

薄壁结构的扭转分析

—— 曲线梁与斜支箱形梁

黄剑源 编著
程达钧 主审



中国铁道出版社

薄壁结构的扭转分析

——曲线梁与斜支箱形梁

黄剑源 编著
程达钧 主审

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 9 8 年 · 北 京

序

随着我国国民经济持续、快速发展,交通运输和城市基础设施的建设日益受到重视。公路、铁路、城市道路和立交枢纽等各种工程建设正蓬勃发展,方兴未艾。与此相应,在桥梁结构和各种建筑工程中薄壁结构的应用也日益广泛。薄壁钢箱结构在 80 年代初即成功应用于安康汉江主跨 176m 斜腿刚构铁路桥,近年来更在西陵长江大桥(主跨 900m)、虎门珠江大桥(主跨 888m),以及正在施工的江阴长江大桥(主跨 1385m)等大跨度悬索桥中得到普遍应用。预应力混凝土箱梁的应用范围更为广阔,在公路、铁路、城市道路的大跨度桥梁中已成为主要的结构型式。特别是各大城市高架桥和立交枢纽日新月异,争奇斗艳,在北京、上海、天津、青岛、深圳、大连等城市已出现了一批采用薄壁结构的弯、坡、斜桥。值得提出的是,甚至在铁路桥梁中,近来也打破常规,开始重视弯、坡、斜的桥梁结构,最近竣工的南昆铁路板其二号大桥就是一个鲜明的例子。该桥受两端隧道和地下溶洞的制约,不得不在 11‰ 的坡道上采用主跨为 $44+72+44\text{m}$ 的预应力混凝土箱形弯梁(曲线半径 450m)连续刚构桥,为铁路开创了先例。

薄壁结构的推广和发展引起了广大桥梁工作者的兴趣。科研、教学以及从事工程实践的桥梁科技工作者都迫切要求对薄壁结构的计算分析理论,特别是扭转分析理论有一个较全面而深入的了解。为适应这一需要,宁波大学黄剑源教授根据他长期从事薄壁结构理论研究取得的成果和教学、工程实践中积累的丰富经验编著了这本《薄壁结构的扭转分析》。

本书内容丰富,叙述系统,论证严谨,理论联系实际。全书 10 章,从基本概念出发,详细阐述了薄壁断面曲线梁、斜支承曲线连续梁和斜支承箱形梁在纯扭转以及约束扭转作用下的弯、扭、翘耦

合分析方法。取材全面,对独柱式点支承曲线梁、曲线格子梁理论和钢筋混凝土曲线箱形梁畸变计算等问题均有专门的论述,而且书中各章附有实用算例,对科研、教学和从事实际工程均十分有益。

薄壁结构在我国桥梁、建筑以及其他工程结构中均有宽广的发展前景,深信本书的出版将有利于薄壁结构科学研究工作的进一步深入和提高,有利于薄壁结构在工程实践中的进一步推广和发展。

程庆国

1997年7月15日

前 言

近年来,随着我国交通事业的飞速发展,桥梁结构,建筑结构以及工程中应用的各种薄壁结构的形式日趋复杂多样,如北京市西厢工程菜户营立交枢纽是由 23 座各种类型桥梁组成的大型立交桥群,具有独柱式点支承和曲线、斜交的特点;青岛市出现了两座三跨一联曲线斜支承格子梁桥;天津市中山门高架桥还出现了主桥与匝道桥连接块的异形结构。其他如大连市香炉礁高架桥,深圳市华强立交枢纽,京、津、塘高速公路徐庄子高架桥也都出现了弯、坡、斜的结构,其中还出现了既是宽、扁、平,又是大曲率的单箱多室的异形箱梁桥结构。

为了适应当前城市高架桥、立交枢纽、高速铁路和高速公路发展的需要,我们结合薄壁结构扭转理论的研究,并参考国内外文献编写了这本书,供教学、科研和工程部门的有关科技人员参考。

