

行星变速箱方案 选择理论与优化

万耀青 刘太来 著

国防工业出版社

行星变速箱方案选择理论与优化

万耀青 刘太来 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

行星变速箱方案选择理论与优化/万耀青, 刘太来著。
北京: 国防工业出版社, 1997. 4
ISBN 7-118-01221-1

I. 行… II. ①万… ②刘… III. 行星式变速装置-最佳化-方案选取 IV. TH132-46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 19172 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

开本 787×1092 1/16 印张 21 3/4 502 千字

1997 年 4 月第 1 版 1997 年 4 月北京第 1 次印刷

印数: 1—1000 册 定价: 34.40 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，国防科工委于1988年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是

1. 学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书；在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖，内容明确、具体、有突出创见，对国防科技发展具有较大推动作用的专著；密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的高科技内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的新技术、新工艺内容的科技图书。
4. 填补目前我国科学技术领域空白的薄弱学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展评审工作，职责是：负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下，国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版，随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

国防科技图书出版基金
评审委员会

2008.10.1

国防科技图书出版基金 第一届评审委员会组成人员

主任委员: 邓佑生

副主任委员: 金朱德 太史瑞

委员: 尤子平 朵英贤 刘琯德

(按姓氏笔画排列) 何庆芝 何国伟 张汝果

范学虹 金 兰 柯有安

侯 迂 高景德 莫梧生

曾 锋

秘书长: 刘琯德

前　　言

现代产品的研制和开发,设计是第一道工序。设计中的不足或失误,不可能或很难用后续的工序(制造、装配、试验)来弥补。而方案设计又是决定产品设计先进性的关键;方案不好,尽管用精确的设计分析、计算和精细的结构设计,也很难弥补方案不良所带来的缺陷。

多自由度行星变速箱(n_{xbx})方案设计的难点在于:(1)在给定设计要求的挡数和传动比后,一定自由度数可以有很多方案;(2)同样设计要求,可以选择不同自由度数来实现,哪种更好,必须分别去寻找,其工作量极大;(3)为了评价和决策方案,有众多评价指标,必须从全部可行方案中来优选;若仅仅提供少数几个可行方案,往往把好的方案遗漏,难以得到好的方案;(4)从产品的系列化要求,也必须提供多个方案比较、评选。可见,寻找行星变速箱方案的难度和工作量很大,如果没有一种严格的理论和方法作指导,是难以找到满足设计要求的好方案。这种理论即综合理论,把理论演变为寻找方案的具体方法,即综合法。

由于科研工作的需要和实践,我们从 60 年代初即开始研究这种综合理论,并取得了突破性的进展^[3](包括构件分析综合理论和线图综合法)^[5]。在 60 年代初,二轴式 n_{xbx} 方案的构件分析综合理论是本书第一作者首次提出,并在以后逐步形成独立理论体系。理论研究成果使寻找方案具有科学性和完整性,减少大量的盲目性,但仍有大量分析计算工作。随着计算机的高速发展和普及,已有条件用计算机进行辅助方案寻找和分析计算。作者从 70 年代末开始,把综合理论成果演变为计算机辅助方案设计程序,其中部分已达实用化^[4]。为要全部程序化,已无理论难点,仅是工作量问题。

原苏联学者在 40 年代末提出 2 自由度行星变速箱(2 xbx)线图综合法^[1],在 60 年代初提出用平面图表示和寻找 3 xbx 简图的方法,为 3 xbx 综合法打下良好基础^[2]。本书第二作者在 1955 年提出对 2 xbx 综合法的一些改进,从 1962 年起又研究和发展了 3 xbx 线图综合理论,提出了快全的方法,使线图综合法具体、实用,理论也更为系统、完善和丰富,从而能比较容易地推广去解决广泛的问题,并且实现了寻找方案的计算机化。

作者完成的上述研究内容,在理论和程序化方面具有独创性,在国际上还少见,并在全国性和国际会议上发表多篇论文。但作为 n_{xbx} 方案综合理论的完整体系,还需要在此基础上进一步发展,还有不少问题有待研究。

