

内蒙古自然科学基金项目
论 文 集

1986—1990

Academic Theses
Supported by

Inner Mongolia Foundation
for
Natural Sciences

内蒙古大学出版社

内蒙古自然科学基金项目 论文集

(1986—1990)

主编 陈杰

内蒙古大学出版社

一九九三年

(内蒙)新登字 6 号

内蒙古自然科学基金项目

论 文 集

(1986—1990)

主 编 陈 杰

内蒙古大学出版社出版发行

(呼和浩特市大学西路1号)

内蒙古自治区新华书店经销

内蒙古大学新技术公司印刷厂印刷

开本:787×1092/16 印张:11.5 字数:273千

1993年12月第1版 1993年12月第1次印刷

印数:1—1000册

ISBN 7—81015—373—0/Z·20

定价:8.00元

前 言

这个集子是内蒙古自治区自然科学基金委员会成立以来、第一个五年(1986—90)内得到基金支持的、以论文和专著形式发表的基础研究成果的一个总汇。通过它可以大致了解近年来基础科学研究工作在自治区发展的一个概貌。但有几点要说明:

一、它反映不了全貌。还有些基础研究工作本书未能收录,因为它们不是本基金支持的成果。这类成果还是不少的,例如得到国家自然科学基金支持的工作或隶属于其它部委的有些企事业单位工作人员的作品等。

二、即使是本基金支持的工作,这里收录的也不能说完全。编纂这本集子的主意是后来萌发的。我们没有注意积累资料,这次材料收集就费了不少时间,还难免有遗漏。

三、为了节省篇幅,这里全文转录论文 19 篇,摘要刊载 39 篇,其它 419 项工作只著录了标题。全文和摘要的挑选自然注意了学术质量,但学术质量不是被考虑的唯一因素。

自治区自然科学基金委员会是在许令妊同志任职科委主任期间组建起来的。继任的李铁生同志也十分关注这项工作。在人们到处都在慨叹短期行为的今天,他们有远见的科技领导工作受到了学界的赞扬(虽然由于具体原因,基金委的拨款确实嫌少,但这不是他们的过错)。

陈 杰

1993 年于内蒙古大学

1986 —— 1990
内蒙古自然科学基金项目论文集

主 编： 陈 杰

副主编： 李铁生 张晨鼎 马成麟 齐日迈 廖茂彩

编 委： 冯启元 李逢泽 张鹤龄 白培光 斯力更 韩凤岩
赵魁明 风凌飞 文 健 张毓海 赵光前 邵金旺
柏大启 李云章 朱宗元 杨义远 徐文达 赵 瑞
王存山 陆正锋 夏彭年 李 博 陈俊彦

目 录

前言	(I)
----------	-----

论文全文

数 学

非线性中立型时滞微分方程的解的性态	斯力更(1)
On the self—adjoint Extensions of symmetric Ordinary Differential Operators with Middle Deficiency Indices	Sun Jiong(孙 炯)(6)
抛物方程 Cauchy 问题的概率数值解法	王 刚 相海亮(18)
A Construction Method for Minimally h-Edge-Connected Simple Graphs	
.....	Biwen Zhu(朱必文)(24)

物理学

Effect of a spectral line with Doppler broadening on optical bistability in a ring cavity	Feng Qiguan, Liu Yajie, and Yang XingYu(34)
--	---

- 太阳电池电性能的自动测试与描绘 季秉厚 相永竹 田 智(45)
- Weak-Coupling magnetopolarons in a slab of a polar crystal Xi Xia Liang(梁希侠)(48)
- 多原子极性晶体中二维光极化子质量的重正化 肖景林(61)

化 学

- DCS-偶氮胂与稀土元素显色反应的应用研究——牧草中微量稀土的测定
..... 何久康 李北罡(69)
- 钒在正火钢中的相分布及稀土的影响 刘宗昌 相植玢(72)
- 水中铬的化学形态分布 任守信(74)

