

662

662
Z30

大学物理实验教程

周克省 赵新闻 胡照文 编著

中南大学出版社
2001·长沙

大学物理实验教程

周克省 赵新闻 胡照文 编著

☐责任编辑 谭 平

☐出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路 邮编:410083

发行科电话:0731-8876770 传真:0731-8829482

电子邮件:csucbs@public.cs.hn.cn

☐经 销 湖南省新华书店

☐印 装 中南工业大学出版社印刷厂

☐开 本 787×1092 1/16 ☐印张 21.25 ☐字数 539 千字

☐版 次 2001 年 月第 1 版 ☐2001 年 10 月第 2 次印刷

☐印 数 3101-5400

☐书 号 ISBN 7-81061-367-7/O·016

☐定 价 28.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换

内 容 提 要

本书内容符合《高等工科大学物理实验课程教学基本要求》。同时根据课委会《重点高等学校物理实验课程教学改革指南》中关于“加强基础、重视应用、开拓思维、培养能力、提高素质”的改革指导思想,对原有教材框架体系做了调整与改革,形成了有一定特色的新的物理实验教学体系。

全书共分九章。第一~五章为实验基础知识,包括误差(不确定度)与数据处理、基本实验方法、操作技术、常用物理量测量与基本仪器简介等。第六~八章为“前导实验”、“基本实验”(含扩展实验与设计)、“综合、设计、近代物理实验”三个层次,实验内容由浅入深。第九章为现代物理检测技术简介(阅读材料),以扩展知识面。

本书主要作为高等工科院校各专业及理科非物理专业的物理实验教材或参考书,也可供函大、电大、职大等作为物理实验教材使用。

前 言

根据《高等工科大学物理实验课程教学基本要求》及《重点高等学校物理实验课程教学改革指南》关于“加强基础、重视应用、开拓思维、培养能力、提高素质”的改革指导思想,为了适应新形势下的教学改革需要,我们对原有物理实验教学框架体系进行了调整,编成了此书。

全书共九章。第一~五章为实验基础知识,包括误差和不确定度、数据处理方法、基本实验方法与操作技术、常用物理量的测量以及常用基本仪器介绍等。由于按力、热、电、磁、光、近代物理的顺序开设实验在实际教学安排中(因仪器有限,轮换实验)是不可行的,我们将实验分为三个层次,由浅入深,符合认知规律。第六章为“前导实验”,由若干简单小型实验构成,不占学时,主要供中学实验基础较差的学生选做,目的是练习最基本的仪器的使用和简单的数据处理。第七章为“基本实验”,目的是让学生进行基本实验技能、基本测量方法和数据处理技巧的训练。同时每个基本实验还扩展了1个或多个内容相关的小型实验,以开拓学生的思路,并在已有基础上进行实验设计。扩展实验的编写格式与其他实验项目不同,只给出实验任务和必要的提示,有的给出仪器清单,由学生独立思考。第八章为“综合、设计、近代物理实验”,目的是培养学生综合实验能力与实验设计能力,增加知识深度。其中设计性实验较第七章扩展设计实验内容相对独立一些,有三个方面内容,即多种测量方案的设计实验、元器件特性研究实验和制作性实验。第九章为“现代物理检测技术简介”(阅读材料),目的是拓宽学生的知识面,为以后从事科学研究及进一步学习打下一定的基础。

以上三个层次的实验可分为两个学期开设,“前导实验”和“基本实验”放在第一学期开设,“综合、设计、近代物理实验”放在第二学期开设。实验室还可根据条件(尤其是科研条件)让部分学生选做“应用研究专题实验”(教材中未专门编出该实验项目),完成科研小论文或小产品制作,因材施教。前导实验、扩展实验和设计性实验宜采取开放教学方式。实验教学中引入现代化教学手段(如计算机仿真实验、录像、CCD、实物投影等)也是必要的。在课程完成后,教师可进行系统总结(包括实验方法和操作技术)。

本书共有40余个实验项目,另有20多个扩展实验。每个实验都留有思考题,供学生在实验中和实验后思考,以巩固所学知识。

参加本书编写工作的教师有:周克省编写第一~五章,第九章第一~六节,第七章中的实验三、七、十四,第八章中的实验一~三、六~八、十六、十八;赵新闻编写第六章,第七章中的实验二、五、十一~十三,第八章中的实验九、十、十七、十九、二十;赵华芬编写第七章中的实验四、六、八、十四,第八章中的实验四;胡照文编写第七章中的实验一、七、九,第八章中的实验五、十二~十四、二十一;肖迪红编写第八章中的实验十一、十五,第九章的第七节、第八节。全书由周克省负责、赵新闻协助统稿。

