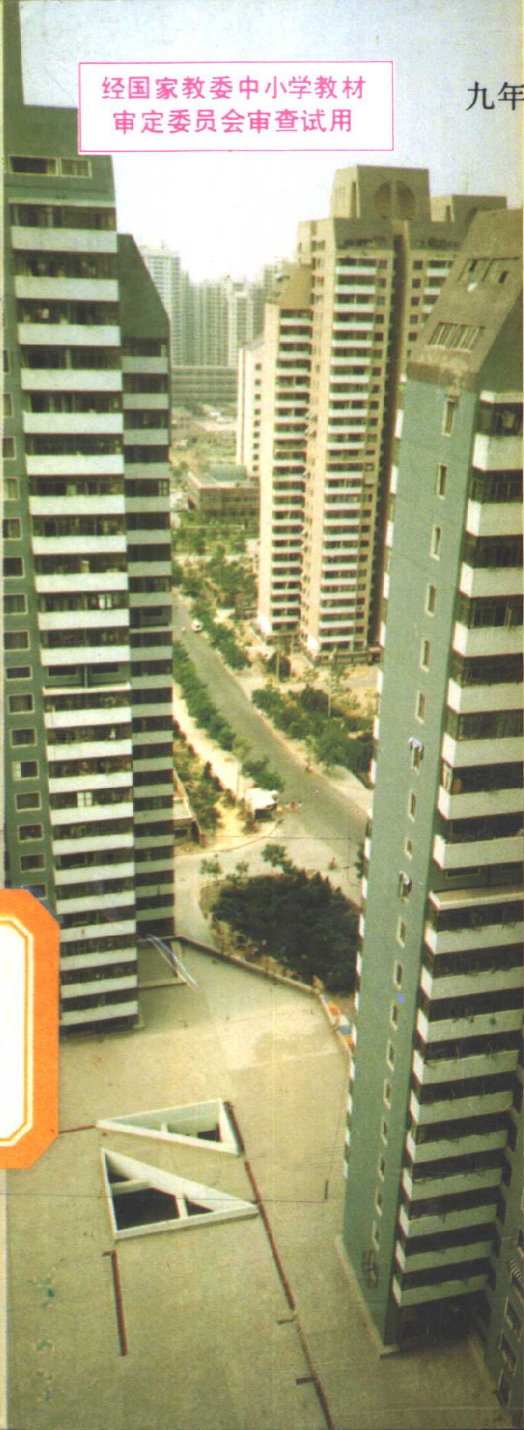
经国家教委中小学教材
审定委员会审查试用



九年义务教育三年制初级中学教科书

几何

JI HE

第三册

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

九年义务教育三年制初级中学教科书

几　何

第三册

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

(京)新登字 113 号

九年义务教育三年制初级中学教科书

几　何

第 三 册

人民教育出版社中学数学室　编著

*

人民教育出版社出版

北 京 出 版 社 重 印

北京市新华书店发行

北京印刷三厂印刷

开本 787×1092　1/32　印张 7　字数 133 000

1994 年 10 月第 1 版　2000 年 6 月第 6 次印刷

印数 1－94 500

ISBN 7－107－02281－4

G·4117(课)　定价 4.40 元

如发现印装质量问题影响阅读请与北京印刷三厂联系

电话:84275511 转 2146

顾　　问:丁石孙　丁尔升　梅向明　张玺恩
张孝达

主　　编:吕学礼　饶汉昌　蔡上鹤

副 主 编:李慧君

编 写 者:蔡上鹤　陈　汶　李慧君　许缦阁

责任编辑:李慧君

说　　明

一、这套九年义务教育三年制初级中学教科书《几何》第一至第三册，是根据国家教委颁发的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划(试行)》、《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》编写的.

二、本书从 1992 年秋季起，在全国二十几个省、自治区、直辖市的数十万学生中进行了试验，并于 1994 年经国家教委中小学教材审定委员会审查通过.

三、本书是几何第三册，内容包括：解直角三角形，圆，供六三制初中三年级使用，每周 3 课时.

四、本书在体例上有下列特点：

1. 每章都有一段配有插图的引言，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料.

2. 在课文中适当穿插了"想一想"、"读一读"、"做一做"等栏目. 其中"想一想"是供学生思考的一些问题，"读一读"是供学生阅读的一些短文，"做一做"是供学生课外动手操作的一些实例. 这些栏目是为扩大学生知识面、增加趣味性和实践性而设计的，这些都不作为教学要求，只供学生课外参考.