生物学

- 四合木属系统地位的研究 马毓泉 张寿洲(80)
- 马铃薯畜产群体生理参数的数学模型 门福义 刘梦芸 王林萍(88)
- 甜菜生理育种——甜菜多倍体新品种协作二号的选育.....
..... 内蒙古农牧学院甜菜生理研究室 内蒙古呼和浩特糖厂甜菜育种试验站(93)
- The Preliminary Study Of The Phymatidae In Inner Mongolia,, China (Hemiptera;
Phymatidae) Nonnaizab(能乃扎布), A. Kormilev and Qi Baoying(齐宝瑛)(101)
- 用生物素标记的 cDNA 探针检测马铃薯纺锤块茎类病毒.....
..... 张鹤龄 曹先维 Ilse Balbo Luis F. Salazar(108)

畜牧兽医科学

- 鸡泄殖腔传入神经元的定位及其传入纤维在脊髓内的分布.....
..... 陈建新 郭和以 刘为民 马仲华(113)
- 口蹄疫病毒感染动态及其超微结构基础的免疫电镜研究..... 杨玉莹 王潜渊(120)

医 学

- 沙棘总黄酮对培养大鼠心肌细胞和心室内 cAMP 及腺苷酸环化酶的影响.....
..... 刘凤鸣 李增晔 石 山(125)

论文摘要

数 学

- 自伴常微分算子的解析描述..... 曹之江(129)
Interpolation Of Ba Spaces Chen Guangrong(陈广荣) Meng Boqin(孟伯秦)(130)
非稳态奇异系数方程的有限元方法..... 李德茂(130)
关于 Kotzig 猜测的一个结果..... 刘峙山(131)
具变时滞的变系数线性差分系统零解的指数稳定性..... 马万彪(131)
双 Stone 格对偶空间的构造 王大彬(132)
任意形状物体的 Stokes 绕流问题的数值计算..... 杨德全 韩庆书(133)
On Matrix Equations In a Class Of Complete And Completely
Distributive Lattices Zhao Cui Kui(赵萃魁)(133)
带位移的非线性奇异积分方程解对位移函数的连续依赖性..... 赵达夫(134)

物理学

- $\text{SnO}_2\text{—ZnO}$ 陶瓷热敏特性的实验研究 鲍凤岐 牛崇牛 刘永信 傅志强(135)
 $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ 的核分子机制 陈锡瑜 于少英 额尔敦朝鲁(135)
胆甾相液晶条纹织构及螺纹织构的形成条件..... 道 诺 那波信彦(136)
调和映射理论中的守恒量..... 根道尔吉(136)
伊克昭盟的大雪及其预报专家系统..... 贺 勤 吴晓东(137)
剪羊毛机剪头振动参数测试方法的探讨..... 胡瑞谦 王春光(137)
脉冲磁场磁测和光磁中的频率效应
..... 松 林 李新文 龚重明 恩 克 乌 凤(138)
多原子极性晶体中激子的有效哈密顿量..... 肖景林(138)

化 学

- 铁系稀土氧化物中温度换催化剂的研制..... 金恒芳 王国军(139)
 $\text{Re}(\text{I})\text{—HpMbp—TPhPO}$ 协萃体系的研究..... 王至堂 李声崇(139)
共轭分子的拓扑结构与其轨道拓扑的相关性..... 朱天蔚(140)
镍基甲烷化催化剂中的助剂作用 I 稀土氧化物添加剂的电子效应.....
..... 新 民 郝茂荣 姚亦淳 格日勒(140)

生物学

- Detectton Of PSTV with 32p—cDNA Probe By Nucleic Acid Spot
Hybridization Cao Xianwei and Zhang Heling(141)