在编写此书过程中,我们参阅了本校曾使用过的教材、各兄弟院校教材及各种资料,在此谨致深深的谢意。

由于编者的水平有限,书中难免有不少错误和不妥之处,敬请读者批评指正。

编著者

2001年1月于长沙

目 录

绪 论	(1)
第一节 物理实验课程的地位、作用与任务	(1)
第二节 物理实验课程的基本程序	(1)
第三节 实验总则	(2)
第一章 误差 不确定度 数据处理	(4)
第一节 测量与误差	(4)
第二节 随机误差估算 仪器误差	(6)
第三节 有效数字及其运算	(11)
第四节 测量结果的标准误差评定	(14)
第五节 测量结果的不确定度评定	(21)
第六节 非等精度测量结果的综合评定	(27)
第七节 数据处理基本方法	(28)
第二章 基本实验方法	(37)
第一节 科学实验的形成、性质及作用	(37)
第二节 科学实验的基本类型	(38)
第三节 基本实验方法简介	(39)
第四节 测量仪器的选择与测量条件的确定	(44)
第五节 实验设计程序	(48)
第三章 基本实验操作技术与规则	(50)
第一节 科学仪器的作用	(50)
第二节 物理实验基本操作技术与系统误差的消减	(50)
第三节 物理实验操作规则	(54)
第四章 常用物理量测量简介	(56)
第一节 长度 质量 时间	(56)
第二节 电流 电压 电阻 磁感应强度	(57)
第三节 温度 压力 光学量	(60)
第四节 常用量测量技术、原理、仪器一览	(61)
第五章 物理实验常用基本仪器介绍	(71)
第一节 长度测量基本仪器	(71)

第二节	物理天平	(75)
第三节	时间、频率测量基本仪器	(77)
第四节	测温仪器	(78)
第五节	电源	(81)
第六节	电阻	(84)
第七节	直流电表	(86)
第八节	万用电表	(90)
第九节	信号发生器 示波器	(93)
第十节	常用光源 光探测器 测量望远镜	(94)
第六章	前导实验	(98)
实验一	固体密度的测量(游标卡、千分尺、天平的使用)	(98)
实验二	单摆测重力加速度(时间、长度测量)	(101)
实验三	限流分压电路连接(基本电学仪器的使用)	(103)
实验四	万用表测电流、电压、电阻	(104)
实验五	伏安法测电阻	(105)
实验六	望远镜调节与读数显微镜使用	(107)
第七章	基本实验	(110)
实验一	用气垫导轨研究物体的直线运动	(110)
	扩展实验与设计	(114)
	一、重力加速度测量	(114)
	二、碰撞的实验研究	(115)
实验二	用三线扭摆测量转动惯量	(115)
	扩展实验与设计	(119)
	一、验证平行轴定理	(119)
	二、转动惯量仪测转动惯量	(119)
实验三	光杠杆法测金属丝杨氏模量	(121)
	扩展实验与设计	(127)
	一、固体线膨胀系数测量装置设计	(127)
	二、用光杠杆和弹簧测固体密度	(127)
实验四	惠斯登电桥测电阻	(128)
	扩展实验与设计	(133)
	一、用自组及箱式开尔文电桥测金属棒电阻率	(133)
	二、导体电阻温度系数测量	(136)
	三、用伏安法和四端子法测低电阻	(137)
	四、利用半导体热敏电阻测量温度	(137)
实验五	电位差计原理与使用	(138)
	扩展实验与设计	(142)
	一、电位差计测电阻	(142)

	二、电位差计校正电流表	(143)
	三、自组电位差计测干电池的电动势	(143)
	四、自组补偿电路测电阻	(143)
实验六	示波器的原理与使用	(144)
	扩展实验与设计	(149)
	一、用示波器观察磁滞回线	(149)
	二、用示波器测量 RLC 电路振荡频率	(150)
实验七	模拟法测静电场	(156)
实验八	灵敏电流计研究	(160)
	扩展实验与设计	(164)
	用灵敏电流计测量高阻	(164)
实验九	用冲击电流计测磁场	(165)
	扩展实验与设计	(170)
	一、冲击电流计测电容	(170)
	二、冲击电流计测高电阻	(171)
实验十	牛顿环实验	(171)
	扩展实验与设计	(174)
	一、劈尖干涉测微小长度	(174)
	二、用劈尖干涉测透明液体折射率	(174)
实验十一	分光计的调整与钠黄光波长的测定	(175)
	扩展实验与设计	(182)
	一、三棱镜折射率的测量	(182)
	二、液体折射率的测量	(182)
实验十二	偏振光的研究	(183)
	扩展实验与设计	(190)
	一、玻璃折射率的测量	(190)
	二、偏振片透射率的测量	(190)
实验十三	薄透镜成像规律研究及焦距的测量	(190)
	扩展实验与设计	(195)
	望远镜与显微镜组装	(195)
实验十四	拉脱法测量液体表面张力系数	(196)
	扩展实验与设计	(201)
	毛细管升高法测水的表面张力系数	(201)
第八章	综合、设计、近代物理实验	(203)
实验一	利用霍耳效应测磁场	(204)
实验二	空气中声速的测量	(209)
	扩展实验与设计	(214)
	一、用驻波法测电动音叉振动频率	(214)
	二、液体中超声声速的测量	(215)