本书讲述了薄壁断面曲线梁、斜支承曲线连续梁和斜支承箱形梁在纯扭转以及约束扭转下的弯、扭、翘耦合分析方法。其中第 1、2 章讲述薄壁断面曲线梁分析的基本概念与曲线梁外侧超高时断面翘曲几何特性的计算及薄壁断面曲线梁的约束扭转理论,有开口断面和闭口断面;第 3 章介绍超静定曲线梁按纯扭转理论和薄壁结构约束扭转理论的分析,包括线形支承曲线连续梁、固端超静定曲线梁以及变截面曲线连续梁的计算;第 4、5 章叙述独柱式点支承曲线连续梁的计算和支承预偏心对扭矩重分布的影响以及曲线连续梁影响线,其支承形式有抗扭线形支承和独柱式点支承两种,作用的力有单位力和单位扭矩两种,计算理论有纯扭转理论和薄壁结构约束扭转理论两种;第 6、7 章讲述曲线格子梁理论和箱形桥梁的格子梁分析方法及考虑翘曲作用的曲线格子梁理论,演引了曲线薄壁箱梁与梁端约束力相关的翘曲双力矩方程,应变

能表达式,柔度和刚度矩阵及其在工程中的应用;第8章讲述斜支承曲线连续梁的分析方法,有解析法和刚度法两种;第9章为斜支承箱形梁的扭转分析,有解析方法和格子梁方法两种;第10章讨论钢筋混凝土曲线箱形梁的畸变计算。本书可作为1983年出版的《薄壁结构的扭转分析》一书的继续。