杆状病毒螺旋参数的测定.....	陈桂华 吴碧华(142)
塔落岩黄芪生态——生物学时性的研究	陈世鑽 占布拉 张希明(143)
梭梭、花棒、沙拐枣的蒸腾特点及其在造林中的意义.....	额尔顿 蒋士梅(143)
The Cranes In Dalinuoer	Feng Lingfei Duan Wenrui Du Xiangdong(144)
马铃薯块茎生长发育的研究.....	刘梦芸 门福义(145)
植物种群特征与草地环境质量评价.....	杨 持(145)
老芒麦种子活力测定方法的研究.....	易 津 曹自成 董玉英(146)
外源基因在龙葵转基因植株中的表达.....	
..... 扎 那 评智宏 卫志明 王善平 李天然(146)	
雌株玉米利用初探.....	张先炼 李素洁(147)
内蒙古的珍稀濒危植物及其保护对策的初步探讨.....	赵一之 雍世鹏(147)

畜牧科学

应用电镜技术诊断牛病毒性腹泻——粘膜病.....	关平原 郭延春(149)
中国内蒙古山羊瘤胃纤毛虫种类构成的研究.....	桂 荣 今井壮一(149)
以间接 BA 技术进行兔出血症病原定位及其动态变化的研究	
..... 郝先谱 顾玉芳 王凤龙(150)	
用单克隆抗体对新城疫病毒分离物的血清学初步鉴定	
..... 胡子信 周维松 乌 尼 刘秀梵 张如宽(151)	
低数量期布氏田鼠在不同季节中对生境的选择及影响因素的研究.....	施大钊(151)

医 学

孕早期绒毛的酶组织化学研究及其用于产前诊断的可能性	
..... 李成林 王建军 闫秀兰 李跃蒙(152)	
甲硝唑(灭滴灵)不同给药方案治疗滴虫性阴道炎及唾液药物浓度监测	
..... 杨毓章 王静春 张林燕 爱 民 焦效兰(153)	

论文和专著目录

数学 130 篇.....	(154)
---------------	-------

物理学 45 篇	(159)
化学 36 篇	(161)
生物学 139 篇	(164)
畜牧兽医科学 51 篇	(171)
医学 18 篇	(173)

数 学

非线性中立型时滞微分方程的解的性态

斯 力 更

(内蒙古师范大学)

有关时滞微分方程解的稳定性,已有不少的研究成果^[1-3],但对于时滞微分方程解的其它性态研究的还不够,其中滞后型方程尚有些研究^[4],而中立型方程能见到的研究资料也不多^[5].

1965年 Bellman^[6]曾提出过如下的问题:若方程 $u'(t) + au(t-r) = 0$ 的所有解当 $t \rightarrow +\infty$ 时趋于零,且当 $t \geq 0$ 时, $|r(t) - r| \leq \sigma$ (为充分小),那末方程 $u'(t) + au(t-rt) = 0$ 的所有解是否当 $t \rightarrow \infty$ 时也趋于零呢? 这个问题至今尚未得到解决.

1979年秦元勋教授也曾提出研究变时滞微分方程解的稳定性,可对比着常时滞方程 $\dot{x}(t) = F(t, x(t), x(t-h))$ 研究变时滞方程 $\dot{x}(t) = F(t, x(t), x(t-t(t)))$. 这样就需要研究这两个方程解的性质是否一致? 在什么条件下一致? 这些问题目前尚不清楚.

本文提出一种方法,对于非线性中立型时滞微分方程,探讨有关类似上述问题的解折性态,从而对上述所提问题给出一种解答,同时还改进了文[5]中的研究.

考虑如下的非线性中立型时滞微分方程

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-r_1(t)), \dot{x}(t-r_2(t))) \quad (i=1, 2) \quad (1. i)$$

其中 $r_1(t)$ 为 t 的非负连续函数, $r_2(t) \equiv r_2 = \text{const.} > 0$.

在其相应的初始集合 $E_0^{(i)} (i=1, 2)$ 上给定如下的连续初始函数

$$x(t) = \varphi(t), \dot{x}(t) = \dot{\varphi}(t), \quad (2)$$

其中 $E_0^{(1)}$ 是由点零以及当 $t \geq 0$ 时而小于零的 $t-r_1(t)$ 之值所组成, $E_0^{(2)} = [-r_2, 0]$.