实验三	悬丝耦合共振法测金属杨氏模量	(216)
实验四	不良导体导热系数的测量	(218)
	扩展实验与设计	(221)
	良导体导热系数的测定	(221)
实验五	真空的获得与测量	(222)
实验六	用交流电桥测固体介电常数	(228)
实验七	常温下等径弯曲金属丝(电炉丝)电阻率的测量设计	(231)
实验八	弹簧有效质量的测量设计	(232)
实验九	电表改装设计	(233)
实验十	万用表制作设计	(234)
实验十一	硅光电池特性研究设计	(236)
实验十二	非线性电阻伏安特性的研究设计	(238)
实验十三	光栅分辨本领的研究设计	(238)
实验十四	RC 串联电路暂态过程的研究设计	(239)
实验十五	全息照相	(241)
实验十六	迈克尔逊干涉仪	(245)
	扩展实验与设计	(250)
	一、用迈克尔逊干涉仪测玻璃薄片的厚度	(250)
	二、空气折射率的测量	(251)
实验十七	电子电荷的测定——密立根油滴实验	(251)
实验十八	用光电效应测量普朗克常数	(257)
实验十九	夫兰克——赫兹实验	(261)
实验二十	金属逸出功的测量	(265)
实验二十一	里德伯常数的测定	(270)
第九章	现代物理检测技术简介	(273)
第一节	X 射线分析技术	(273)
第二节	电子显微分析技术	(281)
第三节	核磁共振技术	(288)
第四节	电子顺磁共振技术	(291)
第五节	穆斯堡尔技术	(293)
第六节	正电子湮没技术	(298)
第七节	无损检测	(303)
第八节	微弱信号的检测	(310)
附录一	中华人民共和国法定计量单位	(317)
附录二	常用物理数据表	(319)
附录三	物理实验大事年表	(324)
参考文献		(329)

绪 论

第一节 物理实验课程的地位、作用与任务

科学的理论来源于科学的实验并受到实验的检验,当然实验也离不开理论的指导。

物理学在本质上是一门实验学科。物理规律的发现和物理理论的建立都必须以物理实验为基础,物理学中的每一项突破都与实验密切相关。科学技术的进步离不开物理学理论和实验。作为科技工作者,物理知识和实验技能的掌握必不可少。

物理实验是大学生进校后首先接触到的实践性教学环节,也是对高等院校学生进行系统的科学实验方法和技能训练的重要必修课。它是从事科学实验的起步,对学生毕业后从事科学研究和工程实践必将产生深远的影响,同时也是后续专业课的基础。通过该课程的学习,不仅要培养实验操作能力,更主要的是培养创造性思维能力。

本课程的具体任务是:

1. 通过对实验现象的观察、分析和实验测量,学习运用理论指导实验、分析解决实际问题的方法,加深对物理学原理的理解。

2. 培养学生从事科学实验的初步能力。其中包括:

(1)通过具体实验,学习实验的基本方法和一定的操作技能;

(2)通过阅读教材和资料,做好实验前准备,能概括出实验原理和设计要点;

(3)学会正确使用常用仪器;

(4)运用理论对实验现象作出初步分析和判断;

(5)正确记录和处理实验数据,分析实验结果,撰写实验报告;

(6)能完成简单设计性实验;

(7)从具体实验中,体会每个实验的基本设计思想、实验手段和实验方法。

3. 培养学生实事求是的科学态度、良好的实验习惯、严谨踏实的工作作风、主动研究的创新与探索精神、爱护公物的优良品德。

第二节 物理实验课程的基本程序

物理实验的教学方式以实践训练为主。学生应在教师指导下,充分发挥主观能动性,加强实践能力的训练。物理实验通常分为下列三个环节进行。

一、实验预习

学生在课前要仔细阅读教材或有关资料,弄清实验目的、原理、方法、仪器、实验条件、内容步骤、实验关键及注意事项。根据实验任务画好数据记录表格,做好预习报告。做设计性实验前要查阅有关资料,写出实验设计方案。预习的好坏是能否做好实验并取得主动的关键。

