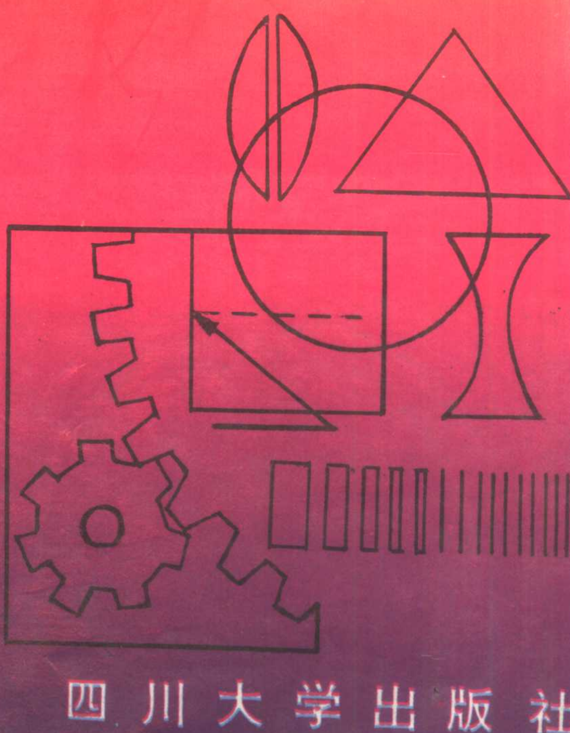
物理学指导与题解

曾远文　杨自觉　等编



四川大学出版社

高等学校理工科大专教学用书

物理学指导与题解

曾远文　杨自觉　等编

四 川 大 学 出 版 社
一九九三年·成都

(川)新登字 014 号
责任编辑:杨守智
封面设计:冯先洁
技术设计:杨守智

物理学指导与题解
曹远文　杨自觉　等编
四川大学出版社出版发行　　(四川大学校内)
四川省新华书店经销　　新都华兴印务有限公司印刷
787×1092mm 16 开本　23.75 印张　550 千字
1993 年 8 月第一版　　1993 年 8 月第 1 次印刷
印数:00001—10000 册
ISBN 7-5614-0835-8/O·84　　定价:12.00 元

编 者 的 话

高等学校理工科大专教学用书《物理学》(曾远文、杨自觉等编,四川大学出版社出版)自出版发行以来,很快被一些高等院校和有关单位选作大专物理教材,或基础物理学考试的主要参考书。为了配合该教材的使用和帮助各类读者更好地自学,我们又组织编写了《物理学指导与题解》,作为《物理学》的配套教学参考书。

《物理学指导与题解》与《物理学》的内容一致,包括力学(4 章)、机械振动与机械波(2 章)、分子物理学与热学(2 章);电磁学(8 章)、波动光学(3 章)、近代物理学(8 章)。书中每部分均分为:(1)基本内容;(2)思考题、例题、习题选解;(3)自测题。书末有自测题参考解答。这样编写的目的是使读者通过基本内容的引导,能总结物理概念和规律,使基本内容要求的知识系统化、条理化,以利于正确掌握物理学的基本原理,将书从"厚变薄";然后通过思考题、例题、习题选解的解答,使读者思路拓宽,学会知识的具体应用,掌握分析问题与解决问题的思路和方法,训练解决实际问题的能力,以求能掌握的知识由"薄变厚"。希望读者能从这个"厚—薄—厚"的过程中,学习读书方法,培养自学能力;最后通过自测题与参考解答,来自我检查学习的成绩。

编写本书时,充分考虑了理工科大专层次对物理知识的要求,注意掌握了内容深浅的"度"和知识拓展的"围",因而本书针对性强,具有较好的实用性与资料性。本书可与《物理学》配套使用,亦可作为理工科大专物理教学的参考书。对本科的物理教学亦有一定参考价值。

参加本书编写的有:曾远文、杨自觉、齐鸾亭、祁玉萍、罗思恩、文宗盛、陈铨祖、刘明镒、罗盛强、王生寿、毛果、刘智鑫、蒋瑞兴。这些同志是各类高等院校中多年从事物理教学工作的教师,均有较丰富的教学经验,可以认为本书是参编者教学经验的综合与结晶。全书由杨自觉、曾远文修改并定稿。