设函数 $f(t, x, y, u)$ 于区域 $G: t \geq 0, |x| \leq H, |y| \leq H, |u| \leq H$ 上满足如下条件

i) $f(t, x, y, u)$ 连续有界;

$$ii) |f(t, x_1, y_1, u_1) - f(t, x_2, y_2, u_2)|$$

$$\leq k_1(t) |x_1 - x_2| + k_2(t) |y_1 - y_2| + k_3(t) |u_1 - u_2|$$

iii) $k_i(t) (i=1, 2, 3)$ 为非负连续函数且

$$\int_0^{+\infty} (k_i(t) dt \leq k_i = \text{const.} (i=1, 2, 3), k_3(t) \leq \beta < 1.$$

于是有如下的

定理 1 在中立型方程 (1.1)、(1.2) 中, $f(t, x, y, u)$ 满足条件 i)、ii)、iii) 且当 $t \geq 0$ 时 $|r_1(t) - r_2| \leq \sigma$ (为充分小), 则对任意给的 $\varepsilon > 0$, 方程 (1.1) 与 (2) 的解 $x(t, r_1(t))$ 和 (1.2) 与 (2) 的解 $x(t, r_2)$ 有如下的关系: $|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| < \varepsilon$, 对于一切 $t \geq 0$ 成立.

证 由于当 $t \geq 0$ 时, $|r_1(t) - r_2| \leq \sigma$ (为充分小) 而 $r_2 > 0$, 故可推得: 当 $0 \leq t \leq r_2 - \sigma$ 时, $t - r_1(t) \leq 0$.

若不然, 当 $0 \leq t \leq r_2 - \sigma$ 时, 有 $t - r_1(t) > 0$ 故 $r_2 - \sigma > r_1(t)$; 另外, 由于当 $t \geq 0$ 时, $|r_1(t) - r_2| \leq \sigma$ 可得 $r_1(t) \geq r_2 - \sigma$ 这与上式矛盾, 故当 $0 \leq t \leq r_2 - \sigma$ 时, $t - r_1(t) \leq 0$ 成立.

于是, 令 $r_1 = r_2 - \sigma$, 由方程 (1.1)、(1.2) 和初始条件 (2) 可得如下等价的积分方程

$$x(t, r_i(t)) = \varphi(0) + \int_0^t f(t, x(t, r_i(t)), \varphi(t - r_i(t)), \dot{\varphi}(t - r_i(t))) dt, \quad 0 \leq t \leq r_i (i=1, 2) \quad (3)$$

和

$$\begin{aligned} x(t, r_i(t)) &= \varphi(0) + \int_0^{r_i} f(t, x(t, r_i(t)), \varphi(t - r_i(t)), \dot{\varphi}(t - r_i(t))) dt \\ &\quad + \int_{r_i}^t f(t, x(t, r_i(t)), x(t - r_i(t), r_i(t)), \dot{x}(t - r_i(t), r_i(t))) dt, \\ &\quad r_i \leq t (i=1, 2), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $x(t, r_i(t)) (i=1, 2)$ 表示相应方程 (1, i) ($i=1, 2$) 的解.

下面分三种情形讨论:

(I) 当 $0 \leq t \leq r_1$ 时, 由 (3) 及条件 ii) 有

$$|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| \leq m_1 + \int_0^t k_1(t) |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt, \quad (5)$$

$$\text{其中 } m_1 = \int_0^{r_2} k_2(t) |\varphi(t - r_1(t)) - \varphi(t - r_2)| dt + \int_0^{r_1} k_3(t) |\dot{\varphi}(t - r_1(t)) - \dot{\varphi}(t - r_2)| dt$$