本书反映了作者已研究完成的核心内容,为了系统性起见,适当介绍行星传动的基本知识。第一篇第一、四、五章和第二篇由北京理工大学万耀青教授执笔,第一篇第二、三章和第三篇由北方车辆研究所刘太来教授执笔。全书内容均共同讨论,最后由万耀青教授统稿。本书出版前,曾请张启先教授和朱经昌教授审查,书中有关程序和方案校核以及编务,曾得到丁友、徐中玲、俞东雷、边仁国、徐向阳、王文清、陈鹏飞、宋乐文、陈其炯、李星原、陆宗南、孙黛、傅坤英等同志的合作和帮助,在此表示感谢。

尽管作者尽了最大努力,书中难免有不足之处,敬请读者批评指正。

万耀青 刘太来

1991 年 12 月于北京

内 容 简 介

本书系统地总结了作者研究的成果,介绍了多自由度行星变速箱方案综合理论领域的两种别具特色的理论,即构件分析综合理论和方法及线图综合理论和方法,为寻找方案奠定了理论基础。全书共分三篇,第一篇为方案总论,介绍了组成行星变速箱的基本机构类型,运动学和动力学特性,多自由度行星变速箱的组成类型,构件分析综合基本理论及行星变速箱方案评价。第二篇为构件分析综合法,介绍了实现两挡、3挡、4挡的2自由度构件分析综合法,和实现3挡、4挡、5挡、6挡、7挡、8挡的3自由度构件分析综合法。第三篇为线图综合法,介绍了2、3自由度线图综合法的理论,各类多传动比的3自由度行星变速箱快全线图综合法及几何矛盾判别的图论方法。全书并介绍了用电子计算机程序来寻找方案的原理和框图,有大量实例说明这些理论、方法和程序的应用及结果。

本书可供从事机械工程、车辆和飞机传动及其他地面固定设备行星变速箱的工程技术人员应用,也可供大专院校师生用作教材或参考书。

ISBN 7-118-01221-1/TH · 85

定价:34.40 元

目 录

主要符号表

第一篇 行星变速箱方案总论

第一章 组成行星变速箱的基本机构类型	4
一、基本机构类型及其运动学和动力学的一些关系	4
二、3构件行星机构的特性参数 A 与内传动比 i_i 的关系	6
三、基本行星机构的配齿条件	7
第二章 $nxbx$ 的运动学和动力学	16
一、 $nxbx$ 多排行星机构传动比普遍式	16
二、 $nxbx$ 行星机构的运动学	19
三、多排行星机构是 1 个杠杆系统	21
四、多排行星机构的组成和结构类型与传动比式的对应关系	24
五、从简图和传动比式来判别循环功率	28
六、多排行星机构传动效率的计算方法	31
七、多排行星机构的效率估算和判断	33
八、各种行星机构的传动比和效率计算问题	38
九、行星轮相对转速的计算	39
十、操纵件力矩的确定	40
第三章 $nxbx$ 的组成类型	43
一、 $2xbx$ 的组成类型	43
二、 $3xbx$ 的组成类型	43
三、 $4xbx$ 的组成类型	49
第四章 $nxbx$ 构件分析综合基本理论	53
一、 $nxbx$ 的构件特征和组成	53
二、 $nxbx$ 构件组合的排序约定	54
三、挡数、操纵件数和自由度数关系	55
四、简化 $nxbx$ 方案的途径	58
五、可以安放离合器的位置数分析	59
六、离合器闭锁行星排中不同构件的力矩分析	60
七、 $nxbx$ 方案连接的几何相容性判断	62
八、行星机构最佳内传动比 i_i 值分析	64
九、 $3xbx$ 构件组合的限制性条件	68
第五章 行星变速箱方案评价	72
一、方案紧凑性指标	72

二、内传动比 i 值的合理性	76
三、各档效率指标	78
四、行星轮的相对转速 n_x	78
五、方案中各构件的迂回程度和套轴层数次	79
六、离合器布置位置的合理性	79
七、操纵元件传递力矩的限制	79
八、操纵元件结合的有序化	79
九、方案的系列化和模块化要求	80