本书取材力求理论联系实际,尽量做到深入浅出,便于自学。为了帮助读者加深理解,书中各章还附有实用的算例,这对结构设计人员也具有一定的参考价值。

在编写本书时,我们得到铁道部与国家自然科学基金委员会以及国内各设计单位,兄弟院校的专家、教授们的支持帮助,并有多届研究生的辛勤劳动,对此表示衷心感谢。

由于我们水平有限,书中不免有谬误之处,敬请读者惠予批评指正。

作 者

1997年1月于宁波大学

主 要 符 号

A_i 断面面积,下标表示部分面积

A^* 考虑断面变形时的断面特性

a, b 外荷载距左、右支座坐标, $a = r\beta, b = r\beta'$

$B = \int_A \sigma \omega dA$ 开口断面翘面双力矩

$B = \int_A \sigma \bar{\omega} dA$ 闭口断面翘面双力矩

$B_1 = \int_A \sigma_D \omega_1 dA$ 畸变双力矩

C 常数

D 行列式

E 弹性模量

e_i 两特征点间距离

$F = \frac{1}{2} \oint \rho ds$ 箱形断面壁厚中心线所围面积;或柔度矩阵

f_{ij} 柔度系数

$f(z)$ 箱形断面无量纲翘曲函数

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 剪切模量

g_1, g_2 沿剪力轴单位长度内引起断面变形的一组分布荷载

h 腹板高度

I_x, I_y, I_{xy} 对形心轴的惯性矩,惯性积

$I_\rho = \int_A \rho^2 dA$ 相对于剪力中心的惯性矩

$I_\omega = \int_A \omega^2 dA$ 开口断面扇性惯性矩

$I_{\bar{\omega}} = \int_A \bar{\omega}^2 dA$ 闭口断面扇性惯性矩

$I_1 = \int_A \omega_1^2 dA$ 畸变翘曲惯性矩

i, j 顺序号

K 扭转常数;刚度矩阵

$K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 板的刚度

K_d 箱形断面抗畸变的框架刚度

$k = \sqrt{\frac{GK}{EI_\omega}}$ 开口断面翘曲扭转衰减系数

$k = \sqrt{\mu \frac{GK}{EI_\omega}}$ 闭口断面翘曲扭转衰减系数

k_{ij} 刚度系数

l 沿形心曲轴梁的跨长

M_x, M_y 弯矩,当 $M_y=0$ 时, M_x 的下标 x 省略

M_z 绕曲线梁剪心轴的旋转力矩

M_v 畸变矩

m_t 沿剪心轴单位长度的匀布扭矩

N 轴向力

n 顺序号

P 竖向集中力

p_x, p_y 沿曲线梁剪心轴单位长度的匀布荷载,其中垂向匀布荷载 p_y 有时简写为 p

Q_x, Q_y 沿 x, y 方向剪力,当 $Q_x=0$ 时 Q_y 的下标 y 省略

$q = \tau t$ 剪力流

q_ω 由于断面变形引起的剪力流

q^1, q^1 闭口断面主剪力流(纯扭转),次剪力流

R 曲线梁形心轴的曲率半径,通常用 r 表示

r 曲线梁剪心轴的曲率半径,对于具有竖向对称轴的箱形断面 $r=R$

r_c 曲线梁腹板的曲率半径

$S_\omega = \int_0^s \omega dA$ 开口断面的断面函数

$S_\omega = \int_0^s \hat{\omega} dA$ 闭口断面截取部分断面函数

$\bar{S}_\omega = S_\omega + C$ 折算断面函数, $C = -\frac{1}{2F} \int_A S_\omega \rho ds$

$S_\omega = \int_0^s \tilde{\omega} dA$ 断面变形时的断面函数

$\bar{S}_\omega = S_\omega + C$ 断面变形时的折算断面函数

s 薄壁断面周边线坐标

$T = T_s + T_\omega$ 总扭矩

T_s 纯扭转扭矩

T_ω 翘曲扭转扭矩

T^* 作用在梁上的外扭矩

t 壁厚

U 总应变能

$u(z)$ 剪力中心在 $+x$ 方向位移, 当指向曲率中心时为正

u_0, u_u 箱形断面顶板和底板分别在 $-x$ 或 $+x$ 方向位移

$v(z)$ 剪力中心垂直于曲率平面的位移, 当指向 $-y$ 时为正

v_1, v_2 箱形断面内, 外侧边缘点分别在 $-y$ 方向位移

W 断面变形时的翘曲刚度参数

w 曲线梁中曲面的纵向位移

$X, \mathfrak{x}$ 多余未知力

x, y 断面坐标轴, 其中 x 指向曲率中心

x_0, y_0 剪力中心距形心的距离, 在 $+x$ 和 $+y$ 方向时分别为正

z, z' 曲线梁由左或右支座起沿形心曲轴方向量度的坐标, 其中

$$z = r\varphi, z' = r\varphi'$$

α 曲线梁的中心角

β 斜支承偏角; 或 $\beta = \frac{\tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1}$ 比值

β, β' 外荷载距左、右支座的角度坐标

$\beta = \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right)$; 或 $\beta = \frac{1}{\mu}$ 记号

$\gamma = - \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right)$ 记号

$\gamma = \frac{l}{GK}$ 位移系数

γ 断面变形时的畸变角;或剪应变

$$\bar{\gamma} = \frac{l^2 I_x}{I_w} \quad \text{记号}$$

δ_{ip} 支承 i 由跨间外荷载 p 引起的梁挠曲角

δ_{ij} 支承 i 由支座 j 作用单位荷载 $M_x=1$ 或 $B=1$ 引起的挠曲角

$\delta'_{B,i}, \delta'_{B,i}$ 支承 i 左、右两侧梁截面的挠曲位移分量

$\delta'_{T,i}, \delta'_{T,i}$ 支承 i 左、右两侧梁截面的扭转位移分量

ε 纵向应变

$$\zeta_{xi} = \frac{I_{xio}}{I_x(z)} \quad \text{无量纲函数}$$

$$\zeta_{wi} = \frac{I_{wio}}{I_w(z)} \quad \text{无量纲函数}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + (kr)^2} \quad \text{无量纲参数}$$

η_0, η_1, η_2 矩形断面变形时的无量纲断面参数

θ 扭转角

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_d}{4WA^*}} \quad \text{断面变形时的衰减系数}$$

$$\lambda = -\tan \frac{\alpha}{2} \quad \text{记号}$$

$$\lambda_{i,k} = -\tan \frac{\alpha_i}{2} - \tan \frac{\alpha_k}{2} \quad \text{记号}$$

$$\mu = 1 - \frac{K}{I_p} \quad \text{闭口断面翘曲剪切参数}$$

μ_{ip} 支承 i 由跨间外荷载 p 引起的翘曲

μ_{ij} 支承 i 由支承 j 作用单位荷载 $M_x=1$ 或 $B=1$ 引起的翘曲

ν 泊松比

$$\xi = \frac{\varphi}{\alpha}, \xi' = \frac{\varphi'}{\alpha} \quad \text{曲线梁在 } \varphi, \varphi' \text{ 方向的无量纲坐标}$$