由于 $\varphi(t), \dot{\varphi}(t)$ 在 $E_0^{(i)} (i=1, 2)$ 上连续, 故对任给的 $\varepsilon_i > 0$ 都存在一 $\delta (0 < \delta)$, 使得, 当 $|r_1(t) - r_2| < \delta$ 时, 有

$$\begin{aligned} |\varphi(t - r_1(t)) - \varphi(t - r_2)| &< \varepsilon_1, 0 \leq t \leq r_1, \\ |\dot{\varphi}(t - r_1(t)) - \dot{\varphi}(t - r_2)| &< \varepsilon_1, 0 \leq t \leq r_1. \end{aligned}$$

故 $m_1 \leq H_1 \varepsilon_1$, 其中

$$H_1 = \int_0^{r_1} [k_2(t) + k_3(t)] dt.$$

根据 Gromwall—Bellman 不等式, 由(5)可得

$$|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| \leq H_1 e_1 \exp\left(\int_0^t k_1(t) dt\right), 0 \leq t \leq r_1. \quad (6)$$

(I) 当 $r_1 \leq t \leq r_2$ 时, 由(3)和(4)及条件 i) 和 ii) 有

$$\begin{aligned} |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| &\leq H_1 e_1 + 2M(r_2 - r_1) \\ &\quad + \int_0^t k_1(t) |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt, \end{aligned}$$

其中常数 M 满足 $|f(t, x, y, u)| \leq M$.

从而, 可推得

$$|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| \leq [H_1 e_1 + 2M(r_2 - r_1)] \exp\left(\int_0^t k_1(t) dt\right), r_1 \leq t \leq r_2. \quad (7)$$

(II) 当 $r_2 \leq t$ 时, 由(4)及条件 i) 和 ii)

$$\begin{aligned} |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| &\leq H_1 e_1 + 2M(r_2 - r_1) \\ &\quad + \int_{r_2}^t k_1(t) |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt \\ &\quad + \int_{r_2}^t k_2(t) |x(t - r_1(t), r_1(t)) - x(t - r_2, r_2)| dt \\ &\quad + \int_{r_2}^t k_3(t) |\dot{x}(t, r_1(t), r_1(t)) - \dot{x}(t - r_2, r_2)| dt \\ &\leq H_1 e_1 + 2M(r_2 - r_1) + \int_0^t [k_1(t) + k_2(t + r_2)] |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt \\ &\quad + \int_0^t k_3(t + r_2) |\dot{x}(t, r_1(t)) - \dot{x}(t, r_2)| dt \\ &\quad + \int_{r_2}^t k_2(t) |x(t - r_1(t), r_1(t)) - x(t - r_2, r_1(t))| dt \\ &\quad + \int_{r_2}^t k_3(t) |\dot{x}(t - r_1(t), r_1(t)) - \dot{x}(t - r_2, r_1(t))| dt. \end{aligned} \quad (8)$$

另外, 只要注意到 $k_2(t + r_2) \leq \beta < 1$, 由方程(1.1)和(1.2)类似(8)式的推导, 可得

$$\begin{aligned} \int_0^t |\dot{x}(t, r_1(t)) - \dot{x}(t, r_2)| dt &\leq m_2 [H_1 e_1 + 2M(r_2 - r_1)] \\ &\quad + m_2 \int_0^t [k_1(t) + k_2(t + r)] |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt \\ &\quad + m_2 \int_{r_2}^t k_2(t) |x(t - r_1(t), r_1(t)) - x(t - r_2, r_1(t))| dt \end{aligned}$$

$$+ m_2 \int_{r_2}^t k_3(t) |\dot{x}(t-r_1(t), r_1(t)) - \dot{x}(t-r_2, r_1(t))| dt,$$

其中,

$$m_2 = (1-\beta)^{-1}. \quad (9)$$

由(8)和(9)可推得

$$\begin{aligned} |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| &\leq m_2 [H_1 e_1 + 2M(r_2 - r_1)] \\ &+ m_2 \int_0^t [k_1(t) + k_2(t+r)] |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt \\ &+ m_2 \int_{r_2}^t k_2(t) |x(t-r_1(t), r_1(t)) - x(t-r_2, r_1(t))| dt \\ &+ m_2 \int_{r_2}^t k_3(t) |\dot{x}(t-r_1(t), r_1(t)) - \dot{x}(t-r_2, r_1(t))| dt. \end{aligned} \quad (10)$$