第二篇 n_{xbx} 构件分析综合法

第一章 2xbx 构件分析综合法	83
一、用 $2n_2p_2D_2z_{11}$ 实现 3 个挡	83
二、用 $2n_3p_2D_3z_{11}$ 实现 4 个挡	88
第二章 3 个挡的 3xbx 构件分析综合法	103
一、用 $3n_1p_1D_2z_{21}$ 实现 3 个挡	103
二、用 $3n_2p_2D_1z_{21}$ 实现 3 个挡	104
第三章 实现 4~5 个挡的 3xbx 构件分析综合法	113
一、用 $3n_2p_2D$ 实现 4~5 个挡	113
二、用 $3n_2p_1D_2z_{21}$ 实现 4 个挡	132
第四章 用 2p 实现 5~7 个挡的 3xbx 构件分析综合法	138
一、用 $3n_2p_2D_2z_{31}$ 实现 5~6 个挡	138
二、用 $3n_2p_2D_3z_{21}$ 实现 5 个挡	146
三、用 $3n_2p_1D_2z_{31}$ 实现 5 个挡	151
四、用 $3n_2p_2D$ 实现 5~7 个挡	154
五、用 $3n_2p_2D_3z_{41}$ 实现 7 个挡	163
六、关于 $p=2$ 的 3 xbx 构件分析法的几点分析	165
第五章 3n_3p_3xbx 构件分析综合法	167
一、用 $3n_3p_2D_2z_{21}$ 实现 6 个挡	167
二、用 $3n_3p_1D_3z_{21}$ 实现 6 个挡	182
三、用 $3n_3p_1D_2z_{31}$ 实现 6 个挡	194
第六章 求解 n_{xbx} 数学模型的方法	205
一、2 xbx 数学模型的求解方法	205
二、3 xbx 数学模型的特点和求解方法	207
三、用计算机辅助 xbx 方案设计程序 BGXSD 寻找方案的应用	207
第七章 构件分析法的扩展应用	212
一、引言	212
二、2 xbx 方案的基准结构分析综合法	212
三、3 xbx 方案的基准结构分析综合法	215
四、串联式 3 xbx 构件分析综合法	219
五、串联式 4 xbx 构件分析综合法	223
六、关于构件分析综合法特点的分析	228

第三篇 n_{xbx} 的线图综合法

第一章 2xbx 的线图综合法的理论和实例	231
一、DDNW 行星排的特性和单排减速器的设计	231
二、2 xbx 综合法的基本原理	232
三、2 xbx 的转速平面图	234
四、3 排 2 xbx 简图方案的设计	238
五、5 排 2 xbx 简图方案的设计	240
六、用 2 xbx 线图法设计换联式 3 xbx 方案	242
第二章 3xbx 线图综合法基本理论	247
一、3 xbx 转速平面图基本概念	247
二、行星排各构件和 i 值以及 n_x 的确定和研究	250
三、行星排行星轮相对转速 n_x 的分析	258
四、各操纵件力矩和转速的确定和研究	263
五、操纵件方案的必要条件和充分条件	272
六、3 xbx 线图方案的巧合值和多值线	276
七、操纵件方案的分组方式和排除重复	280
第三章 各类多传动比 3xbx 的快全线图综合法	282
一、概述	282
二、快全综合法的指导思想、方法和技巧	282
三、4 传动比的 3 xbx 问题	284
四、5 传动比的 3 xbx 问题	284
五、6 传动比的 3 xbx 问题	290
六、7 传动比的 3 xbx 问题	293
七、串联式、换联式和拆联式 3 xbx 问题	294
八、8 至 14 传动比的 3 xbx 问题	296
九、结语	297
十、附录(各 3 xbx 简图方案及主要参数表)	298
第四章 用电子计算机选择 n_{xbx} 的最佳方案	317
一、用电子计算机选择 p 排 2 xbx 和换、拆联式 3 xbx 最佳方案程序	317
二、用电子计算机实现多排 3 xbx 快全综合法程序	325
第五章 方案几何矛盾判别的图论方法	332
一、 n_{xbx} 连接类型和模型图组	332
二、几何矛盾判别理论	334
三、平面性判定算法	336
四、 n_{xbx} 方案几何矛盾上机判别举例	337
五、结论	338
参考文献	338

