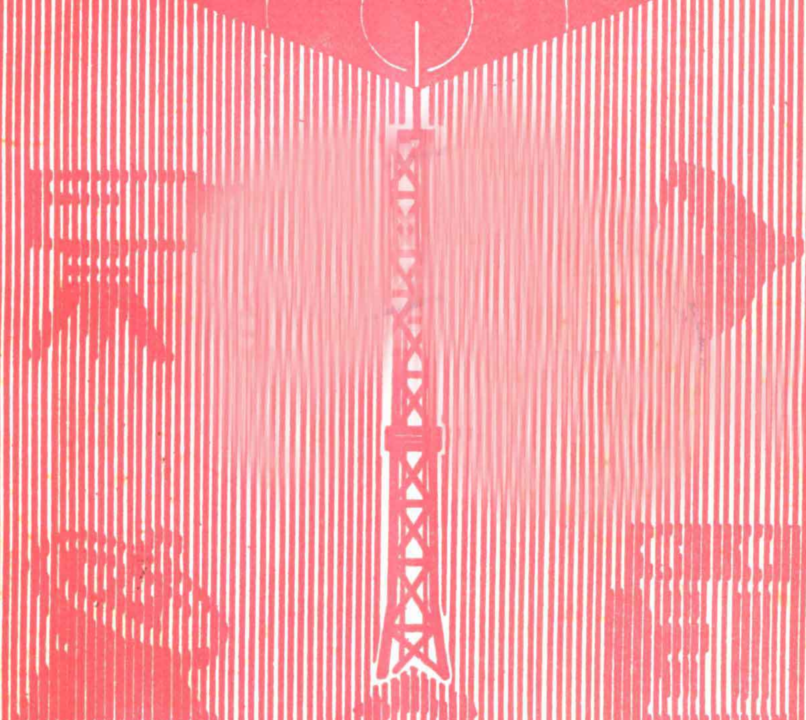
938937

TM153
0277

高等学校教材

电磁场的数值方法

刘圣民



华中理工大学出版社

高等学校教材

电磁场的数值方法

刘 圣 民

华中理工大学出版社

电磁场的数值方法
刘圣民
责任编辑　李凤英
*
华中理工大学出版社出版发行
(武昌喻家山)
新华书店湖北发行所经销
华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷
*
开本：850×1168　1/32　印张：9.5字数：234 000
1991年4月第1版　1991年4月第1次印刷
印数：1—1 000
ISBN 7-5609-0543-9/TN·18
定价：2.50元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986～1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前　　言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材1986—1990年编审出版规划，由电磁场理论与微波技术教材编审委员会电磁场理论编审小组征稿，推荐出版。

本教材由华中理工大学刘圣民担任主编，东南大学杨铨让教授担任主审。

本课程的参考学时数为40学时，其主要内容为：电磁场的数值方法的数学基础；有限差分法；有限单元法；矩量法；边界元素法。本书的第一章综述了电磁场的各类求解方法，对常用的电磁场数值分析方法作了扼要的介绍。第二章介绍数值分析方法所必需的数学基础知识，并对求解电磁场边值问题的一大类近似方法用泛函的观点作统一阐述和系统分类，介绍了变分问题的间接法和直接法，着重介绍了加权余量法。此外，还对数值计算中的最优化技术作了简要的介绍。从第三章至第六章，依次讨论了电磁场工程中应用较多的有限差分法、有限元素法、矩量法和边界元素法。在这几章中，从工程应用的观点出发，在不失数学严密性的前提下，阐明各种常用数值计算方法的基本原理及其使用要点，并提供了有关的计算公式和一些计算机程序，给出了某些典型实例。这将有助于掌握和使用上述的数值计算方法，去分析和解决有关的电磁理论问题。为帮助读者进一步深入掌握本书的基本内容，在每一章后面均附有习题和主要的参考文献。