我们对支持和关心本书的编写和出版的所有同志和单位表示诚挚的感谢。由于编者水平有限,书中不足不妥之处难免,欢迎批评指正。

编　　者

一九九三年一月于四川大学物理系

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　质点运动学

运动学的任务是定量地描写物体运动。要定量描写物体的运动，必须要在所选取的参照系（一般约定，未指明参照系，则意味着是以地球作参照系）上建立一坐标系。物体（质点）在空间中的运动，就可用质点在坐标系中的位置以及坐标随时间变化的关系式来表示。这种表示质点运动规律的关系式，叫做运动方程。知道了运动方程，就能描写运动的情况。例如：由运动方程可以求得质点运动的轨迹；由运动方程对时间求导数就可求得质点的速度和加速度随时间变化的规律等等。反之，若知道了加速度（或速度）随时间变化的规律和运动的初始条件，则可用积分方法求得运动方程式。因此，运动学的主要任务，是寻求描写运动的运动方程式。

本章主要讨论质点在固定平面内的曲线运动（即平面曲线运动）。直线运动、圆周运动和抛体运动都看成是平面曲线运动的特例。

一、基本内容

1. 描写质点运动的四个基本物理量

(1)位置矢量(矢径)$\boldsymbol{r}$：是从坐标原点引向质点所在位置的矢量。它描写了某一时刻质点在空间中的位置。在国际单位制(SI 制)中，矢径的单位为米(m)。矢径随时间 t 的变化关系式

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \qquad (1—1)$$

叫做质点的运动方程，它表示了质点的运动规律。

(2)位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$：矢径在某一段时间内的增量。即

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \qquad (1—2)$$

位移矢量描写了在 $t\to t+\Delta t$ 时间间隔内质点位置变动的大小和方向。在 SI 制中，单位为米(m)。

(3)速度矢量 $\boldsymbol{v}$：是矢径 $\boldsymbol{r}(t)$ 对时间 t 的一阶导数。即

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \qquad (1—3)$$

速度 V 描写了质点运动的快慢和运动的方向，速度的方向就代表质点运动的方向。在 SI 制中，单位为米/秒($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)。

(4)加速度矢量 $\boldsymbol{a}$：是速度 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 的一阶导数(或矢径 $\boldsymbol{r}(t)$ 对时间 t 的二阶导数)，即

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \qquad (1—4)$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 描写了质点速度变化的快慢和方向，加速度的方向就是速度矢量变化的方向。质

点作曲线运动时，在某处的加速度的方向总是指向曲线的凹侧并与该处速度的方向成一定的夹角。只有当质点作直线运动时，加速度的方向才与速度（或运动）方向相同或相反。在 SI 制中，单位为米/秒²（$m \cdot s^{-2}$）。

$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$和 $\boldsymbol{a}$ 的物理意义虽然各自不同，但是都具有矢量性、瞬时性和相对性（简称为运动学量的“三性”）。所谓矢量性是指，它们都是矢量，有大小和方向，因此计算时必须按矢量的计算方法来处理，即要考虑量的大小，也要考虑量的方向；所谓瞬时性是指，这些矢量（一般说来）是时间 t 的函数，即矢量的大小和方向在不同的时刻一般是不同的；所谓相对性是指，参照系的选取不同或在同一参照系上建立的坐标系不同，表述出的量的大小和方向则不同。

（5）速度矢量在不同参照系中的变换关系式：若质点 P 在某瞬时，对 O 系的速度为 $\boldsymbol{v}_{P对O}$，O 系对 O' 系的速度为 $\boldsymbol{v}_{O对O'}$，则质点 P 对 O' 系的速度 $\boldsymbol{v}_{P对O'}$应为

$$\boldsymbol{v}_{P对O'}=\boldsymbol{v}_{P对O}+\boldsymbol{v}_{O对O'} \qquad (1-5)$$

称为速度合成定理。若已知该式中任意两上量，则可按矢量运算法则求出第三个量。

2. 直线运动

（1）运动方程、速度、加速度及其关系：质点在 OX 轴上运动时，运动方程为：

$$x=x(t) \qquad (1-6)$$

x 为质点在 OX 轴上的位置坐标，$x>0$ 表示质点在 X 轴的正方向位置。$x<0$ 表示质点在 x 轴的负方向们置。质点的 x 坐标对时间 t 的一阶导致为速度 v：

$$v=\frac{dx}{dt} \qquad (1-7)$$

v 的正负表示运动（或速度）方向，$v>0$ 表示质点沿 X 轴正方向运动，$v<0$ 表示质点沿 X 轴负方向运动。

v 对时间 t 的一阶导数或坐标 x 对时间 t 的二阶导数为加速度 a：

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (1-8)$$

a 的正负表示加速度的方向，$a>0$ 表示加速度方向沿 X 轴正方向，$a<0$ 表示加速度方向沿 X 轴负方向。当加速度 a 与速度 v 同号（即 $a>0$、$v>0$ 或 $a<0$、$v<0$）时，质点作加速直线运动；当 a 与 v 异号（即 $a>0$、$v<0$ 或 $a<0$、$v>0$）时，质点作减速直线运动。