由条件 i) 可推得

$$|x(t-r_1(t), r_1(t)) - x(t-r_2, r_1(t))| \leq M|r_1(t) - r_2|, t \geq r_2, \quad (11)$$

其中 $|\dot{x}(t, r_1(t))| = |f(t, x(t, r_1(t), r_1(t)), x(t-r_1(t)), \dot{x}(t-r_1(t), r_1(t)))| \leq M$

和

对任意给的 $\varepsilon_1 > 0$ 存在一 $\delta (0 < \delta)$ 使得当 $|r_1(t) - r_2| < \delta$ 时, 有

$$|\dot{x}(t-r_1(t), r_1(t)) - \dot{x}(t-r_2, r_1(t))| < \varepsilon_1, t \geq r_2. \quad (12)$$

故, 由(10)、(11)、(12), 当 $\sigma < \delta$ 时, 有

$$|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| \leq H_2 + \int_0^t H_3(t) |x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| dt, \quad (13)$$

其中

$$H_2 = m_2 [H_1 e_1 + 2M\sigma] + m_2 M k_2 \sigma + m_2 k_3 e_1,$$

$$H_3(t) = m_2 (k_1(t) + k_2(t+r_2)).$$

于是, 由 Gronwall-Bellman 不等式, 得

$$|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| \leq H_2 \exp \left(\int_0^t H_3(t) dt \right). \quad (14)$$

注意到条件 iii) 和 σ 为充分小, 故可由(6)、(7)、(14)推得: 对任给的 $\varepsilon > 0$, 方程(1.1)与(2)的解和方程(1.2)与(2)的解, 对于一切 $t \geq 0$ 有如下不等式成立

$$|x(t, r_1(t)) - x(t, r_2)| < \varepsilon. \quad (15)$$

利用定理 1 或类似定理 1 的证法, 不难得到如下:

定理 2 设定理 1 的条件成立, 又若方程(1.2)和(2)的所有解当 $t \rightarrow +\infty$ 时趋于零, 则方程(1.1)和(2)的所有解当 $t \rightarrow +\infty$ 时亦趋于零.

推论 若 Bellman 所提问题中, 方程的系数 a 为 t 的函数, 连续且 $\int_0^{+\infty} a(t) dt$ 有界, 则 Bellman

问题为真.

注: 本推论可以看作是对 Bellman 所提问题的一种解答.

定理 3 设定理 1 的条件成立, 则方程(1.1)和(1.2)的解的各种稳定性质都是一致的.

推论 若方程中的 $f(t, x, y, u) \equiv F(t, x, y)$ 且满足定理 1 中相应条件, 则定理 3 仍然成立.

注 本推论可以看作是对秦元勋教授所提问题的一种解答.

定理 4 若 $f(t, x, y, u)$ 满足条件 i)、ii)、iii) 且当 $m \rightarrow +\infty$ 时 $r_m \rightarrow r (r > 0, r_m > 0)$, 只要存在一正整数 M , 当 $m > M$ 时, 方程

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-r_m), \dot{x}(t-r_m))$$

和连续始值函数的所有解当 $t \rightarrow +\infty$ 时趋于零, 则方程

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-r), \dot{x}(t-r))$$

和连续始值函数的所有解当 $t \rightarrow +\infty$ 时亦趋于零.

注 若定理 4 中的条件 iii) 中的 $k_i(t) \equiv k_i = \text{const.}$, 则定理 4 的结论未必成立 (即使是滞后型时滞微分方程也是如此). 见反例如下:

例 考虑方程

$$\dot{x}(t) + \frac{\pi}{2} x(t-r_m) = 0 \quad (m=1, 2, \dots) \quad (*)$$

和方程

$$\dot{x}(t) + \frac{\pi}{2} x(t-1) = 0, \quad (**)$$

其中 r_m 满足 $0 < r_m < 1 (m=1, 2, \dots)$ 且 $\lim_{m \rightarrow +\infty} r_m = 1$.