3. 每章后面都安排有"小结与复习"，其中的"学习要求"是对学生学完全章后的要求.

4. 每章最后都配有一套"自我测验题"，供学生自己检查

学完这一章后，是否达到本章的基本要求.

5. 本书的练习题分为练习、习题、复习题三类. 练习供课内用；习题供课内或课外作业用；复习题供复习每章时选用. 其中习题、复习题的题目分为 A、B 两组，A 组属于基本要求范围，B 组带有一定的灵活性，仅供学有余力的学生选用. 每组习题的第 1 题，都反映了这一部分知识的基本要求，可作为预习用，也可作为课后复习用，不要求做出书面答案.

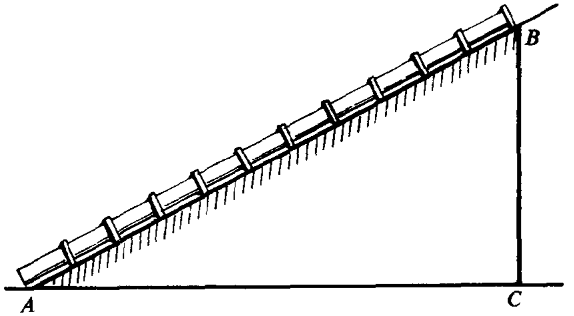
五、本书在编写过程中，征求了部分教师和教研人员的意见，在此向北京市的王占元、明知白、田逌惠、彭广仁，天津市的烟学敏、梁汝芳、吕学林，辽宁省的魏超群，吉林省的李浩明，江苏省的万庆炎，安徽省的薛凌，湖北省的冯善庆等同志表示衷心的感谢.

人民教育出版社中学数学室

1994 年 10 月

目　录

第六章　解直角三角形



修建某扬水站时，要沿着斜坡铺设水管. 从上面的图中看到：斜坡与水平面所成的$\angle A$的度数可以通过测角器测出来，水管AB的长度也可以直接量得，它们是两个已知数.

当水管铺到B处时，设B离水平面的高度为BC. 由于C点不可到达，BC的长度无法直接量得. 怎样利用上面的已知数求得B处离水平面的高度BC呢？

上面的问题可归结为：在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，已知$\angle A$和斜边，求$\angle A$的对边BC. 学了本章知识后，这个问题就很容易解决了.

一　锐角三角函数

6.1　正弦和余弦

我们从三角尺开始来研究上一页中的问题. 在所有不等腰的那块三角尺(图 6-1(1))中, 30°角所对的直角边(用 BC 表示, 其中$\angle C$ 为直角)都等于斜边(用 AB 表示)的一半, 即

$$\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}.$$

这就是说, 当$\angle A=30°$时, 不管三角尺大小如何, $\angle A$ 的对边与斜边的比值都等于$\frac{1}{2}$. 根据这个比值, 已知斜边 AB 的长, 就能算出$\angle A$ 的对边 BC 的长.

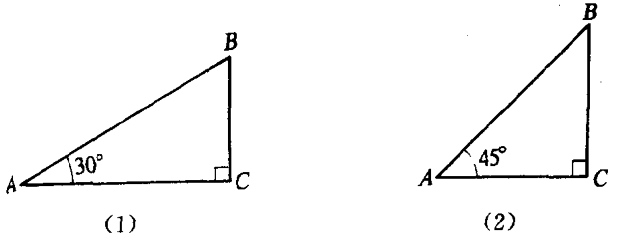


图　6-1

类似地, 在所有等腰的那块三角尺(图 6-1(2))中, 由勾股定理可得

$$\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{\sqrt{BC^2+BC^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

这就是说，当$\angle A=45°$时，$\angle A$的对边与斜边的比值等于$\frac{\sqrt{2}}{2}$. 根据这个比值，已知斜边AB的长，就能算出$\angle A$的对边BC的长.