由运动方程 $x=x(t)$求速度 v 或加速度 a，称为运动学第一类基本问题。求解此类问题可应用（1—7）和（1—8）式，用导数（或微分）方法即成。已知加速度 $a(t)$或速度 $v(t)$和运动初始条件（即 $t=0$ 时，质点在 X 轴上的位置坐标 x_0，速度 v_0）求运动方程，称为运动学第二类基本问题。求解此类问题应用积分法即成。即：

$$\int_{v_0}^{v} dv=\int_0^t a(t)dt \quad 得 \quad v(t)=v_0+\int_0^t a(t)dt \qquad (1-9)$$

$$\int_{x_0}^{x} dx=\int_0^t v(t)dt \quad 得 \quad x(t)=x_0+\int_0^t v(t)dt \qquad (1-10)$$

（1—7）与（1—8）称为运动学量微分关系，而（1—9）与（1—10）则称为运动学量的积分关系。

（2）匀变速直线运动：是加速度 $a=$恒量（即加速度的大小和方向都保持不变）的直线

运动。运动方程和速度公式由(1—9)和(1—10)式得出为：

$$\begin{cases} x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \\ v=v_0+at \end{cases} \tag{1—11}$$

式中除 t 以外的其他各量均为代数量，即可为正或负。在匀变速直线运动中，加速度的大小和方向与时间无关(为恒量)，但速度的方向在某一时间内可能与加速度的方向相同，而在另一时间内可能与加速度的方向相反。

(3)直线运动的几何图示：在 $x—t$ 图中，曲线上某一点(与 t 轴的某一时刻相对应)的切线斜率(即$\frac{dx}{dt}$)表示该时刻的运动速度。匀变速直线运动在 $x—t$ 图中一定是抛物线〔见(1—11)式〕

在 $v—t$ 图中，曲线上某一点(与 t 轴的某一时刻相对应)的切线斜率(即$\frac{dv}{dt}$)表示该时刻的加速度。匀变速直线运动在 $v—t$ 图中一定倾斜直线。在 $v—t$ 图中(见图 1—1)曲线与 t 轴区间〔t_1,t_3〕所围成面积的代数和，表示在 $t_1—t_2$ 这段时间内质点运动的位移，即

$$\begin{aligned}\Delta x &= x(t_3)-x(t_1) \\ &= \int_{t1}^{t2} v(t)dt+\int_{t2}^{t3} v(t)dt \\ &= S_1 \text{ 的面积} - S_2 \text{ 的面积}\end{aligned}$$

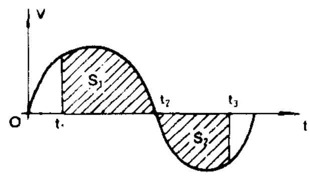


图 1—1

3. 平面曲线运动

质点在 OXY 平面直角坐标系中作曲线运动时，质点的矢径 r 可以用质点的两个坐标 x 和 y 来表示，所以运动方程可写为

$$r=x(t)i+y(t)j \tag{1—12}$$

或

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \end{cases} \tag{1—13}$$

式中 i 和 j 分别为沿 x 轴和 y 轴正方向的单位矢量，其值为 1。

由(1—12)式根据(1—3)和(1—4)式可得平面曲线运动的速度和加速度表示式：

$$v=\frac{dx}{dt}i+\frac{dy}{dt}j=v_xi+v_yj \tag{1—14}$$

式中 $v_x=\frac{dx}{dt}$，$v_y=\frac{dy}{dt}$ 是速度 v 在 X 轴和 Y 轴上的分量。根据矢量在坐标系中求大小和方向的方法，得速度的大小为：

$$v=\sqrt{v_x{}^2+v_{2y}}=\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2+(\frac{dy}{dt})^2}$$

速度的方向用 v 与 X 轴、Y 轴正方向之间的夹角 α、β(称为方向角)表示：即

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{v} \qquad \cos\beta=\frac{v_y}{v}$$