由于在方程 (*) 中, 对每个 m 有 $0 < \frac{\pi}{2} r_m < \frac{\pi}{2}$, 故由 [7] 知, 方程 (*) 的零解是一致渐近稳定的, 又因方程 (*) 是线性的, 故由 [2] 中定理推得方程 (*) 的所有解当 $t \rightarrow +\infty$ 时趋于零; 但是, 容易验证: 函数 $x(t) = \cos \frac{\pi}{2} t$ 或 $x(t) = \sin \frac{\pi}{2} t$ 都是方程 (**) 的解, 显然这些解当 $t \rightarrow +\infty$ 时并不趋于零.

下面为了讨论非线性中立型时滞微分方程的解当时滞趋于零时的性态, 假定函数 $f(t, x, y, u)$ 在 G' :

$0 \leq t \leq T, |x| \leq H, |y| \leq H, |u| \leq H$ 上满足初始值问题存在唯一解的条件

1) $f(t, x, y, u)$ 连续;

2) $|f(t, x_1, y_1, u_1) - f(t, x_2, y_2, u_2)| \leq K_1 |x_1 - x_2| + K_2 |y_1 - y_2| + K_3 |u_1 - u_2|$,

其中 $K_i (i=1, 2, 3)$ 为常数且 $K_3 \leq \beta < 1$. 于是有如下

定理 5 在中立型方程 (1.2) 中 $f(t, x(t), x(t-r_2), \dot{x}(t-r_2))$ 满足条件 1) 和 2), 则方程 (1.2) 在 $0 \leq t \leq T$ 上之解 $x(t, r_2)$ 是 r_2 的连续函数.

本定理 5 的证明, 只要注意到有界闭区间: $0 \leq t \leq T$, 类似定理 1 便可推得. 类似地还可得如下

定理 6 若定理 5 的条件成立, 则方程 (1.2) 和 (2) 的解 $x(t, r_2)$, 当 $r_2 \rightarrow 0$ 时, 在 $0 \leq t \leq T$ 上一致收敛于如下退化方程的解 $x_0(t)$:

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = f(t, x_0(t), x_0(t), \dot{x}_0(t)), \\ x_0(0) = \varphi(0). \end{cases}$$

注: 定理 6 要比 [5] 中相应的定理优越一些, 因为本定理 6 放弃了 [5] 中对 $f(t, x, y, u)$ 可微的要求.

参考文献

- [1] 秦元勋、刘永清、王 联, 带有时滞的动力系统的稳定性, 科学出版社, 北京, 1963.
- [2] Driver, R. D. , Ordinary and delay differential equations, Springer — Verlag, Heidelberg, Berlin, 1977.
- [3] 李森林, 科学通报, 23:2(1978), 88—93.
- [4] Bellman, R. and Cooke, K. L. , Differential — Difference equations, Academic press; London, 1963.
- [5] Васильева, А. В. , ДАН. , 145:3(1962), 495—4978.
- [6] Bellman. R. , *Bull. Amer. Math. Soc.* , 71:3(1965), 495.
- [7] Wright, E. M. , *J. Die Reine and Angewandte Math.* , 194(1955), 66—87.

数学年刊, 94(2)(1988), 105—109

On the Self-adjoint Extensions of Symmetric Ordinary Differential Operators with Middle Deficiency Indices

Sun Jiong (孙 炯)

Department of Mathematics, University of Inner Mongolia (内蒙古大学)