本书适合于高等工业院校无线电类的高年级学生和研究生阅读，也可供从事电磁场理论研究的教师和科技工作者参考。

主审人杨铨让教授对全书进行了认真、仔细的审阅，提出了许多宝贵的意见，这里表示诚挚的感谢。附录中计算程序以及各

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

章习题已经过硕士研究生马红的演算和试做。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

—编　者—

内容简介

本书系统地论述了电磁场数值分析中常用的几种数值计算方法，介绍了必要的数学基础知识，并从工程应用的角度，阐明了各种方法的基本原理和使用要点。

全书内容包括：有限差分法、有限单元法、矩量法和边界元素法等。书中有典型的示例和少量的计算程序，可供参考。

本书适用于高等工业院校无线电类的高年级学生和研究生阅读，也可供从事电磁场研究的教师和科技工作者参考。

目　录

第一章　绪论……………………………………………………(1)
§1-1　电磁场问题的各类求解方法……………………………(1)
§1-2　电磁场的数值分析方法简介……………………………(9)
§1-3　关于数值分析方法的评价问题…………………………(16)
习题……………………………………………………………(18)
参考文献………………………………………………………(18)
第二章　数值方法的数学基础……………………………………(19)
§2-1　概述……………………………………………………(19)
§2-2　泛函及其变分问题………………………………………(22)
§2-3　变分问题的直接解法——里兹法…………………………(27)
§2-4　加权余量法………………………………………………(35)
§2-5　最优化概念与方法………………………………………(49)
习题……………………………………………………………(64)
参考文献………………………………………………………(65)
第三章　有限差分法……………………………………………(66)
§3-1　差分运算的基本概念……………………………………(66)
§3-2　二维场的拉普拉斯方程与泊松方程的差分格式………(69)
§3-3　差分方程组的求解………………………………………(74)
§3-4　有限差分法的工程应用举例……………………………(80)
§3-5　媒质不均匀时有限差分法的应用………………………(87)
§3-6　时域有限差分法…………………………………………(90)
习题……………………………………………………………(98)
参考文献………………………………………………………(99)
第四章　有限单元法……………………………………………(100)
§4-1　有限单元法及其变分原理………………………………(100)
§4-2　场域剖分与线性插值、形状函数…………………………(102)

§4-3　有限元方程的建立……………………………………………（113）
§4-4　有限元方程的求解……………………………………………（125）
§4-5　时变场中的有限元法…………………………………………（128）
§4-6　不均匀介质中的有限元法……………………………………（135）
§4-7　有限元素的自动生成问题……………………………………（142）
§4-8　有限元法示例…………………………………………………（148）
习题…………………………………………………………………………（152）
参考文献……………………………………………………………………（153）
第五章　矩量法……………………………………………………………（155）
§5-1　矩量法的基本原理……………………………………………（155）
§5-2　基函数和权函数的选择………………………………………（159）
§5-3　近似算子与扩展算子…………………………………………（167）
§5-4　二维散射场中的矩量法………………………………………（172）
§5-5　线形天线辐射场中的矩量法…………………………………（176）
§5-6　任意弯曲细线天线的矩量法解………………………………（182）
§5-7　矩量方程的求解问题…………………………………………（189）
§5-8　矩量法的工程应用举例………………………………………（193）
§5-9　矩量法求解本征值问题………………………………………（200）
§5-10　矩量法求解任意截面的波导传输线…………………………（206）
习题…………………………………………………………………………（211）
参考文献……………………………………………………………………（212）
第六章　边界元素法………………………………………………………（213）
§6-1　边界元素法的基本概念和基本方法…………………………（213）
§6-2　边界元素和边界积分方程的近似求解………………………（218）
§6-3　线性元素求解边值问题………………………………………（226）
§6-4　亥姆霍兹方程的求解…………………………………………（232）
§6-5　边界元法在其它方面的应用…………………………………（238）
§6-6　非TEM模传输线问题的边界元法……………………………（251）
§6-7　边界元法在三维场中的应用…………………………………（259）
习题…………………………………………………………………………（272）
参考文献……………………………………………………………………（273）

附录Ⅰ　用有限差分法求电位分布的计算程序 ………………(274)
附录Ⅱ　用有限元法计算拉普拉斯场的通用程序 ……………(278)
附录Ⅲ　用边界元法求同轴线特性阻抗的计算程序 …………(285)

第一章 绪论

§1-1 电磁场问题的各类求解方法

一般地说，电磁场问题就是求解麦克斯韦（Maxwell）方程问题。根据具体问题的提法不同，求解此方程的具体方法则有所差异，虽然不存在处理各种电磁场问题的一种统一方法，但仍可将问题分为几种类型并寻求各自合适和比较有效的求解方法。麦氏方程主要是两个矢量的非齐次一阶联立线性偏微分方程。在自由空间或无源均匀各向同性的媒质中，它们变成为齐次一阶线性偏微分方程组。