上式中 $\cos\alpha$、$\cos\beta$ 亦称方向余弦。

加速度
$$a=\frac{dv_x}{dt}i+\frac{dv_y}{dt}j=\frac{d^2x}{dt^2}i+\frac{d^2y}{dt^2}j \qquad (1—15)$$
式中$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}$；$a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt^2}$是$a$在$X$轴和$Y$轴上的分量。根据矢量的计算方法，得加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{(\frac{dv_x}{dt})^2+(\frac{dv_y}{dt})^2}=\sqrt{(\frac{d^2x}{dt^2})^2+(\frac{d^2y}{dt^2})^2}$$

加速度的方向亦用方向角或方向余弦表示。

由(1—13)式，消去两式中的t可得出平面曲线运动的轨迹方程

$$y=f(x) \qquad 或 x=f(y)。$$

由上述可知，质点的平面曲线运动可视为X轴和Y轴上的两个直线运动的合成运动。对其中的每一个直线运动的讨论同前。

如用平面自然坐标来研究，则其运动规律为：

$$S=S(t) \qquad v=\frac{ds}{dt}\tau^0 \qquad a=a_n n^0+a_\tau \tau^0=\frac{v^2}{\rho}n^0+\frac{dv}{dt}\tau^0$$

式中S是运动轨迹的弧长，n^0和τ^0是自然坐标系内法向和切向的单位矢量。$a_n=\frac{v^2}{\rho}$是a在法向上的分量，叫做法向加速度，ρ是曲线某点处(对应于某一瞬时t)的曲率半径；$a_\tau=\frac{dv}{dt}$是a在切向上的分量，叫做切向加速度。质点作匀速(率)圆周运动时，$\rho\equiv R$，$v=$恒量，$a_n=\frac{v^2}{R}$称为向心加速度，切向加速度$a_\tau=0$。质点作直线运动时，$\rho=\infty$，$a_n=0$，$a=a_\tau\frac{dv}{dt}$。

对于圆周运动，应用角坐标系的研究最为方便。在角坐标系中，圆周运动的规律为：

$$\theta=\theta(t), \quad \omega=\frac{d\theta}{dt}, \quad \beta=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

与
$$\omega=\omega_0+\int_0^t\beta(t)dt, \quad \theta=\theta_0+\int_0^t\omega(t)dt$$

对于圆周运动，自然坐标系中的线量(v、a_τ、a_n)与角坐标系中的角量(ω、β)有确定的关系，称为线量与角量的关系，即有：

$$v=r\cdot\omega, \quad a_\tau=r\cdot\beta, \quad a_n=r\cdot\omega^2$$

二、思考题　例题　习题选解

1. 时刻与时间有什么区别？

答　时刻t与运动质点在空间某确定位置相对应；时间间隔$\Delta t=t_2-t_1$，是两个时刻之间的间隔，它与运动质点在空间中的一段位移或一段路程相对应。在时间轴上，时刻与轴上的一点相对应，而时间间隔与轴上的一个区间t_2-t_1相对应。

如“第3秒初”表示时刻，“第3秒内”表示时间。

例如(1)“第3秒初”、“第2秒末”等表述的含义都相同，都表示$t=2s$。　(2)“第3秒内”表示第3秒末($t=3$)时刻与第2秒末($t=2$)时刻之间的间隔。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

2. 位移和位置矢量有何区别？

答 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 虽然都是矢量，但二者是两个不同的概念。位置矢量是在某一时刻，以坐标系的坐标原点为起点，以运动质点所在位置为终点的有向线段；而位移是在一段时间间隔内，从质点的起始位置引向质点的终止位置的有向线段。位置矢量描写的是，在某一时刻运动质点在空间中的位置；而位移描写的是，在某一时间间隔内运动质点位置变动的大小和方向。位置矢量与时刻相对应；位移与时间间隔相对应。在一般情况下，两者是不相同的。

3. 位移和路程有何区别？在什么情况下两者的量值相等？平均速度和平均速率有何区别？在什么情况下两者的量值相等？

答 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和路程 Δs 是两个不同的概念。路程是在某段时间内，质点所经路径（轨迹）的总长度，一般为曲线的弧长；而位移是在这段时间内，从起始位置引向终止位置的有向线段。路程是标量，只有大小，无方向；而位移是矢量，不仅有大小，而且有方向。只有在质点作直线直进运动时，位移的大小与路程的量值才相等（或当 $\Delta t\to 0$ 时，$|d\boldsymbol{r}|=ds$）。

平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 和平均速率 $\bar{v}$ 是两个不同的概念。平均速率是运动质点所经过的路程与完成这段路程所需时间的比值，即 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$；平均速度是运动质点的位移与完成这段位移所需时间的比值，$\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$。平均速率是标量，平均速度是矢量。只有当质点作直线直进运动时，平均速度的大小与平均速率的量值才相等。