那么，当锐角A取其他固定值时，$\angle A$的对边与斜边的比值能否也是一个固定值呢？

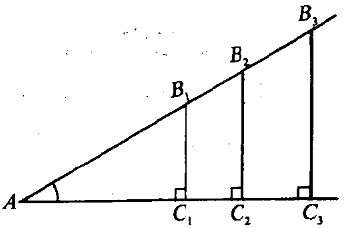


图 6-2

设锐角A取一个固定值，也就是说，我们有许多直角三角形$A_1B_1C_1$，$A_2B_2C_2$，$A_3B_3C_3$，…，它们有一个锐角相等. 我们把点A_1，A_2，A_3，…重合在一起，记作A，并使直角边AC_1，AC_2，AC_3，…落在同一条直线上，则斜边AB_1，AB_2，AB_3，…落在另一条直线上(图 6-2). 容易知道，

$$B_1C_1 /\!/ B_2C_2 /\!/ B_3C_3 /\!/ \cdots,$$

$$\therefore\quad \triangle AB_1C_1 \backsim \triangle AB_2C_2 \backsim \triangle AB_3C_3 \backsim \cdots.$$

$$\therefore\quad \frac{B_1C_1}{AB_1}=\frac{B_2C_2}{AB_2}=\frac{B_3C_3}{AB_3}=\cdots.$$

因此，在这些直角三角形中，$\angle A$的对边与斜边的比值仍是一个固定值.

练　习

在$\triangle ABC$中，$\angle C$为直角. 如果$\angle A=60°$，那么$\angle A$的对边与斜边的比值是多少？

如图6-3，在△ABC 中，$\angle C$ 为直角，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做$\angle A$ 的**正弦**，记作 $\sin A$❶，即

$$\mathbf{\sin A=\frac{\angle A\ 的对边}{斜边}}.$$

如果我们把$\angle A$ 的对边 BC 记作 a，$\angle C$ 的对边 AB 记作 c，那么

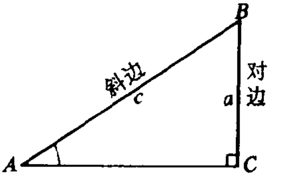


图 6-3

$$\sin A=\frac{a}{c}.$$

例如：当$\angle A=30°$时，我们有

$$\sin A=\sin 30°=\frac{1}{2};$$

当$\angle A=45°$时，我们有

$$\sin A=\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

由于直角三角形中斜边大于直角边，所以在图 6-3 中，可以得出

$$0<\frac{a}{c}<1.$$

∴ $\quad 0<\sin A<1$（$\angle A$ 为锐角）.

---

❶ 注意，这是一个完整的记号，不能看成 $\sin\cdot A$. 记号里习惯省去角的符号"∠"，第一个字母"s"要小写. 后面的 $\cos A$，$\mathrm{tg}A$，$\mathrm{ctg}A$ 等也是这样.

例 1 求出图 6-4 所示的 Rt$\triangle ABC$ 中的 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值.

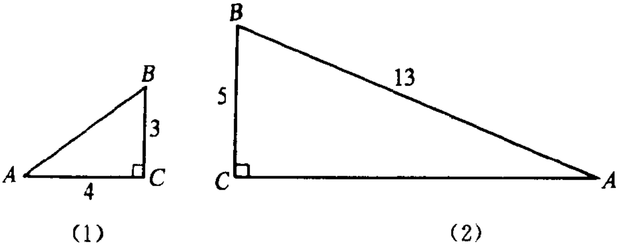


图 6-4

分析：求 $\sin A$ 时，要看 $\angle A$ 的对边与斜边的比；求 $\sin B$ 时，要看 $\angle B$ 的对边与斜边的比.

解：(1) $\because$ 斜边 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，

$\therefore$ $\sin A=\frac{3}{5}, \sin B=\frac{4}{5}$.

(2) $\sin A=\frac{5}{13}$.

$\because$ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{144}=12$，

$\therefore$ $\sin B=\frac{12}{13}$.

与正弦情况相似，可以证明：当锐角 A 取任意一个固定值时，$\angle A$ 的邻边与斜边的比值也是一个固定值.

如图 6-5，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C$ 为直角，我们把锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的**余弦**，记作 $\cos A$，即

$$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}.$$

如果我们把$\angle A$的邻边(即$\angle B$的对边)记作b,那么

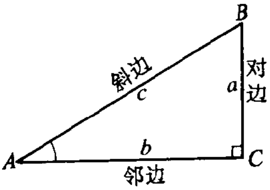


图 6-5

$$\cos A=\frac{b}{c}.$$

$\because$ $0<b<c$,

$\therefore$ $0<\cos A<1$($\angle A$为锐角).

根据图 6-1 和已经学过的知识,我们有:

(1) $\boldsymbol{\sin 30^\circ=\frac{1}{2},\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2},\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}$;

(2) $\boldsymbol{\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2},\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2},\cos 60^\circ=\frac{1}{2}}$.

例 2 求下列各式的值:

(1) $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ$;

(2) $\sqrt{2}\sin 45^\circ-\frac{1}{2}\cos 60^\circ$.

