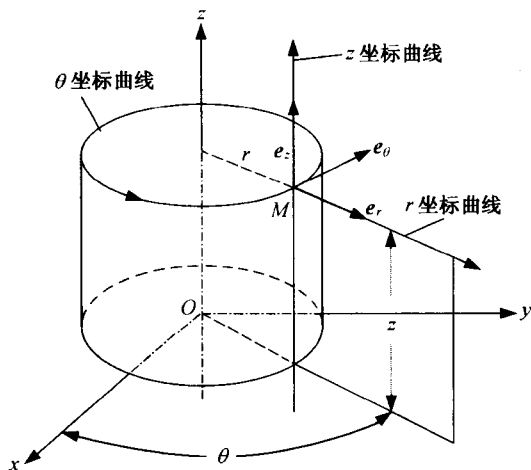


图 1.1-2

(2) 比照上述的 1.1.1 节及 1.1.2 节部分内容, 为了套用已有的公式, 可令