4. 平均速度与瞬时速度有何区别和联系？速度和速率有何区别？

答 平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 和瞬时速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$，既有区别，又有联系。瞬时速度是当时间 $\Delta t\to 0$ 时的平均速度的极限。平均速度与一段时间间隔相联系。瞬时速度与某时刻相联系。平均速度只能粗略地描写质点的运动，而瞬时速度则精确地描写了质点的运动。

速度 $\boldsymbol{v}$ 和速率 v 是两个不同的概念。速率 $v=\dfrac{ds}{dt}$，描写质点运动的快慢，只有大小，无方向，是标量；而速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ 描写了质点运动的快慢和方向，不仅有大小，而且有方向，是矢量。因为当 $\Delta t\to 0$ 时，$d\boldsymbol{r}$ 的大小 $|d\boldsymbol{r}|$ 与 ds 相等，所以速度的大小与速率的量值也相等。一般说匀速圆周运动，匀速曲线运动，实际上都省略了一个“率”字，都是匀速率运动，由于它们运动的方向随时都在变化，所以都是变速运动。

5. 下列问题是否可能？举例说明。(1)一物体速度为零时，加速度不为零。(2)一物体的加速度的大小随时间增加，而速度的大小随时间减小。(3)一物体具有向西的加速度而同时具有向东的速度。(4)一物体的速度恒定，而速率在不断变化。(5)一物体具有恒定的加速度，但速度的大小和方向可以不断改变。

答 (1)可能。如自由落体刚开始下落的瞬间。 (2)可能。如加速度方向与速度方向相反的直线运动。 (3)可能。如物体向东作减速直线运动。 (4)不可能。 (5)可能。如平抛物体的运动。

6. 判断下列说法是否正确，举例说明。(1)若运动物体的速度大小不变，则加速度一定为零。(2)运动物体的加速度越大，则速度也一定越大。(3)匀加速运动一定是直线运动。

(4)圆周运动的加速度一定指向圆心。

答 (1)不正确。如匀速圆周运动。(2)不正确。如谐振子远离平衡位置的运动。(3)不正确。如斜下抛运动。(4)不正确 如变速圆周运动。

7. 回答下列问题：

(1)匀速圆周运动的速度和加速度是否都恒定不变？

(2)在图 1—2 所示的斜抛运动中，轨道上哪一点的物体法向加速度值最大？轨道上哪些点的物体切向加速度值最大？C 点的法向加速度和切向加速度的大小和方向如何？

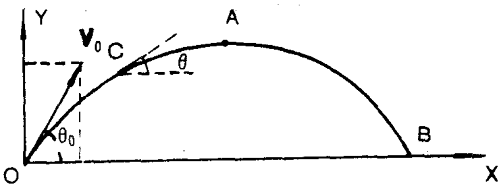


图 1－2

(3)在什么情况下会有切向加速度？在什么情况下会有法向加速度？

答 (1)在直角坐标系中，匀速圆周运动的速度和加速度都要改变。而在自然坐标系中，匀速圆周运动的速度与加速度却是恒定不变的。

(2)在图 1—2 所示的斜上抛运动中，轨道上的最高点 A 处，物体的法向加速度值为 $a_n=g$ 为最大。在抛出点 0 和落地点 B 处，物体的切向加速度值为 $|a_\tau|=g\sin\theta_0$ 为最大。在 C 点处，法向加速度值为 $a_n=g\cos\theta$，方向与该点的速度方向垂直，指向曲线的凹侧；切向加速度值为 $|a_\tau|=g\sin\theta$，向与该点的速度方向相反。

(3)当速度的大小变化时，就有切向加速度；当速度的方向变化时，就有法向加速度。在直线运动中，只有切向加速度，直线运动的加速度实际上就是切向加速度。凡是曲线运动都有法向加速度。在匀速曲线运动中，仅有法向加速度；在变速曲线运动中，不仅有法向加速度，而且有切向加速度。

8. 在图 1—2 所示的斜上抛运动中，$\frac{dv}{dt}$是否变化？$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$是否变化？在匀速圆周运动中，$\frac{dv}{dt}$是否变化？$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$是否变化？