解:(1) $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2};$$

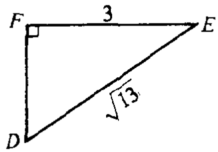
(2) $\sqrt{2}\sin 45^\circ-\frac{1}{2}\cos 60^\circ$

$$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

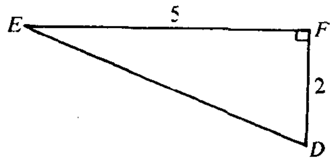
$$=\frac{3}{4}.$$

练　习

1. 求出图中 $\sin D$，$\sin E$ 的值.



(1)



(2)

（第 1 题）

2. (1) 求出图 6-4 中 $\cos A$，$\cos B$ 的值；

(2) 把 $\cos A$，$\cos B$ 的值同 $\sin A$，$\sin B$ 的值（见例 1 的解）进行比较，写出 $\sin A$ 与 $\cos B$ 之间的关系式，以及 $\sin B$ 与 $\cos A$ 之间的关系式.

3. (1) 求出第 1 题图中 $\cos D$，$\cos E$ 的值；

(2) 把 $\cos D$，$\cos E$ 的值同第 1 题中求得的 $\sin D$，$\sin E$ 的值进行比较，写出 $\sin D$ 与 $\cos E$ 之间的关系式，以及 $\sin E$ 与 $\cos D$ 之间的关系式.

4. 求下列各式的值：

(1) $\sin 45° + \cos 45°$；　　(2) $\sin 30° \cdot \cos 60°$；

(3) $0.5 - \sin 60°$；　　(4) $\dfrac{\sin 30°}{\cos 30°}$.

我们已经学习了锐角的正弦和余弦，下面再来研究锐角的正弦与余弦之间的关系. 我们知道：

$$\sin 30^\circ=\frac{1}{2},\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2},\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2},\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2},\cos 60^\circ=\frac{1}{2}.$$

由此可以看出：

$$\sin 30^\circ=\cos 60^\circ,$$

$$\sin 45^\circ=\cos 45^\circ,$$

$$\sin 60^\circ=\cos 30^\circ.$$

这就是说，30°，45°，60°这三个特殊角的正弦的值，分别等于它们的余角 60°，45°，30°的余弦的值（反过来说，30°，45°，60°这三个特殊角的余弦的值，分别等于它们的余角 60°，45°，30°的正弦的值）.

那么，对于任意锐角的正弦的值，是否也能等于它的余角的余弦的值呢？观察图 6-5，可知

$$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c},$$

$$\cos B=\frac{\angle B\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c},$$

$\therefore$ $$\sin A=\cos B.$$

同理可证 $\cos A=\sin B$.

注意到图 6-5 中，$\angle A+\angle B=90^\circ$，即 $\angle B=90^\circ-\angle A$，所以上面的关系式又可以写成

$$\mathbf{\sin A=\cos(90^\circ-A)},$$

$$\mathbf{\cos A=\sin(90^\circ-A)}.$$

这就是说，**任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值**.

例 3 （1）已知 $\sin A=\frac{1}{2}$，且$\angle B=90°-\angle A$，求 $\cos B$；

（2）已知 $\sin 35°=0.5736$，求 $\cos 55°$；

（3）已知 $\cos 47°6'=0.6807$，求 $\sin 42°54'$.

解：（1）$\cos B=\cos(90°-A)=\sin A=\frac{1}{2}$；

（2）$\cos 55°=\cos(90°-35°)=\sin 35°=0.5736$；

（3）$\sin 42°54'=\sin(90°-47°6')$

$$=\cos 47°6'=0.6807.$$

练　习

1. 已知$\angle A$与$\angle B$都是锐角.

（1）把 $\cos(90°-A)$写成$\angle A$的正弦；

（2）把 $\sin(90°-B)$写成$\angle B$的余弦.

2. （1）已知 $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，且$\angle B=90°-\angle A$，求 $\sin B$；

（2）已知 $\sin 67°18'=0.9225$，求 $\cos 22°42'$；

（3）已知 $\cos 4°24'=0.9971$，求 $\sin 85°36'$.

3. 在$\triangle ABC$中，$\angle C$为直角，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为 a、b、c，先根据下列条件求出$\angle A$的正弦值和余弦值，然后说出$\angle B$的正弦值和余弦值：

（1）$a=2, b=1$；　　（2）$a=3, c=4$；

（3）$b=2, c=\sqrt{29}$；　　（4）$a=4\sqrt{5}, b=8$.