主要符号表

物理量符号

A	行星机构特性参数	\tilde{M}	考虑摩擦损失的力矩(凡符号顶上加有~号,表示考虑损失在内)
A_i	行星排 i 的特性参数, $i=1, 2, \dots, p$		
a	中心距	m	操纵件数
c	间隙系数	m	齿轮模数
D	动力构件数	n	转速
D_d	独立挡数	n	自由度数
D_h	函数挡数	n_j	行星架转速
D_k	实际可得挡数	n_i	太阳轮转速
D_n	理论挡数	n_q	内齿圈转速
D_s	实际可用挡数	n_{xr}	行星轮相对转速
d_{sq}	内齿圈齿顶圆直径	P	功率
d_{st}	太阳轮齿顶圆直径	p	行星排数
d_{sx}	行星轮齿顶圆直径	P_i	牵连功率
d_{axe}	外行星轮齿顶圆直径	P_r	相对功率
d_{axi}	内行星轮齿顶圆直径	P_x	循环功率
F	辅助构件数	X	行星轮个数
i	传动比	x	计算行星排效率的指数, $x=+1$ 或 $x=-1$
i_1, i_2 等	分别表示前进挡 1 挡、2 挡、3 挡等的传动比	x_e	外行星轮变位系数
i_{-1}, i_{-2} 等	分别表示倒退挡 1 挡、2 挡等的传动比	x_i	内行星轮变位系数
i_1	内传动比或转换传动比, 以 i_{11}, i_{12}, \dots 分别表示行星排 1、2、…的内传动比	x_q	内齿圈变位系数
J	基本构件数	Z	制动构件数或制动器数
L	离合器数	z	齿数
L'	在 xbx 内可能安放的离合器位置数	z_q	内齿圈齿数
M	不考虑摩擦损失的力矩	z_t	太阳轮齿数
		z_x	行星轮齿数
		z_{xe}	外行星轮齿数
		z_{xi}	内行星轮齿数

α_0	刀具压力角	σ_{ai}	内星轮齿顶高变动系数
α_{ei}	内外行星轮之间啮合角	σ_{aq}	内齿圈齿顶高变动系数
α_{qe}	齿圈与外星轮之间啮合角	σ_{at}	太阳轮齿顶高变动系数
α_{qx}	齿圈与行星轮之间啮合角	η	效率
α_{qx2}	齿圈与行星轮 2 之间啮合角	η_B	多行星排并联工作时的效率
α_{ti}	太阳轮与内星轮之间啮合角	η_C	多行星排串联工作时的效率
α_{tx}	太阳轮与行星轮之间啮合角	η_D	单行星排工作时的效率
α_{tx1}	太阳轮与行星轮 1 之间啮合角	η_W	非循环功率路的效率
σ_{ae}	外星轮齿顶高变动系数	η_X	循环功率路的效率

机构符号

b	被动构件或输出构件	SDN	双排单星内啮合行星机构
D	动力构件(简称动力件)	SDW	双排单星外啮合行星机构
DDNW	单排单星内外啮合行星机构	t	太阳轮
DSNW	单排双星内外啮合行星机构	wx	外行星轮
F	辅助构件	x	行星轮
f	前进	x_1, x_2	行星轮 1、2
j	行星架	xbx	行星变速箱
l	离合器	z	制动器或制动构件(简称制动件)
l_1, l_2 等	表示离合器 1、2、…	z_1, z_2, \dots	或 1、2、…均表示制动器 1、2、…
m	操纵件	2xbx	2 自由度行星变速箱
nx	内行星轮	3xbx	3 自由度行星变速箱
o	主动构件或输入构件	4xbx	4 自由度行星变速箱
p	行星排	nxbx	n 自由度行星变速箱
q	内齿圈或齿圈	α, β, γ	表示辅助构件 α, β, γ
r	倒退		
SDNW	双排单星内外啮合行星机构		