答$\frac{dv}{dt}$表示加速度的切向分量，即 $a_\tau=\frac{dv}{dt}$；$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$表示质点运动的总的加速度矢量，即 $\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$。在图 1—2 所示的斜上抛运动中，$\frac{dv}{dt}$在不断变化，$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\boldsymbol{g}$ 保持不变。在匀速圆周运动中，$\frac{dv}{dt}\equiv 0$，不变化，$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n$ 为向心加速度，在不断变化。

9. 在曲线运动中，Δr 与 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 是否相同？Δv 与 $|\Delta \boldsymbol{v}|$ 是否相同？

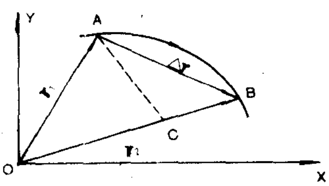


图 1－3

答 $\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|$ 表示两位置矢量的绝对值之差，而 $|\Delta \boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1$ 表示两位置矢量之差的绝对值。在一般情况下，Δr 与 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 并不相等。在图 1—3 中，设质点从 A 点运动到 B 点，则 $\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|=\overline{CB}$，$\Delta \boldsymbol{r}=|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|=\overline{AB}$长。二者并不相等。

$\Delta v=|\boldsymbol{v}_2|-|\boldsymbol{v}_1|$表示两速度矢量的绝对值之差，而$|\Delta \boldsymbol{v}|=|\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1|$表示两速度矢量之差的绝对值。在一般情况下，$\Delta v$ 与 $|\Delta \boldsymbol{v}|$不相等。

10. 一质点的运动方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$，计算质点的速度和加速度时，

(1)有人先求出 $r=\sqrt{x^2+y^2}$，然后根据 $v=\frac{dr}{dt}$，$a=\frac{d^2r}{dt^2}$，求得 v、a 的值。

(2)有人先计算 $v_x=\frac{dx}{dt}$，$v_y=\frac{dy}{dt}$，$a_x=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv_x}{dt}$，$a_y=\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{dv_y}{dt}$

然后合成求得 v、a 的值，即：

$$v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2},\qquad a=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}。$$

(3)又有人直接根据 $v=\frac{dy}{dx}$，$a=\frac{d^2y}{dt^2}\Big/\frac{d^2x}{dt^2}$ 求得 v、a 的值。

你认为哪种方法正确？方法不正确的错在哪里？

答 第二种方法正确。速度和加速度都是矢量，满足关系：

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\frac{d}{dt}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})=\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j}\right)=\frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j}$$

在上式求导中，因 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 是单位恒矢量，因此$\frac{d\boldsymbol{i}}{dt}=0$，$\frac{d\boldsymbol{j}}{dt}=0$。所以速度的大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$$

第一种方法只考虑了位置矢量的量值 r 随时间 t 的变化，而没有考虑位置矢量的方向变化，所以第一种方法是错误的。第三种方法则是由于物理概念不清而出现的错误。

11. 质点 A、B 同时运动，质点 A 的运动方程为 $x=t^2+1$，质点 B 的运动方程为 $y=t^2+1$，(SI 制单位)。(X 轴与 Y 轴垂直)问：(1)在同一时刻，两质点的速度，加速度是否相同？(2)在同一时刻，两质点的速率是否相同？(3)在相同的时间间隔内，两质点的位移、平均速度是否相同？

答 (1)在同一时刻，两质点的速度、加速度均不相同。因为它们的方向并不相同。(2)在同一时刻，两质点的速率相同。(3)在相同的时间间隔内，两质点的位移、平均速度均不相同。

12. 一质点在半径为 $R=2$(m)的圆周上运动，在 2(s)内转过半个圆周，求质点的位移的大小、路程、平均速度的大小、平均速率。

解 位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|=2R=4$(m)，路程 $\Delta s=\pi R=6.28$(m)，则

平均速度的大小 $|\boldsymbol{v}|=\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=2(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$

平均速率 $$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=3.14(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

13. 一人自坐标原点出发，经过 20(s)向东走了 25(m)，又经过 15(s)向北走了 20(m)，再经过 10(S)向西南方向走了 15(m)。求 (1)合位移的大小和方向；(2)整个过程中人的平均速度和平均速率。

解 (1)以人为研究对象，建立如图 1—4 所示的直角坐标系。合位移

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r}_{OC}&=\Delta \boldsymbol{r}_{OA}+\Delta \boldsymbol{r}_{AB}+\Delta \boldsymbol{r}_{BC}\\&=(x_A-x_O)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}+(x_C-x_B)\boldsymbol{i}+(y_C-y_B)\boldsymbol{j}\\&=25\boldsymbol{i}+20\boldsymbol{j}-15\cos45^\circ\boldsymbol{i}-15\sin45^\circ\boldsymbol{j}\\&=14.4\boldsymbol{i}+9.4\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