实验开始前由教师检查预习报告并提问。对于无预习报告或准备不够的学生,教师可以

停止其本次实验。

二、实验操作

学生进入实验室要遵守实验室规则。首先要认识和熟悉实验器材,全面思考一下实验的操作程序,做到胸有成竹,不可盲目动手。因为对某些关键步骤,稍不注意,可能全部实验前功尽弃。

仪器布置要井井有条,安全操作。注意细心观察实验现象,认真钻研分析实验中的问题。不要期望实验会一帆风顺,遇到问题要冷静对待,视为学习良机。实验的重点应放在能力培养上,而不是测几个数据了事。仪器调节要细致,不可急躁。测量数据要力求准确。要爱护仪器,由于不遵守实验规则造成损坏的要予以赔偿。仪器发生故障或有疑问时,可相互讨论或询问教师。

要认真作好实验记录,不可弄虚作假,不可拼凑和抄袭别人的数据。测量的原始数据要用钢笔或圆珠笔整齐地记录在原始数据表格中。不得用铅笔记录,给自己留有涂改的余地。确系记错了也不要涂改,应轻轻划上一道并在旁边写上正确值,使正误数据清晰可辨,不要先草记在另外的纸上再填写在表格中,这样易出错,此时也不是“原始”记录了。

实验完毕后,暂不要破坏测试条件。数据须经教师签阅,发现错误要重新测量。整理还原仪器后方可离开实验室。总之,要通过实验培养良好的工作作风与习惯。

三、实验总结

实验总结要通过实验报告体现。实验报告的撰写,要求简洁明了、工整规范、文字通顺、记载清楚、数据齐全、图表正确美观、结论明确、分析全面,数据处理包括计算、作图、误差分析。计算要有计算式,代入数据要有根据。实验报告的书写质量反映出学生报告实验成果的能力。

实验报告要用统一印刷的报告纸来书写,包括以下内容:

实验名称。

实验目的。

实验原理:简要叙述有关原理,包括电路图、光路图或实验装置示意图,理论依据、主要公式及简要推导过程。

实验记录:实验测得的原始数据要用表格形式列出,正确表示有效位数和单位。还要列出主要仪器型号、规格、名称、精度等。

数据处理:对测量数据进行计算或作图,并进行误差或不确定度评定,计算要写出主要计算内容,写出实验结果并作出完整的数据处理表格。

分析讨论:包括实验现象分析;关键问题的研究体会;实验误差的主要来源;对实验仪器选择和实验方法改进的建议;实验异常现象的解释;回答实验思考题等等。

实验报告是学生实验考核的主要依据,必须严肃对待,认真完成。

第三节 实验总则

1. 进入实验室前要交预习报告,经教师检查和提问后方可进行实验,做到胸中有数,并画好数据记录表格。

2. 实验前要清点器材,如发现缺少或破损,应报告教师更换或补领,不得随便拿别的位置

的器材。

3. 实验时保持安静,集中思想,细心操作,仔细观察和测量,及时且如实记录,积极思考。
4. 使用电源时,须经教师检查线路后方可通电。
5. 爱护财物,小心使用仪器,不要擅自搬弄,玻璃器具和光学元件在使用时尤其注意不要摔坏。严格按说明书操作,如有损坏照章赔偿。发现仪器有故障应立即报告教师。
6. 不得臆造数据和抄袭别人的实验报告。
7. 原始实验数据要经教师签字。做完实验将仪器整理还原,桌凳收拾整齐并清扫好地面。实验室一切物品不得带离实验室,否则按制度处罚。
8. 实验报告在实验后一周内由课代表收齐交实验室。

第一章 误差 不确定度 数据处理

第一节 测量与误差

一、测量的一般概念

(一) 什么叫测量

在进行科学实验时,不但要获取定性的信息,而且要获取定量的信息,以便更深入地认识和发现自然规律。无论是定性分析还是定量研究都离不开量的测量。

所谓量就是现象、物体或物质可区别和确定的属性。如长度、时间、质量、温度、电阻等。测量就是确定被测对象量值的全部操作。量值就是被测定量的大小或数值,一般由一个数乘以测量单位来表示。如 5.34 m, 15 kg, 10 s 等。

(二) 测量分类

测量一般分为直接测量和间接测量两类。凡是从量具或仪表上直接读取待测量数值的测量叫直接测量。例如用米尺测长度、天平称质量、电表测电流电压等等。通过函数关系由直接测量结果计算待测量的测量叫间接测量。例如测均匀球体的密度 ρ 可通过测球的质量 m 和直径 D 由公式 $\rho = \frac{6m}{\pi D^3}$ 计算得到。 ρ 就是间接测量量, m, D 是直接测量量。