ρ 断面中心线上点的切线至剪心的垂距

$$\rho = \eta_1 - \frac{\eta_2}{\eta_0} \quad \text{箱形断面变形时无量纲形状系数}$$

σ 正应力

$$\tau = \theta + \frac{v}{r} \quad \text{曲线梁总的扭转角}$$

φ, ϕ 曲线梁角度坐标, 从左或右支座量起

$\chi = \frac{EI_x}{GK}$ 弯曲刚度与扭转刚度比值

$\chi = kl$ 结构断面的扭转特性参数

$\psi = 1 - \frac{I_{xy}^2}{I_x I_y}$ 非对称断面形状系数; 或梯形断面顶板与腹板交角

$\omega = \int_0^s \rho ds$ 扇性面积

$\bar{\omega}$ 闭口断面单位翘曲

$\bar{\omega}$ 断面变形时的“单位应力”

$\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2$ 箱形断面中 $\bar{\omega}$ 的特征值 (取为正值)

$\Omega = \oint \rho ds$ 闭口断面壁厚中心线所围面积的两倍

目 录

第 1 章 薄壁断面曲线梁分析的基本概念	1
§ 1.1 概 述	1
§ 1.2 基本假定	4
§ 1.3 曲线梁的基本方程	6
§ 1.4 曲线梁的基本体系	10
§ 1.5 薄壁闭口断面曲线梁的纯扭转	14
§ 1.6 薄壁闭口断面曲线梁的翘曲应力	20
§ 1.7 扭转中心与剪力中心	22
§ 1.8 多室箱形断面曲线梁	25
§ 1.9 带有纵向联结系的曲线箱形梁	31
§ 1.10 曲线梁外侧超高时的截面几何特性	33
§ 1.11 曲线箱形梁桥外梁超高时断面翘曲几何 特性的计算实例	35
参考文献	45
第 2 章 薄壁曲线梁的约束扭转理论	47
§ 2.1 概 述	47
§ 2.2 薄壁曲线梁内力与位移的弹性关系式	51
§ 2.3 薄壁曲线梁约束扭转微分方程式的建立	54
§ 2.4 薄壁曲线梁约束扭转微分方程式的 初参数齐次解	61
§ 2.5 薄壁曲线梁约束扭转微分方程式的通解	65
§ 2.6 单跨薄壁曲线梁的内力	70
§ 2.7 薄壁曲线梁的截面应力	83

§ 2.8 单跨薄壁曲线梁的变形·····	83
参考文献·····	107
第3章 超静定曲线梁的扭转分析·····	110
§ 3.1 基本概念·····	110
§ 3.2 曲线连续梁按纯扭转理论的分析·····	113
§ 3.3 固端超静定曲线梁的计算·····	143
§ 3.4 曲线连续梁按薄壁结构约束扭转理论的分析·····	150
§ 3.5 变截面曲线连续梁·····	158
参考文献·····	166
第4章 独柱式点支承曲线连续梁·····	169
§ 4.1 概 述·····	169
§ 4.2 独柱式点支承曲线连续梁在中间支座扭矩 T_i^* 作用下的扭矩方程·····	171
§ 4.3 独柱式点支承曲线连续梁在中间支座扭矩 T_i^* 作用下的变形·····	176
§ 4.4 独柱式点支承曲线连续梁的典型方程·····	183
§ 4.5 独柱式点支承曲线连续梁在中间支座扭矩 T_i^* 作用下的扭矩面积定理·····	187
§ 4.6 计算实例·····	191
§ 4.7 支承预偏心对独柱式点支承曲线连续梁 扭矩重分布的影响·····	209
参考文献·····	216
第5章 曲线连续梁影响线·····	218
§ 5.1 抗扭线性支承曲线连续梁影响线·····	218
§ 5.2 独柱式点支承曲线连续梁影响线·····	230
§ 5.3 曲线连续梁按薄壁结构约束扭转理论的影响线·····	257
参考文献·····	298