合位移的大小

$$|\Delta \boldsymbol{r}_{OC}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=\sqrt{(14.4)^2+(9.4)^2}=17.2(\mathrm{m})$$

合位移的方向

$$\theta=\mathrm{arctg}\,\frac{\Delta y}{\Delta x}=\mathrm{arctg}\,\frac{9.4}{14.4}=33.1^\circ$$

即方向与 X 轴正方向夹角为 33.1°

(2)平均速度：$\boldsymbol{v}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}_{OC}}{\Delta t}$

平均速度的大小 $$|\boldsymbol{v}|=|\frac{\Delta \boldsymbol{r}_{OC}|}{\Delta t}=\frac{17.2}{45}=0.38(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

平均速度的方向沿东偏北 33.1°

平均速率 $$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{25+20+15}{45}=1.33(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

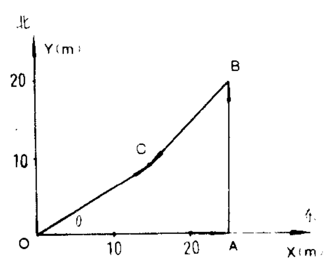


图 1—4

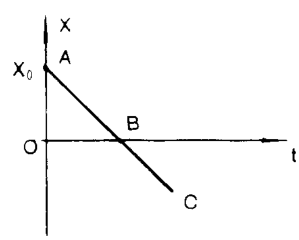


图 1—5

14. 说明下列各图线分别表示什么运动?

说明 图 1—5 中，直线段 ABC 表示从 x_0 点处开始计时的沿 x 负方向的匀速直线运动。

图 1—6 中，OA 段表示沿 X 正方向的匀速直线运动；AB 段表示沿 X 负方向的匀速直线运动。

常见错误：认为 $x—t$ 图中的斜直线表示的是匀加速(或匀减速)直线运动。

图 1—7 中，曲线 OA 表示沿 x 正方向的变速直线运动。

15. 一辆汽车沿着笔直的公路行驶，速度和时间的关系如图 1—8 中折线 $OABCDEF$

所示。

(1)说明各段图线分别表示什么运动？并求各段图线表示的汽车运动的加速度；

(2)根据图中折线和数据，求汽车在整个行驶过程中所经过的路程和位移。

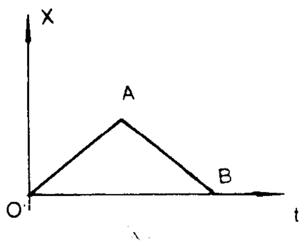


图 1—6

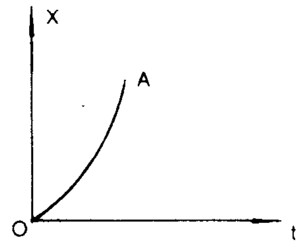


图 1—7

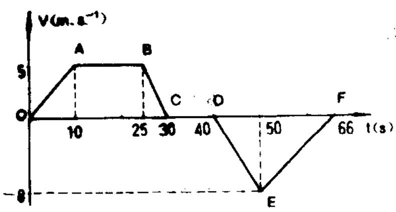


图 1—8

解 (1)$\overline{OA}$段：匀加速直线运动，$a_{OA}=\dfrac{5-0}{10-0}=0.5(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$

$\overline{AB}$段：匀速直线运动，

$$a_{AB}=0$$

$\overline{BC}$段：匀速直线运动，

$$a_{BC}=\frac{0-5}{30-25}=-1(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

$\overline{CD}$段：静止；

$\overline{DE}$段：反方向的匀加速直线运动：$a_{DE}=\dfrac{-8-0}{50-40}=-0.8(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$

$\overline{EF}$段：运动方向与$\overline{EF}$段表示的运动方向相同的匀减速直线运动；

$$a_{EF}=\frac{0-(-8)}{66-50}=0.5(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

(2)路程＝梯形 $OABCO$ 的面积＋三角形 $DEFD$ 的面积

$$=(\frac{1}{2}\times10\times5+15\times5+\frac{1}{2}\times5\times5)+(\frac{1}{2}\times10\times8+\frac{1}{2}\times16\times8)$$

$$=112.5+104=216.5(\mathrm{m})$$

位移＝梯形 $OABCO$ 的面积－三角形 $DEFD$ 的面积＝112.5－104＝8.5m)