按照测量条件的不同,又可将测量分为等精度与非等精度测量。在相同条件下(如方法、仪器、环境、实验者等)对同一物理量进行多次测量的过程叫等精度测量。在不同条件下(只要有一个测量条件变化)对同一物理量进行测量的过程叫非等精度测量。

二、误差

(一) 真值、误差

在一定条件下,被测量所具有的客观真实的数值称为真值。真值是一个理想概念,只有通过完善的测量才有可能得到。由于任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力都不可能做到绝对完善,人们只能获得与真值有一定差别的测量结果(即测量所得到的赋予被测量的值)。测量结果与真值之间总存在差异。

误差就是测量结果与真值之差。测量总是有误差的。误差自始至终存在于一切科学实验和测量过程之中,其大小反映测量结果的准确程度。

(二) 误差的表示

测量误差既可用绝对误差也可用相对误差来表示。

$$\text{绝对误差} = \text{测量结果} - \text{真值}$$

$$\text{即} \quad \Delta x = x - x_0$$

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\%$$

即

$$E = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%$$

相对误差有时更能反映测量的准确程度。例如测量两个物体长度,一个是 10.0 mm,另一个是 1000.0 mm,若绝对误差都是 0.1 mm,而相对误差却分别为 1% 和 0.001%。显然后者的测量准确程度要大得多。

三、误差的来源与分类

按误差的来源及性质可将其分为三类即系统误差、随机误差和过失误差(或粗大误差)。

(一) 系统误差

在相同条件下对同一量多次测量过程中保持恒定或以某种确定的规律变化的测量误差的分量叫系统误差。其特点是测量结果与真值之间发生固定偏离,不服从统计性规律,不能靠增加测量次数来减少误差。其产生原因大致分为以下几种。

1. 仪器原因:由于量具、仪器本身缺陷或调整使用不当而达不到应有的准确程度而造成误差。例如仪器零点未校准、刻度不准、偏心、灵敏度低;天平砝码缺损;计时工具总是快或慢;等等。因而造成测量结果相对于真值的固定偏离。这种误差要通过修理仪器提高仪器准确度来消减。

2. 方法原因:由于实验方法不完善包括实验所依据的理论公式的近似性或者实验条件达不到理论公式所规定的要求而造成误差。例如用单摆测重力加速度的理论依据是 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, 该式成立条件要求摆角很小($< 5^\circ$)、忽略空气阻力和浮力。实际中难达到此要求而且摆线有质量。又如用伏安法测电阻,因电压表内阻不可能无穷大,电流表内阻不可能为零,若用公式 $R = U/I$ 计算测量结果,必然出现误差。

3. 个人原因:由于实验者当时生理(如感官)、心理状况或者个人不良习惯而造成误差。例如用秒表计时,有的人总操之过急,计时短;有的人总反应迟钝,计时长。有的人看仪表时头总偏向一方。

4. 环境原因:由于外界环境因素变化(如温度、湿度变化等)或测量仪器规定的使用条件没有满足而造成误差。例如规定水平放置的电表,如果竖直放置读数则引起误差;在 30°C 时使用 20°C 时标定的标准电池;测磁场时受地磁场的影响等等。

系统误差产生的原因和规律不一定都能被实验者掌握。凡能被确定大小和符号的系统误差称为可定系统误差,它一般是可以消除和修正的。例如千分尺的零点修正值就是该类误差。对于大小和符号不能确定的系统误差称为未定系统误差,这样的误差一般难以修正,只能估计出极限范围。

发现、消减、修正系统误差是一项艰巨而又重要的任务,也是实验者实验技能的重要体现。实验者需要对实验所依据的原理、方法、步骤、仪器等仔细分析。实验前要尽可能采取减少系统误差的措施,实验后尽可能对系统误差进行修正,以期得到正确的实验结果。

(二) 随机误差(偶然误差)

在相同条件下对同一物理量的多次测量过程中,大小与符号以不可预知的方式变化着的测量误差分量叫随机误差。其特点是不可预知、时大时小、可正可负、服从统计性规律,可用增加测量次数的方法减少误差。

随机误差主要是由测量过程中一系列随机因素或不可预知的无规则变化因素引起的。例

如,环境因素如温度、湿度、气压、照度的微小波动,气流扰动,外界电磁场干扰;观测者判断和读数上的偶然起伏;仪器配件不稳定性、示值变动性、各次调整操作上的变动性等等。

(三) 过失误差(粗大误差)