第 6 章 曲线格子梁	300
§ 6.1 概 述	300
§ 6.2 曲线格子梁的刚度矩阵	302
§ 6.3 曲线格子梁刚度矩阵的坐标转换	307
§ 6.4 节点平衡方程组和结构刚度矩阵	311
§ 6.5 支承条件的引入和结构内力的计算	316
§ 6.6 曲线梁单元的等效节点荷载	319
§ 6.7 箱形桥梁的格子梁分析	326
§ 6.8 异形曲线箱形桥梁的格子梁分析	343
参考文献	351
第 7 章 考虑翘曲作用的曲线格子梁	354
§ 7.1 概 述	354
§ 7.2 考虑翘曲作用的直线薄壁箱梁单元的刚度方程	355
§ 7.3 考虑翘曲作用的曲线薄壁箱梁单元的柔度矩阵	360
§ 7.4 考虑翘曲作用的曲线薄壁箱梁单元的刚度矩阵	369
§ 7.5 考虑翘曲作用的曲线梁单元刚度矩阵的坐标 转换	372
§ 7.6 理论值与试验值的比较	373
§ 7.7 工程应用——青岛曲线斜交格子箱梁桥 的分析	374
参考文献	380
第 8 章 斜支承曲线连续梁	383
§ 8.1 概 述	383
§ 8.2 两端斜支承曲线梁——斜支承曲线连续梁的 基本体系	387
§ 8.3 算 例	393
§ 8.4 斜支承曲线连续梁	399

§ 8.5 斜支承曲线连续梁按刚度法的分析	407
§ 8.6 算 例	413
参考文献	418
第 9 章 斜支承箱形连续梁的扭转分析	420
§ 9.1 概 述	420
§ 9.2 斜支承的弯扭耦合效应	422
§ 9.3 斜支承处的挠曲角 δ	424
§ 9.4 斜支承连续梁的三弯矩方程	426
§ 9.5 斜支承连续梁的内力与变形	429
§ 9.6 斜梁上偏心荷载的作用	431
§ 9.7 3 跨斜支承连续梁在偏心匀布荷载作用下的 实例分析	438
§ 9.8 影响面	442
§ 9.9 斜支承附近扭矩、弯矩、剪力的计算	447
§ 9.10 斜支承箱形梁的格子梁分析	449
参考文献	454
第 10 章 薄壁曲线箱形梁的畸变	456
§ 10.1 概 述	456
§ 10.2 分析原理	456
§ 10.3 畸变正应力与畸变剪应力	458
§ 10.4 畸变正应力与畸变位移的关系	461
§ 10.5 畸变翘曲应力产生的横向框架变形	463
§ 10.6 梁的曲率与畸变角的关系	465
§ 10.7 荷载效应	467
§ 10.8 曲线箱梁畸变角基本微分方程	468
§ 10.9 用差分法解曲线箱形梁的畸变问题	469
§ 10.10 钢筋混凝土曲线箱形梁畸变计算	472
参考文献	478

第 1 章 薄壁断面曲线梁 分析的基本概念

§ 1.1 概 述

曲线梁在现代结构工程中的应用日益增多。例如,在城市立交枢纽工程、高架桥工程以及高速公路、铁路、山区公路建设中,桥梁因受线路走向和场地条件的限制,往往在平面上设计成曲线形。在民用和公共建筑中,不少展览馆、体育馆、礼堂、剧院、音乐厅和高层建筑楼厅也常采用曲线梁作为承重结构。这种曲线形结构的特点不仅线形平顺、流畅,能与周围环境协调,给人们带来优美的感受,而且在交通建设中曲线梁还能很好地适应桥址地形的变化,为建设工程节约大量的房屋拆迁费和农田青苗补偿费,具有显著经济效益。