求解电磁场问题通常有两种方法：一是从麦氏方程组直接求解的直接法；二是通过位函数求解的间接法。它们都归结为求解一个齐次或非齐次的矢量或标量的波动方程问题，即为二阶线性偏微分方程。但是，对某些问题需要先求出导体上的电流分布而后再求空间的场分布。在此情况下，就需要根据导体表面上的边界条件将麦氏方程演变为以导体上的电流分布为待求量的积分方程，因而，此时求解电磁场的问题就变成求解积分方程的问题。

严格地说，如果考虑到场源的结构、媒质的形状、分布和性质等全部问题，求解麦氏方程是非常困难的。一般都将整个问题分成几个独立的问题分别处理。有时还必须加以理想化，即附加上假设条件使具体问题接近便于数学处理的问题。

从物理数学的观点来看，某一个物理场量ψ的偏微分方程描述一点的$\psi(\boldsymbol{r})$与邻点的$\psi(\boldsymbol{r}+d\boldsymbol{r})$的关系，其中$\boldsymbol{r}$是从原点到考虑点的矢径；从一点$\boldsymbol{r}$出发逐步用微分尺度向外求解，一直到边

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

界上各点有无穷多个可能的解。必须根据边界条件来选择所要求的解，这也就是通常所说的边界值问题。至于未知量 ψ的积分方程在物理学中一般都是根据边界条件来建立的，因而它已经包含了边界条件。这就是说，积分方程不但描述了一点 $\psi(\boldsymbol{r})$ 与邻点 $\psi(\boldsymbol{r}+d\boldsymbol{r})$的关系，而且还描述了$\psi(\boldsymbol{r})$与包括边界点的考虑区域内所有点的关系。

求解电磁场边界值问题（或简称边值问题）的方法，归纳起来可分为三大类，其中每一类又包含若干种方法。第一类是严格解析法或称为解析法；第二类是近似解析法或称为近似法；第三类是数字法或称为数值法。

（一） 解析法

解析法包括严格建立和求解偏微分方程或积分方程。严格求解偏微分方程的经典方法是分离变量法，严格求解积分方程的方法主要是变换数学法。解析法的优点是：

（1）可将解答表示为已知函数的显式，从而可计算出精确的数字答案；

（2）可以作为近似解和数值解的检验标准；

（3）在解析过程中和在解的显式中可以观察到问题的内在联系和各参数对数字结果所起的作用。但是，解析法存在严重的缺点，主要是它仅能用于解决很少量的问题，事实上只有在为数不多的坐标系中能分离变量，而用积分法时往往求不出结果，致使分析过程既困难又复杂。

分离变量法是求解二阶线性偏微分方程定解问题的经典方法之一，它获得了广泛的应用。其实质是将多变量未知函数表示为若干单变量函数之积的形式，并代入原方程使之分离成若干个常微分方程。它们由若干个特定的分离常数互相联系，这些常数对应于各方程的本征值。求解出各常微分方程的通解后，它们之乘积即是偏微分方程的解。利用部分定解条件逐个确定各本征值，本征值对应的常微分方程的特解称为本征函数，它们一般是

正交函数系。各类本征函数的乘积构成偏微分方程的特解，所有这些特解的线性组合构成未知函数的通解，这样就完成了求解偏微分方程的全过程。显而易见，分离变量法的应用范围受到一些因素的限制，例如，偏微分方程应是线性的齐次方程，才能用叠加原理构成形式解。对非齐次方程，其自由项和系数必须符合进行级数展开和积分变换条件，才可采用傅里叶（Fourier）分析法，否则应采用格林(Green)函数法。

在格林函数法中，先求单位源所产生的场（称为源函数或格林函数），然后再乘以源分布并作源所在区域的积分而得到总场。此法的实质是空间域的格林函数法，它采用空间冲激函数$\delta(\boldsymbol{r})$的序列对源分布函数取样，使之转化为求单位点源所产生的场分布，这种场分布有如空间传递函数，并称为格林函数。各点源所产生的场作线性叠加时采用多重积分的形式求解，应用格林函数求解电磁场也是经典场合中一个重要方法。此法表明：只要已知格林函数，该问题的求解将变为求解积分的数学问题，故又称此法为积分法。因为积分与坐标系无关，它具有普遍性的优点。此外，采用格林函数法的优点在于：一是可利用δ函数的性质，便于求一个点源满足一定边界条件下的场，格林函数可以用较简单的方法求得；二是可以利用已有的格林函数，只要求出给定区域内满足一定边界条件的格林函数后就可直接加以引用，不管源分布和边界条件如何，不必每次去求格林函数。但是，它的缺点是积分有时积不出，因而很难得到数字结果。