第一篇 行星变速箱方案总论

多自由度行星变速箱(以下简称 $nxbx$)已越来越广泛地应用在各种轮式和履带式车辆上以及航空和固定设备中,它可以作机械传动应用,亦易于和动液元件(如各种液力变矩器)及静液元件(如各种液压泵和液压马达)分别组成单流或双流的动液机械传动和静液机械传动,实现多种调速性能要求。

行星变速箱与定轴式变速箱比较,有如下优点:

- (1) 传动效率高。
- (2) 在传递同样功率条件下,齿轮啮合应力小,且传动轴基本不承受径向力,故齿轮和轴承工作条件较好^①,振动、噪声小,寿命长。尤其在高速、大功率装置上,这个优点更为显著。
- (3) 结构紧凑。可用较小尺寸实现较大传动比,由于整个传动基本不受径向力,不必设置大的支承轴承;可用较大直径的摩擦片作为换挡离合器和制动器。
- (4) 用液压操纵,回转油缸少,使结构简化,工作可靠。
- (5) 便于动力的合成和分解,故易于组成动液或静液的双流及多流液力机械传动,以及把变速和转向组成一个整体的综合传动。

众所周知,任何产品的研制或开发,设计是第一道工序,设计阶段考虑不周,不可能或难以用后续的制造来弥补。因此,设计的好坏,决定产品的命运。根据以往统计资料分析中得知,产品质量的差距首先是设计质量的差距。产品的质量事故,约有 50% 是设计不良造成的。产品成本约有 60%~70% 取决于设计。设计周期占产品研制总周期的 35%~47%。

任何产品的方案设计,又是整个产品设计的关键。方案不佳,即使用精密的设计计算和卓越的结构设计,也无法弥补产品设计的落后性。在市场竞争激化的今天,人们越来越意识到产品研制和开发,应向“人无我有,人有我新,人新我优”的设计思维去开拓。一个优质产品,首先方案应先进。因此,方案设计的重要性关系到产品的成败和企业的生存。

行星变速箱方案设计的复杂性在于:用多个行星机构组成要求挡数的 $nxbx$,其可能的方案数非常多。例如用两个基本行星机构、4 个操纵件组成 3 自由度行星变速箱($3xbx$),理论上可能方案数有 $36C_{10}^2 C_{10}^2 = 72\ 900$ 个;用 3 个基本行星机构、4 操纵件组成 $3xbx$,理论方案数达

$$C_{c_6}^3 C_{c_6}^2 \times 6^3 = 1\ 846\ 800 \text{ 个}$$

如何从数量浩繁的可能方案中尽快找到满足要求的好方案,确实是多年来的难题。 xbx 方案选择理论属于机构综合理论范畴,但这种理论与一般机构(例如多杆机构、组合

① 这里指一般支承轴承,不包括行星轮轴承。

机构等)综合理论有很大不同之处,从而形成专门的研究领域。

xbx 方案综合理论要解决三个主要问题:(1)如何以严格的科学方法,找出一切可行方案,淘汰一切不可行方案;(2)从众多可行方案中,根据性能指标和结构指标,尽快优选出好的方案;(3)在计算机高速发展的今天,应把这种理论和方法在计算机上实现,即解决计算机辅助 xbx 方案设计。

寻找 $2xbx$ 方案的作图综合法,在 40 年代即已提出^[1],已趋成熟。 $3xbx$ 方案的作图综合法的基本理论和方法首先于 60 年代初提出^[2],当时方法尚未具体化。在此基础上,作者开始了深入研究。

本书研究两种 xbx 方案综合理论:(1)由作者于 1962 年提出^[3]并在以后不断完善的构件分析综合理论,根据这种理论形成多自由度 xbx 的综合法,把寻找方案变成求解数学模型和计算过程,完全摒弃了作图法的方式,且易于在计算机上运行求解,实现了计算机辅助方案寻找的程序^[4],是我国首创;(2)由作者于 1962 年研究和发展的线图综合理论^[5],不仅使线图综合法具体化,由于又提出快速方法,使线图综合法真正实用化,理论更为系统和完善,从而能够比较容易地推广到解决广泛的问题,同时也实现了寻找方案的计算机化。两种综合理论的目的和要达到的结果是一致的,但在理论体系、方法和具体应用方面有不同特点。