常见错误：认为$\overline{DE}$段表示的是匀减速直线运动。应当注意，加速度 a 为负值并不一定是减速直线运动，a 为正值并不一定是加速直线运动。

16. 一质点在距离为 $L=6(\mathrm{m})$的 A、B 两点间来回运动，由 A 至 B 的速率为 $2(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$，由 B 返回 A 的速率是 $1(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$，求全程的平均速率。

解 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{L+L}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\dfrac{2L}{\dfrac{L}{v_1}+\dfrac{L}{v_2}}=\dfrac{12}{\dfrac{6}{2}+\dfrac{6}{1}}=1.3(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$

注意：如果按 $\bar{v}=\dfrac{v_1+v_2}{2}=1.5(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$计算是错误的，因为 $\bar{v}=\dfrac{v_1+v_2}{2}$只适用于匀变速直线运动和匀速直线运动。

17. 已知质点的运动方程为 $x=2+4t-2t^2$，SI 制单位。(1)求质点在第 2(s)初的坐标，速度和加速度；(2)求质点在第 3(s)内的位移；(3)质点作什么运动？

解 (1)因为 $v=\frac{dx}{dt}=4-4t$，$a=\frac{dv}{dt}=-4$，所以，第 2(s)初的坐标

$$x|_{t=1s}=2+4\times1-2\times1^2=4(\mathrm{m})$$

第 2(s)初的速度 $v|_{t=1s}=4-4\times1=0$

第 2(s)初的加速度 $a|_{t=1s}=-4(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$

负号表示加速度的方向沿 X 轴负方向。

(2)第 3(s)内的位移等于第 3(s)末的坐标与第 2(s)末的坐标之差

$$\Delta x=x_3-x_2=(2+4\times3-2\times3^2)-(2+4\times2-2\times2^2)=-6(\mathrm{m})$$

负号表示位移的方向沿 X 轴负方向。

(3)由 $v=4-4t$ 和 $a=-4$ 可知：当 $0<t<1\mathrm{s}$ 时，$v>0$、$a<0$，v 与 a 异号，质点从距坐标原点 2(m)的地方，以初速度为 $4(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$作匀减速直线运动；当 $t>1\mathrm{s}$ 时，$v<0$、$a<0$，v 与 a 同号，质点作匀加速直线运动；

18. 已知一质点的运动方程为 $x=8-2t-t^2$，SI 制单位。求：(1)质点第 2(s)末的速度；(2)任一时刻质点运动的切向加速度和法向加速度；(3)质点作什么运动？

解 (1)因为 $v=\frac{dx}{dt}=-2-2t$，所以 $v|_{t=2s}=-2-2\times2=-6(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$，负号表示速度的方向沿 X 轴负方向。

(2)因为运动方程 $x=8-2t-t^2$ 表示的是质点作直线运动，所以法向加速度 a_n 为零；切向加速度 $a_\tau=a\ \frac{dv}{dt}=-2(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$，负号表示加速度的方向沿 X 轴负方向。

(3)由 $v=-2-2t$ 和 $a=-2$ 知，不论 t 取何值，(当然 t 不能取负值)，都有 $v<0$、$a<0$，v 与 a 同号，因此质点的运动，是从距坐标原点 8(m)处，以 $-2(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$的初速度，沿 X 轴负方向作匀加速直线运动。

19. 已知一质点的运动方程为 $y=3t^2-2t^3$，SI 制单位。(1)求质点在任一时刻的速度和加速度；(2)质点作什么运动？

解 (1)由题条件知，属于运动学第一类基本问题，应用微分法可解。

任一时刻的速度 $v=\frac{dy}{dt}=6t-6t^2$

任一时刻的加速度 $a=\frac{dv}{dt}=6-12t$

(2)由 $v=6t-6t^2$ 和 $a=6-12t$ 知，$t=0$ 时，$v_0=0$，$a_0=6(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$ $t=1s$ 时，$v_1=0$，$a_1=-6(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$。

由此判知，质点在坐标原点从静止开始作变加速直线运动。

20. 已知一质点的运动方程为 $x=t^3-3t^2-2t+1$，SI 制单位。求：(1)质点在初始时刻的速度和加速度；(2)质点的加速度为零的时刻；(3)加速度为零时，质点的速度。

解 由题条件判知，属于运动学第一类基本问题，应用微分方法可解。

(1)因为 $v=\frac{dx}{dt}=3t^2-6t-2$，　$a=\frac{dv}{dt}=6t-6$

所以初始时刻的速度 $v|_{t=0}=-2(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com