必须指出，只有在少数问题中才能得到偏微分方程或积分方程等数理方程的严格解。例如，对标量亥姆霍兹方程，只有在十一种坐标系下才能用分离变量法求解。如果边界面不是以上各坐标系中一个坐标系的一个坐标面或该坐标系的几个坐标面的组合，或者边界条件不是第一类（该标量在边界上的值为已知）或第二类（该标量在边界上沿法线方向的空间导数为已知）时，分离变量法就不能应用。对于积分方程，也存在类似的情况。例如，只

有当积分方程中的核是某一形式时，才能用变换数学来严格求解它。正因为有严格解的问题是不多的，所以求数理方程的近似法变得十分重要。即使有严格解的问题如用近似法来求解也往往会感到便利。

（二） 近似法

第二类方法是近似解析法或称近似法。在数理方法中，主要的近似法有逐步逼近法、微扰法、变分法和迭代变分法等。近似法也是一种解析法，但不是严格解析法，而是一种近似解析法。它所得的结果一般都表示为级数解。用这些方法可以求解一些用严格法不能解决的问题。当然，它们也可以用于求解一些用严格解析法可以解决的问题，但用起来比较简便。诚然，近似法中的解析部分比严格解析法中的解析部分要少些，但计算工作量却较大，且随着所期望的精确度的提高而增大。倘若使其工作量较小，但其数值答案却不太精确。

这里简要介绍一下微扰法。它的基本思想是，在同一区域和同样边界条件下，考虑两个相似而又接近的偏微分方程：一个是待解方程，另一个是已经有严格解的方程，借助于后者的已知解作为待解方程的零级近似解，逐次逼近待解方程的解。待解方程比有解方程多一个微扰项，所以待解方程称为有解方程的微扰，微扰项中包含一个微扰参数ε，这时将待解方程的本征值和本征函数展为微扰参数ε的幂级数，其中的系数通过这些幂级数代入待解方程来求得，从而可以计算待解方程的零级近似解（即有解方程的解）、一级近似解、二级近似解、……。例如，有已知解方程为

$$L(\varphi)+\lambda\varphi=0 \tag{1.1.1}$$

式中λ和φ分别为本征值和本征函数。待解方程为

$$L(\psi)+(\lambda'-\varepsilon U)\psi=0 \tag{1.1.2}$$

式中L为微分算子，ψ和λ'为其本征函数和本征值，U为所考虑区域的已知连续函数，ε为微扰参数，$(-\varepsilon U\psi)$为微扰项。将ψ和λ'

展开为ε的幂级数，即

$$\left.\begin{aligned}\psi &= \varphi + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \varepsilon^i \\ \lambda' &= \lambda + \sum_{i=1}^{\infty} B_i \varepsilon^i\end{aligned}\right\} \tag{1.1.3}$$

将式(1.1.3)代入式(1.1.2)，就可求得系数A_i和B_i，从而计算出各级微扰和待解方程(1.1.2)的各级近似解。微扰法特别适用于求解一个接近有严格解的问题，此时微扰量很小。如果微扰较大，此法不适宜采用，需用其它近似法，例如变分法。在变分法中，需将物理方程化为变分形式，就是说，可以找到一个包含未知函数的泛函，而且有极值存在。先假设一个试探函数，它与待求函数满足同样的边界条件和初始条件，同时它包含几个待定参数，称为变分参数，其值决定于试探函数的形式，每个待定参数由泛函对它的变分等于零而求得。试探函数中的变分参数愈多，所得的结果也就愈准确。当然也可以采用迭代变分法以获得更精确的结果。这种迭代法实质上也就是逐步逼近法。

在第二类近似解析法中还包括采用高频技术的几何光学法、物理光学法、几何绕射法、物理绕射法等。这里简要地介绍广泛应用的几何绕射理论(Geometrical Theory of Diffraction，简称GTD）。长期以来，广泛应用的是经典的高频近似方法——几何光学法和物理光学法。这两种方法都有很大的局限性。首先，这两种方法的应用条件是波长趋于零，即散射体尺寸远大于波长时才精确。当具有小曲率的散射体的边缘、拐角、尖端或阴影区变得不可忽视时，上述两种方法便失效。其次，上述的绕射积分通常很复杂，在许多场合往往很难计算。当散射体形状复杂时，很难求得精确的结果。