第一章 组成行星变速箱的基本机构类型

一、基本机构类型及其运动学和动力学的一些关系

由于各种不同的用途要求,有多种基本行星机构类型。在 $nxbx$ 中,绝大部分采用 3 构件行星机构来组成 $nxbx$,少部分采用 4 构件或 5 构件行星机构。所谓 3 构件或 4 构件,是指这种行星机构为了实现输入、输出以及与其他行星机构可以相互联接的构件数。本书只研究由 3 构件行星机构组成 $nxbx$ 的方案选择理论。但这种理论进一步扩展,亦适用于由 4 构件行星机构组成的 $nxbx$ 。

在 $nxbx$ 中常用的 3 构件行星机构有 5 种类型,如图 1-1 所示。为便于介绍,分别用汉语拼音来区分 5 种机构。N—内啮合;W—外啮合;仅用单个行星轮(以 D 简称,表示单星)构成的行星机构,称单排,亦以 D 简称;用两个行星轮相互啮合构成的行星机构,称双星,以 S 简称;由行星轮块(双联齿轮)构成行星机构的,称双排,亦以 S 简称。这样,每种 3 构

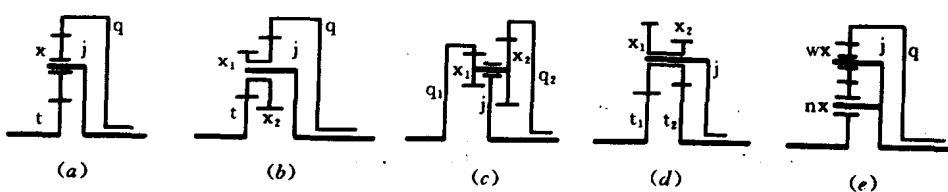


图 1-1 5 种 3 构件基本行星机构

件基本行星机构均可用3个或4个拼音字母表示；字母排列顺序为：排特征、行星轮特征和啮合特征。例如图1-1中分别有：(a)为单排单星内外啮合，以DDNW简称；(b)为双排单星内外啮合，以SDNW简称；(c)为双排单星内啮合，以SDN简称；(d)为双排单星外啮合，以SDW简称；(e)为单排双星内外啮合，以DSNW简称。应指出，行星机构中多用具有相同作用的若干个行星轮，使动力由几个行星轮同时传递。这里所述单星或双星是指行星轮本身相互啮合特征，并非指具有相同作用的行星轮个数。

行星机构中，各齿轮、构件名称及符号规定如下： t —太阳轮， q —齿圈， j —行星架（见图(a), (b), (e)）； t_1, t_2 —小、大太阳轮， q_1, q_2 —小、大齿圈（见图(c), (d)）； n_x, w_x —内行星轮、外行星轮（见图(e)）。

行星机构内传动比 i_i 是指把行星架固定所实现的传动比，此时行星机构具有一个自由度。定义由太阳轮（或 t_1 ，或 q_1 ）到齿圈（或 t_2 ，或 q_2 ）的运动学传动比称行星机构的内传动比或转换传动比 i_i 。以图1-1(a)为例，考虑旋转方向，有