由于实验者方法不正确、粗心、操作不当、读错记错,使测量结果明显被歪曲。这样的误差称过失误差。含有过失误差的测量结果是无效的。过失误差往往表现为误差绝对值很大。只要实验者严肃认真、一丝不苟,过失误差是可以避免的。

(四) 精密度、准确度、精确度

在定性评价测量结果时,常用到精密度、准确度、精确度三个术语。

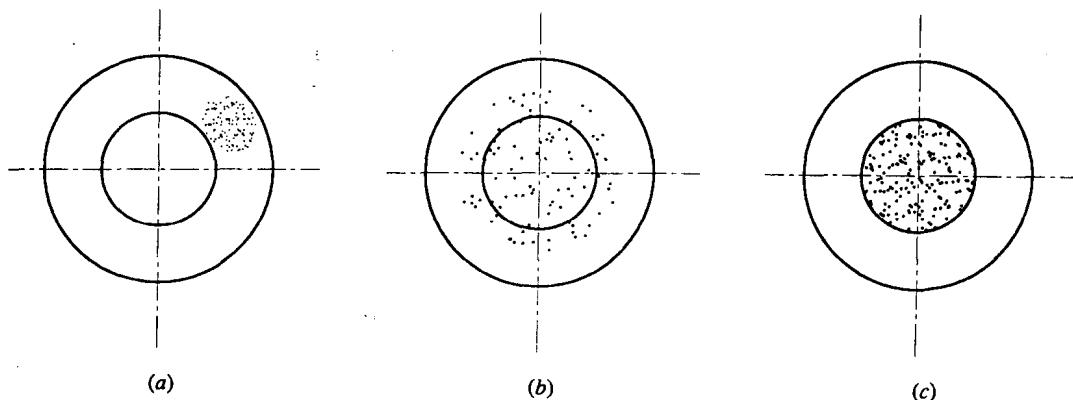


图 1-1-1 精密度、准确度、精确度

精密度表征随机误差的大小。准确度表征系统误差大小。精确度表征随机误差和系统误差的综合评定。这三个术语可以用打靶弹着点的分布来形象地理解。图 1-1(a) 的弹着点明显偏离靶心,说明准确度低、系统误差大。但弹着点集中,说明精密度高,随机误差小。图 1-1(b) 则相反,弹着点分散,精密度低,随机误差大。但固定偏差小,准确度高,系统误差小。图 1-1(c),弹着点既集中,又无固定偏差,两类误差均较小,即精确度高(既精密又准确)。

通常所说的“精度”一词是一种泛指,并无严格定义,要看实际情况而定。但很多情况下“精度”指最小分度值,如游标卡尺最小分度值为 0.02 mm,0.05 mm,就说其精度为 0.02 mm,0.05 mm。千分尺最小分度为 0.01 mm,就说其精度为 0.01 mm。

随机误差和系统误差常常同时存在,实验测量中有时难准确判断某些误差的类型。随着测量技术的提高,人们对环境条件中某些偶然性因素如果能预知其规律的话,这种误差有可能得到控制,于是这种随机误差又可视为系统误差了。

第二节 随机误差估算 仪器误差

一、随机误差的统计规律

为了使问题简化,我们仅讨论在系统误差已减少到可忽略不计时的随机误差的统计分布规律。对某待测量 x 进行 n 次相同条件下的重复测量时,由于随机误差的存在,测量结果 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 一般不同,各次测量误差为

$$\Delta x_i = x_i - x_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n, \quad x_0 \text{ 为真值}) \quad (1-2-1)$$

从某次测量来看, Δx_i 大小正负是偶然的。当测量次数足够多时会出现某种规律性。大量事实证明, 在大量微小的、独立的、随机因素影响下, 随机误差 Δx_i 服从正态分布如图 1-2-1 所示, 其中 $f(\Delta x)$ 称概率密度函数。图中阴影面积表示误差 Δx 落在区间 (a, b) 的概率为

$$P(a < \Delta x < b) = \int_a^b f(\Delta x) d(\Delta x) \quad (1-2-2)$$

误差落在 $(-\infty, +\infty)$ 内的概率必为百分之百, 所以图 1-2-1 中曲线以下的面积恒为 1 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x) d(\Delta x) = 1 \quad (1-2-3)$$

由统计理论, 正态分布的概率密度函数为

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2-4)$$

其中 σ 称为标准误差, σ 大小取决于具体测量条件。对正态分布, 误差 Δx 落在区间 (a, b) 概率为(按(1-2-2)式):

$$P(a < \Delta x < b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_a^b e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} d(\Delta x) \quad (1-2-5)$$

从图 1-2-1 可知, 随机误差具有下述性质:

1. 单峰性。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。
2. 对称性。大小相等的正负误差出现的概率相同。
3. 有界性。非常大的正负误差出现的概率趋于零。
4. 抵偿性。当测量次数非常多时, 正负误差代数和趋于零。

由概率密度函数 $f(\Delta x)$, 得到随机误差落在区间 $(-k\sigma, +k\sigma)$ (称为置信区间, k 称置信系数或包含因子) 的概率(称置信概率或置信度)为:

$$P = \int_{-k\sigma}^{k\sigma} f(\Delta x) d(\Delta x) \quad (1-2-6)$$

由上式可计算出置信区间 $(-\sigma, +\sigma)$, $(-2\sigma, +2\sigma)$, $(-3\sigma, +3\sigma)$, $(-1.645\sigma, +1.645\sigma)$, $(-1.960\sigma, +1.960\sigma)$, $(-2.576\sigma, +2.576\sigma)$ 的置信概率分别为 $P_1 = 68.3\%$ 、 $P_2 = 95.45\%$ 、 $P_3 = 99.7\%$ 、 $P_4 = 90\%$ 、 $P_5 = 95\%$ 、 $P_6 = 99\%$ 对于一般有限次测量, 误差超出 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 区间几乎不可能, 因此常称 $\pm 3\sigma$ 为极限误差。

正态分布曲线峰值 $f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ 。 σ 是曲线由向下变为向上的拐点。拐点坐标 $\Delta x = \pm \sigma$, 若 σ 小, $f(0)$ 大, 曲线中部上升, 变得尖锐, 表示测量离散性小, 精密度高。相反 σ 大, 曲线平坦, 误差分布广, 测量离散性大, 精密度低(如图 1-2-2 所示)。

二、随机误差的估算

1. 测量平均值

在同一条件下进行多次无明显系统误差的测量得到一组测量值 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 称为测量

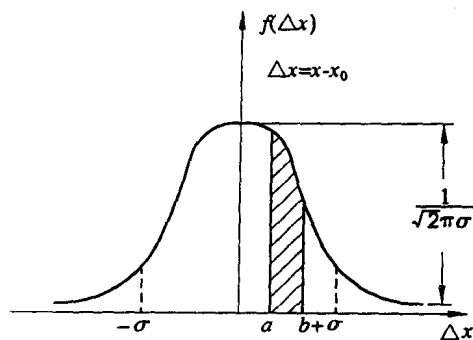


图 1-2-1

列。其平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2-7)$$

由于 $\Delta x_i = x_i - x_0$, 对 n 个 Δx_i 求和:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$, 因此有

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow x_0 \text{ 即 } \bar{x} \rightarrow x_0$$

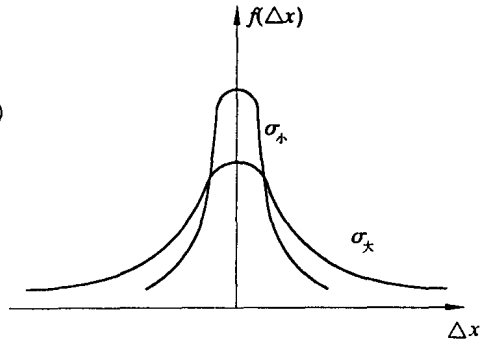


图 1-2-2

可见, 当系统误差已被消除时, 测量平均值 $\bar{x}$ 最接近真值, 测量次数越多, 接近程度越好。因此我们可用 $\bar{x}$ 表示测量结果 (因为真值 x_0 无法得到)。平均值也称近真值、最佳值或最佳估计值。

2. 测量列的标准误差和标准偏差

根据统计理论, 标准误差 σ 由下式给出:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} \quad (1-2-8)$$

由于真值 x_0 未知, 实际上 σ 不能求得。上式只有理论上的价值。实际处理中, 可用标准偏差作为标准误差的估计值。测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 之差称为偏差(或残差)。

$$\Delta x'_i = x_i - \bar{x} \quad i = 1, 2, 3, \cdots, n \quad (1-2-9)$$

注意: $\Delta x_i = x_i - x_0$ 与 $\Delta x'_i$ 不同。 $\Delta x'_i$ 有正有负, 有大有小。 $\Delta x'_i$ 的平方和与 $n-1$ 之比的平方根称为测量列的标准偏差:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-2-10)$$

上式也称为贝塞尔公式。可见 σ 与 S_x 不同, 但当 $n \rightarrow \infty$ 时有 $\bar{x} \rightarrow x_0$, $S_x \rightarrow \sigma$ 。所以我们常常不去区分偏差与误差, 把标准偏差也称为标准误差。