为了弥补上述两种近似方法的不足，自本世纪50年代以来，逐步形成和发展了一些新的方法，这些方法既简单易算，又能应用计算机求得电磁场的散射、绕射问题比较精确的解。几何绕射理论

是其中重要的一种方法。它是凯勒(J.B.Keller)引进了新的射线（称为绕射线）所推广了的几何光学理论，称为几何绕射理论。GTD是以一些已知的简单几何形状的问题的严格解为基础，比较典型问题的严格解和由几何光学得到的近似解，可以导出一些普遍规律，从而找到对近似结果进行修正的基本方法。因为形状复杂的物体可以看成是许多简单几何构形的复合体，对一个复杂物体的各个局部分别应用已知的典型问题的解，然后把各个局部对场的贡献叠加起来，以求得复杂物体的近似的高频辐射和散射特性。

几何绕射理论所能解决的问题范围取决于已知的典型问题解的数量。到目前为止，GTD仅仅以两个典型问题为基础。其一是平面波在理想导电劈上的绕射；其二是平面波在理想导电圆柱上的绕射。至于其它问题，还没有现成的严格解可利用，这是GTD的应用范围尚属有限的一个主要原因。

GTD的另一困难是它的算式不能用于计算散焦区的场，这是射线光学的固有缺点。如果物体结构复杂，则有待确定的绕射线数量大，确定绕射点和绕射轨迹的难度高，因而计算量会增加。尽管GTD目前还不十分完善，但由于它物理概念清晰、简单易算，特别是当频率提高时，其计算精度也相应提高，这是一个可贵的特性，近20年来已广泛用于求解许多天线的辐射场和许多形状复杂物体的散射场，还广泛应用于计算各种目标的雷达散射截面积。

GTD的基本概念可以归纳为

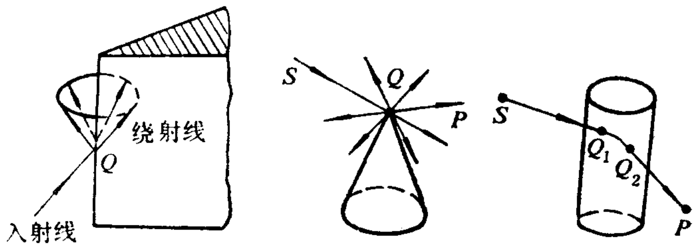
(1)根据广义费马原理得到绕射定律，绕射场沿绕射射线传播，绕射射线是从源点经绕射点至场点的取极值传播路径；

(2)根据局部性原理，高频绕射和反射一样，是一种局部现象，也就是说，绕射只取决于物体上绕射点邻域内的物理特性和几何特性；

(3)离开绕射点后的绕射射线仍遵循几何光学定律，即沿直

线传播，在绕射射线管内能量守恒，绕射场相位迟延等于媒质的传播常数与传播距离的乘积。

在均匀媒质中几何光学射线遇到物体的不连续性时，一般会出现几种典型绕射现象：边缘绕射、尖顶绕射、曲面绕射，如图1-1所示。



(a) (b) (c)

图1-1

在边缘绕射时，边缘绕射线与边缘夹角等于相应的入射线与边缘夹角，一条入射线将激起无穷多条绕射线，它们都位于一个以绕射点为顶点的圆锥面上，如图1-1(a)所示。

在尖顶绕射时，其绕射线是从源点S经尖顶到达场点P的射线。由尖顶发出的绕射线可以是任意方向的，绕射线波阵面是以尖顶为中心的球面，如图1-1(b)所示。

在曲面绕射情况下，表面射线（或称爬行射线）在传播时，将不断地沿其切线方向发出绕射线。由广义费马原理可知，对于阴影区的场点P，射线取极值路径，入射线和绕射线应分别和表面上Q_1和Q_2点相切，而表面射线是沿Q_1和Q_2点的最短路径传播的，如图1-1(c)所示。

通过上面简要的介绍可知，将GTD应用于工程计算，原则上是不难的。由于辐射和散射问题的高频近似解就是直射、反射和绕射射线对场的总贡献，所以首先要找出对给定场点的场有贡献的所有射线及其轨迹，即用费马原理确定反射点和绕射点，并求

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com