$$\frac{n_t - n_j}{n_q - n_j} = -i_i \quad (1-1)$$

式中 n_t, n_q, n_j ——分别为 t, q, j 的转速。对图(e)则有

$$\frac{n_t - n_j}{n_q - n_j} = i_i. \quad (1-1')$$

i_i 的前面有负号者称负号机构，其运动学方程式为

$$n_t + i_i n_q - (1 + i_i) n_j = 0 \quad (1-2)$$

i_i 的前面为正号者称正号机构，运动学方程式为

$$n_t - i_i n_q + (i_i - 1) n_j = 0 \quad (1-3)$$

图1-1中，图(a)(b)为负号机构，图(c)(d)(e)为正号机构。式(1-2)、(1-3)中均已考虑了各构件旋转方向，故 i_i 本身均为正值。

由 i_i 的定义和转速与齿数关系可得

$$i_i = \left. \frac{n_t}{n_q} \right|_{n_j=0} = \frac{z_q}{z_t} \quad (1-4)$$

式中 z_q, z_t ——分别为齿圈（或 z_{q2} ，或 z_{t2} ）、太阳轮（或 z_{q1} ，或 z_{t1} ）的齿数。

实际正、负号机构均可用式(1-2)来表达，若为负号机构， i_i 取正值；若为正号机构， i_i 取负值。故由 i_i 的正或负即可判断机构的类型。当然亦可用式(1-3)来统一表达机构类型，由于绝大部分 $n_x b x$ 方案均采用DDNW(负号机构)组成，这是由于其工艺简单，效率高，结构最紧凑，有可能联成更多的 $n_x b x$ 方案^[6]，故在后面综合理论中，均以式(1-2)形式来分析，这并不丧失普遍性。对于DDNW机构，在 $x b x$ 中推荐 $i_i = 1.45 \sim 4.5$ ，超过此界限值，易于导致结构上的不合理。对于其他类型行星机构， i_i 值范围可稍大，因而可实现较大范围的传动比，这正是在必要情况下采用其他行星机构的主要原因之一。

如不考虑各种损失和惯性，根据2自由度系统的能量守恒定律，3构件行星机构有如下动力学平衡方程式：

$$\text{力矩平衡} \quad M_t + M_q + M_j = 0 \quad (1-5)$$

$$\text{功率平衡} \quad P_t + P_q + P_j = 0 \quad (1-6)$$

或

$$M_t n_t + M_q n_q + M_j n_j = 0 \quad (1-6')$$

由式(1-2)、(1-6),对负号机构有

$$M_t : M_q : M_j = 1 : i_i : -(1 + i_i) \quad (1-7)$$

即合力矩在行星架上,且力矩方向与其他两个构件的力矩方向异号。

由式(1-3)、(1-6),对正号机构有

$$\text{DSNW} \quad M_t : M_q : M_j = 1 : -i_i : (i_i - 1) \quad (1-8)$$

合力矩作用在齿圈上;

$$\text{SDW} \quad M_{t1} : M_{t2} : M_j = 1 : -i_i : (i_i - 1) \quad (1-9)$$

合力矩作用在大太阳轮上;

$$\text{SDN} \quad M_{q1} : M_{q2} : M_j = 1 : -i_i : (i_i - 1) \quad (1-10)$$

合力矩作用在大齿圈上。

由式(1-7)~式(1-10)可知,不论哪种行星机构,若已知其中任一构件所承受力矩,则其他两个构件的力矩均可立即由相应式求出。

最后可以看出,对于3构件行星机构,式(1-2)、(1-3)均为三项、线性、齐次方程式,且系数之和为零;由式(1-8)~式(1-10)可知,3个构件的力矩比例系数之和为零。

二、3构件行星机构的特性参数 A 与内传动比 i_i 的关系

在寻找 $nxbx$ 方案时,尽管行星机构类型可以选定,但事先并不知道3个构件中哪个构件应是太阳轮、齿圈或行星架,即构件属性未定。因此要研究用特性参数 A 来描述行星机构的一般运动学方程式。

设3个构件轴以1、2、3表示,这3个轴分别可与 t 、 q 或 j 来联接,则其一般运动学方程式为

$$n_1 + A_i n_2 - (1 + A_i) n_3 = 0 \quad (1-11)$$

式中 A_i ——代表正号或负号机构的特性参数。

由于任一构件轴可以是构件属性中任一种,如图1-2所示,对图(a)的构件轴与构件属性轮换3次,可得3种联接方式;对图(b)轮换3次,又可得3种联接方式,故式(1-11)实际表示了6种可能的构件轴与属性的联接方式。以负号机构为例,6种联接方式及 A 与 i_i 的关系如下:

(1) 1(t), 2(q), 3(j)

$$n_1 + i_i n_2 - (1 + i_i) n_3 = 0 \quad A_1 = i_i$$

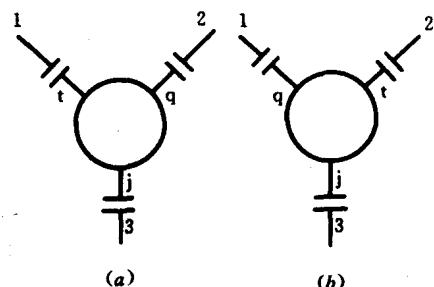
(1-12) 图 1-2 3构件行星机构的可能联接方式

(2) 1(q), 2(t), 3(j)

$$n_1 + \frac{1}{i_i} n_2 - \frac{1 + i_i}{i_i} n_3 = 0 \quad A_2 = \frac{1}{i_i} \quad (1-13)$$

(3) 1(j), 2(t), 3(q)

$$n_1 - \frac{1}{1 + i_i} n_2 - \frac{i_i}{1 + i_i} n_3 = 0 \quad A_3 = -\frac{1}{1 + i_i} \quad (1-14)$$



(4) 1(j), 2(q), 3(t)

$$n_1 - \frac{i_1}{1+i_1} n_2 - \frac{1}{1+i_1} n_3 = 0 \quad A_4 = -\frac{i_1}{1+i_1} \quad (1-15)$$

(5) 1(q), 2(j), 3(t)

$$n_1 - \frac{1+i_1}{i_1} n_2 + \frac{1}{i_1} n_3 = 0 \quad A_5 = -\frac{1+i_1}{i_1} \quad (1-16)$$

(6) 1(t), 2(j), 3(q)

$$n_1 - (1+i_1) n_2 + i_1 n_3 = 0 \quad A_6 = -(1+i_1) \quad (1-17)$$

6 种可能联接方案的 A_i 与 i_i 关系列于表 1-1。

有几点说明如下：

(1) 式(1-12)~式(1-17)的表达规定, 总是以构件轴 1(即方程的第一项)的系数为 1 来写出其他项系数, 这并不影响方案联接的普遍性, 因式(1-11)总具有线性、齐次、系数之和为零的特征;

(2) 表 1-1 中各行星机构均以 i_i 的绝对值列出, 以此 i_i 值代入式(1-2)或式(1-3)即分别表示负号机构或正号机构。

(3) 式(1-11)亦表示了 3 个构件轴的力矩关系, 即 $M_1 : M_2 : M_3 = 1 : A : -(1+A)$;

(4) 在寻找 n_{xbx} 方案时, 只要求得合理的 A 值, 立即可换算出 i_i 值, 从而可判断出行星机构的构件属性, 进而可连成 n_{xbx} 方案图, 求出各构件所受力矩和转速等一系列性能指标。

三、基本行星机构的配齿条件

由于有行星轮参加啮合, 各齿轮的齿数就不能任意选择, 除传动比条件外, 还应满足相邻条件、同心条件和装配条件, 这些通称为行星机构的配齿条件。

(一) 图 1-1(a)~(d) 的配齿条件

1. 相邻条件

各行星轮齿顶圆之间应有一定间隙, 以保证无干涉地正常运转; 即相邻两行星轮的齿顶圆半径 r_{ax} 之和应小于其中心距 L (图 1-3), 即

$$2r_{ax} < L$$

或

$$d_{ax} < 2\alpha \sin \frac{180^\circ}{X} \quad (1-18)$$

式中 d_{ax} —— 行星轮齿顶圆直径。

2. 同心条件

各对相互啮合齿轮的中心距应相等, 即各中心轮的轴线必须重合。以下仅分析行星轮均匀分布时的同心和装配条件; 行星轮对称而非均匀分布, 亦可以达到径向力抵消的目的, 其配齿条件见参考文献[7]。

(1) 不变位或高变位时

$$z_q - z_t = 2z_x \quad (1-19)$$

(2) 角变位时

对图 1-1(a), 有