3. 平均值的标准误差与标准偏差

实际测量中, 由于测量次数有限, 平均值 $\bar{x}$ 毕竟不是真值 x_0 。 $\bar{x}$ 本身也是随机的。如果对 x 分别进行不同组的有限次测量。各组测量的平均值不会相同, 也存在差异。按统计理论, 平均值标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 为 σ 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-2-11)$$

平均值标准偏差也为 S_x 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍:

① 按标准误差传递公式(1-4-14)可计算出该式。因 $y = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$, 则 $\sigma_y = \sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} = \frac{1}{n} \sqrt{n\sigma^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 。

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-12)$$

$S_{\bar{x}}$ 也作为 $\sigma_{\bar{x}}$ 的估计值。

需要指出的是,在 n 次测量中某一次测量的随机误差落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 内概率为 0.683, 而平均值 $\bar{x}$ 随机误差落在 $(-\sigma_{\bar{x}}, +\sigma_{\bar{x}})$ 内概率也为 0.683, 由于 $\sigma_{\bar{x}} < \sigma$, 故 $\bar{x}$ 的随机误差落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 内概率要大于 0.683, σ 反映的是某次测量值接近真值的程度, 而 $\sigma_{\bar{x}}$ 反映的是平均值接近真值的程度。显然 $\bar{x}$ 更接近真值。在 $n \rightarrow \infty$ 时, 有 $\bar{x} \rightarrow x_0, S_x \rightarrow \sigma, S_{\bar{x}} \rightarrow \sigma_{\bar{x}}$ 。

三、粗大误差数据的剔除 (3σ 准则)

因为 $|x_i - x_0|$ 在 3σ 内的几率为 0.997, 在 3σ 以外可能性极小。如果测量数据中 $|x_i - x_0| > 3\sigma$, 该数据 x_i 必然为异常值; 存在粗大 (或过失) 误差, 应予舍弃。实际中按 $|x_i - \bar{x}| > 3S_x$ 来判断粗大误差的存在。如果测量数据中存在两个以上测值需剔除, 只能先剔除偏差最大的测值, 然后重新计算平均值 $\bar{x}$ 及标准偏差 S_x , 再对余下的测值进行判断, 直至所有的测值没有粗大误差为止。

另外还有肖维纳准则、格拉布斯法等剔除粗大误差数据的方法, 有兴趣者可阅读其他参考书。

四、仪器误差

(一) 仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$

测量是用仪器或量具进行的。有的仪器较粗糙, 有的仪器较精密, 但任何仪器都有误差。我们把在正确使用仪器的条件下, 仪器的示值和被测量之间可能出现的最大误差称为仪器误差用 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示。仔细研究仪器误差是一项很专门的工作。在大学物理实验教学中, 通常取 $\Delta_{\text{仪}}$ 等于仪表的示值误差限或基本误差限。仪器误差一般由厂家在说明书上或标牌上给出, 也可由厂家给出的仪器准确度等级算出。对于误差无明确规定的仪器可这样规定: 用刻度指示的仪表的仪器误差取最小分度值的一半, 用数字显示的仪表的仪器误差可取显示数字的最后一个位数的一个单位。如数字毫秒计最后位数的一个单位是 1 ms, $\Delta_{\text{仪}}$ 可取 0.001 s。下面给出常用仪表的仪器误差:

- ① 游标卡尺 (0 ~ 300 mm): $\Delta_{\text{仪}}$ = 最小分度值 (因为读数最多为一条游标刻线之差)。
- ② 千分尺: 千分尺分零级和一级两类, 实验室使用的是一级, 其示值误差根据测量范围定。测量范围 0 ~ 100 mm, $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.004 mm; 测量范围 100 ~ 150 mm, $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.005 mm。
- ③ 物理天平: 仪器误差较为复杂, 与天平的灵敏度或感量有关, 也与称量载荷 (或砝码) 有关, 还与由于不等臂引起的误差有关。为了简单起见, 在物理实验中约定 $\Delta_{\text{仪}}$ = 最小分度值的一半。也可约定 $\Delta_{\text{仪}}$ = 感量, 例如 WL 型, 最大称量为 500 g、1000 g 的天平仪器误差分别为 $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.02 g (感量) 和 $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.05 g (感量)。TW-02 型 (称量 200 g): $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.02 g (感量)。TW-05 型 (称量 500 g): $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.05 g (感量)。TW-1 型 (称量 1000 g): $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.1 g (感量)。
- ④ 分光计: $\Delta_{\text{仪}}$ = 最小分度值 (1' 或 30")
- ⑤ 读数显微镜: $\Delta_{\text{仪}}$ = 0.005 mm
- ⑥ 各类数字仪表: $\Delta_{\text{仪}}$ = 仪器最小读数