与直线梁相比,曲线梁由于受到曲率的影响,即使外荷载的作用线通过梁的剪力中心,曲线梁在发生竖向弯曲的同时,也还是要发生扭转,这种弯曲与扭转相互耦合的作用,使得曲线梁的结构分析变为十分复杂。此外,对于薄壁断面曲线梁说,往往需要考虑翘曲作用的因素,因此除曲线梁基本方程和曲线梁基本体系的内力计算外,翘曲应力的概念以及曲线梁截面的翘曲几何特性的计算对于掌握薄壁曲线梁的结构分析都是必要的基础。

曲线梁可以是钢筋混凝土梁,也可以是钢梁或钢与混凝土的结合梁。但为了使截面能有效地抵抗扭转和翘曲的作用,在实际工程中大部分曲线梁都采用抗扭刚度大,稳定和翘曲性能好,结构合理、外形美观的薄壁箱形断面。这种断面,无论是单室或是多室,在扭转分析中均与通常的薄壁开口断面梁不同;分析时它需要先在各室中虚构一切口,把它变成开口断面梁进行计算,然后根据切口处位移连续的条件对计算结果加以修正。

图 1.1 所示为桥梁中几种常用的薄壁曲线梁断面。根据桥面

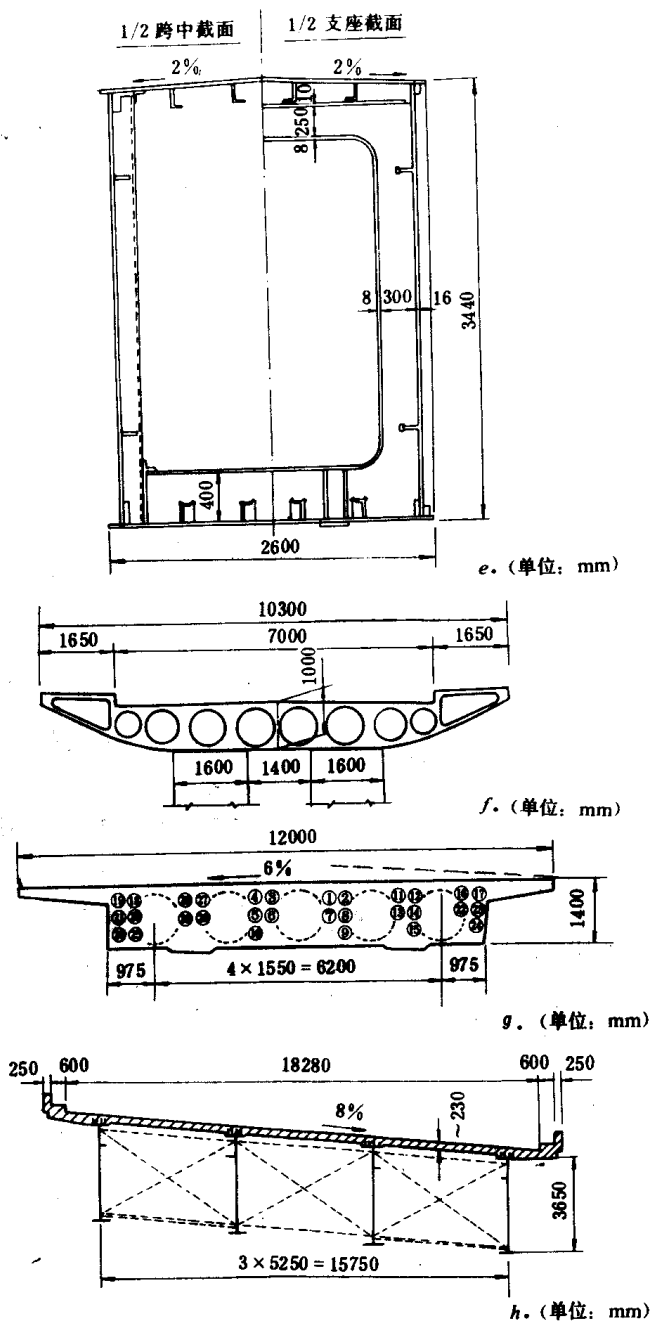


图 1.1