How can one generate self-adjoint operators in L^2 associated with symmetric differential expressions with deficiency indices (m, m) ? This is a fundamental problem in the spectral theory of differential operators. Constructing Weyl's solutions by using H. Weyl's "circles" method was the classical method. This was then applied to the describing of the boundary conditions which determine self-adjoint domains associated with a second order symmetric differential expression ([2]chap. 9). Since the 1960's W. N. Everitt generalized Titchmarsh-Weyl's theory to the higher-order cases, and gave some self-adjoint domains with maximum and minimum deficiency indices. Because of the difficulty in constructing Weyl's solutions, much less is known about the solvability of such problems when the deficiency indices are known in the middle $\left(\left[\frac{n+1}{2}\right] < m < n\right)$. Everitt considered this difficulty, and gave a self-adjoint domain with middle deficiency indices in the even-order case. But these are not a complete

solution to the problem of describing all the self-adjoint extensions of any given symmetric differential operators. Recently, using the general theory of linear operators, Cao Zhi-jiang obtained the complete and direct characterization of all the self-adjoint extensions associated with a symmetric differential expression with maximum deficiency indices. He also showed that the classical Titchmarsh-Weyl's domains and Everitt's domains are the special cases of his results[5,6,10]

Using Cao's idea, we generalize his result to the cases where the symmetric differential expressions have middle deficiency indices. The key point is to prove a decomposition of $\mathcal{D}_M$, the domain of the maximal operators L_M , such that the conditions that elements of $\mathcal{D}_M$ satisfy at point $t=0$ and at infinity are separated. Using this decomposition we obtain the complete characterization of all self-adjoint extensions of n th-order symmetric differential operators with middle deficiency indices (m, m) . The results of this paper generalize Everitt and Cao's results directly.

In section 1, we list some basic facts. The decomposition of $\mathcal{D}_M$ is given in Section 2. Section 3 and 4 contain the boundary conditions characterizing all the self-adjoint domains. Section 5 shows that all the self-adjoint domains given by Everitt are special cases of our result. Lastly in section 6 we show that Coddington's self-adjoint domains for compact interval are also the special cases of our result.

The symbols used in this paper are the same as [1,6].

§ 1. Suppose

$$l[y] = P_0(t)y^{(n)} + P_1(t)y^{(n-1)} + \cdots + P_n(t)y, t \in [0, +\infty],$$

where $P_0(t), P_1(t), \dots, P_n(t)$ are complex functions. In this paper, we assume $l[y]$ is a regular ordinary symmetric differential expression with equal deficiency indices $(m, m) \left(\left[\frac{n+1}{2} \right] \leq m \leq n \right)$. Let L_M and L_0 denote the maximal operator and the minimal operator defined by the differential expression $l[y]$ restricted to the sets $\mathcal{D}_M$ and $\mathcal{D}_0$ respectively.

Definition. Suppose $m_1, \dots, m_n$ are linear manifolds of $L^2[0, +\infty]$. A linear manifold m is said to be the direct sum of $m_1, \dots, m_n$, written by

$$m = m_1 + \cdots + m_n = \sum_{k=1}^n m_k,$$

if each $u \in m$ has a unique representation

$$u = \sum_{k=1}^n u_k,$$

with $u_k \in m_k (k=1, \dots, n)$.

Let n_λ and $n_{\bar{\lambda}}$ denote the eigenmanifolds of L_M associated with $\bar{\lambda}$ and λ ($\Im \lambda \neq 0$). we know that $\mathcal{D}_M$, the domain of L_M , is the direct sum of $\mathcal{D}_0$, n_λ and $n_{\bar{\lambda}}$

Because the deficiency indices of $l[y]$ are (m, m) $l[y] = \lambda y$ or $l[y] = \bar{\lambda} y$ has exactly m linearly independent square integrable solutions on $[0, +\infty]$, $\varphi_1(t, \lambda), \dots, \varphi_m(t, \lambda)$ and $\psi_1(t, \bar{\lambda}), \dots, \psi_m(t, \bar{\lambda})$. From the above result we have

Proposition 1. If $y \in \mathcal{D}_M$, then y has a unique representation

$$y = y_0 + \sum_{i=1}^m c_i \varphi_i(t, \lambda) + \sum_{i=1}^m d_i \psi_i(t, \bar{\lambda}), \quad (1.1)$$